

신호의 리샘플링에 의한 실시간 주파수 계측 알고리즘

윤재현\*, 이승주, 김기영, 이현철, 윤양웅, 박형준  
 원광대학교 전기공학과

A real-time frequency measuring algorithm by resampling of a signal

Chae-Hyun Yoon\*, Seung-Ju Lee, Ki-Young Kim, Hyun-Chul Lee, Yang-Woung Yoon, Hyung-Jun Park  
 Dept. of Electrical Engineering Wonkwang University

**Abstract** - The algorithm that can estimate frequency in real-time by using the resampling of a signal which was known frequency band like biological signals, was suggested in this study. A sinusoid signal is simulated as a practical measured signal. The sinusoid signal is sampled by using the impulse-train, and is subtracted the backward sample from forward by the sampled signals. The continuous sign, such as positive, negative or zero is counted from the calculation result of the subtraction, and those is stored. Therefore, the measured frequency is estimated by using the magnitude of continuous sign and the sampling period. The algorithm designed in this study is proven through the computer simulation.

1. 서 론

최근 전자공학, 컴퓨터공학, 의학 등의 발달로 인체를 계측하기 위한 장비들이 많이 개발되어져 왔다. 인체를 계측하는 방법으로는 X-ray, CT, MRI 등과 같은 영상적 방법, 혈액, 호르몬 등을 계측하는 생화학적 방법뿐만 아니라 간접적인 방법이라 할 수 있는 인체의 전기신호를 계측하는 방법 또한 널리 사용되고 있다. 인체에서 발생하는 전기 신호로서는 뇌전도, 근전도, 안전도, 심전도 등이 있다. 이들 전기신호는 인체의 특성 혹은 기전 등을 반영하고 있기 때문에 의학, 생물학, 스포츠과학, 생체공학 등에 중요한 정보원으로 활용되고 있다.

인체전기신호는 그 자체로 신호의 고유한 특성을 볼 수 있는 시계열 신호이다. 그러나 시간의 경과에 따라 주파수가 변하거나, 여러 주파수가 혼합될 경우 시간 영역에서는 그 신호의 특성을 분석하기가 용이하지 않다. 그래서 FFT 등의 기법을 이용하여 주파수 영역으로 변환하여 그 특성을 해석하고 있으나, 이 방법은 실시간에 해석이 불가능한 단점을 가지고 있다. 지금까지 실시간 주파수 영역으로의 변환 방법에는 레이브렛 변환, Short Time FFT 등이 활용되고 있다[4-6].

그러나, 이들은 그 알고리즘이 복잡하고 계산량이 방대해서 처리시간이 길어지며, 이로 인해 시스템이 거대해진다는 단점을 가지고 있다. 이와 같은 관점에서 주파수 영역에서 인체 전기신호를 실시간에 계측할 수 있는 방법이 관련 분야에서 요구되고 있으며, 또한 이는 관련 분야에 활용범위가 넓을 것으로 기대된다.

본 논문에서는 인체 전기신호와 같은 주파수 대역이 알려져 있는 신호에 대해서 주파수 영역으로 실시간 계측이 가능한 알고리즘의 개발을 목적으로 한다. 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 실제 계측신호를 정현파로 모의하고, 이 정현파를 샘플링하여 샘플된 신호를 얻는다. 샘플된 신호의 샘플간의 차와 샘플링 주기를 이용하여

원 신호의 주파수를 추정하는 것이다. 알고리즘은 샘플링 주파수에 따른 연속부호로 오차를 평가한다.

2. 방 법

2.1 신호의 실시간 주파수 계측 알고리즘

실시간 주파수 계측 알고리즘을 제안하기 위하여 실제 계측되는 신호를 주기가  $T=(2\pi/\omega)$ [sec]인 단일 정현파 신호  $x(t)$ ,

$$x(t) = A\cos(\omega t) \tag{1}$$

로 모의한다. 여기에서  $A$ 는 진폭,  $\omega$ 는 각주파수 [rad/s],  $t$ 는 시간[sec]을 나타낸다. 그림 1은 식 (1)을 그림으로 표현한 것이다.

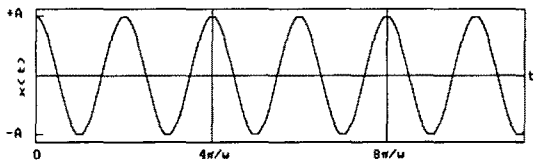


그림 1. 정현파 신호  $x(t) = A\cos(\omega t)$

다음으로,  $x(t)$ 를 임펄스 함수를 이용하여 샘플링하면,

$$\begin{aligned} x(nT_s) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-nT_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A\cos(\omega t) \cdot \delta(t-nT_s) \end{aligned} \tag{2}$$

와 같이 된다. 여기서  $T_s$ 는 샘플링 주기,  $n$ 은 양의 정수이다. 그림 2는 식(2)에서 샘플링 주기를  $T_s = \pi/4\omega$  [sec]로 샘플링한 예이다.

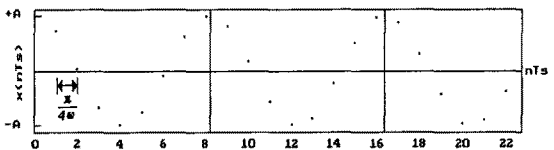


그림 2. 샘플된 신호  $x(n) = A\cos(\omega n) \cdot \delta(t-nT_s)$   
 $T_s = \pi/4\omega$  [sec]

그림 2로부터 샘플간의 차를  $X(nT_s)$ 라 하면,

$$X(nT_s) = \sum_{n=0}^{\infty} [x(nT_s) - x(nT_s+1)] \quad (3)$$

와 같이 되고, 샘플링 주기를  $\pi/(4\omega)$ 로 하였을 때 샘플간의 차  $X(nT_s)$ 를 계산하면,

$$\begin{aligned} X(0) &= x(0) - x(T_s) = 0.293A \\ X(T_s) &= x(T_s) - x(2T_s) = 0.707A \\ X(2T_s) &= x(2T_s) - x(3T_s) = 0.707A \\ X(3T_s) &= x(3T_s) - x(4T_s) = 0.293A \\ X(4T_s) &= x(4T_s) - x(5T_s) = -0.293A \\ X(5T_s) &= x(5T_s) - x(6T_s) = -0.707A \\ X(6T_s) &= x(6T_s) - x(7T_s) = -0.707A \\ X(7T_s) &= x(7T_s) - x(8T_s) = -0.293A \\ X(8T_s) &= x(8T_s) - x(9T_s) = 0.293A \\ X(9T_s) &= x(9T_s) - x(10T_s) = 0.707A \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 된다. 식 (4)를 관찰하면,  $3T_s$ 와  $4T_s$ 에서는 (+)에서 (-)로,  $7T_s$ 와  $8T_s$ 에서는 (-)에서 (+)로 부호가 변화하는 것을 알 수 있다. 즉, 같은 부호가 4개씩 연속되어 나타난다.

이와 같은 연속적인 부호는 원신호  $x(t)$ 의 반주기마다 반복되어 나타난다. 그림 3은 부호 변화의 시점과 연속되는 부호의 횟수( $\alpha$ )를 나타낸 것이다.

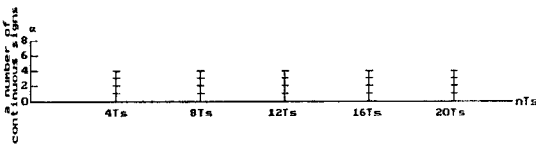


그림 3. 부호 변화와 연속부호

그러므로 원신호  $x(t)$ 의 주파수  $f$ 는 부호 변화가 발생하는 시점에서,

$$f = \frac{1}{2(T_s \cdot \alpha)} \quad (5)$$

와 같이 추정할 수 있다. 여기서  $\alpha$ 는 연속부호의 횟수이다. 그리고 샘플링 주기  $T_s = \pi/(4\omega)$ (sec)이고,  $\alpha = 4$  일 때 주파수를 추정하면,

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \cdot T_s \cdot \alpha} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \frac{\pi}{4\omega} \cdot 4} \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \end{aligned} \quad (6)$$

가 된다. 이는 식 (1)의 정현파 신호  $x(t)$ 와 동일한 주기임을 알 수 있다. 이상과 같은 알고리즘을 이용하면, 원신호를 반주기 시간 지연으로 주파수 추정이 가능하다고 판단된다.

## 2.2 컴퓨터 시뮬레이션

제안한 알고리즘을 이용하여 정현파의 신호의 주파수

를 추정하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 4는 이를 위한 프로그램의 순서도이다. 프로그램은 다음과 같이 작성되었다. (1) 버퍼를 초기화하고, 샘플링 주기  $T_s$  설정한다. (2)  $n=0$ 일 때  $X(nT_s) = x(nT_s) - x(nT_s+1)$ 를 계산하고  $X(nT_s)$ 가  $X(nT_s+1)$ 과 동일한 부호이면 버퍼에 1을 저장한다. 또  $n = 1$ 일 때  $X(nT_s)$ 를 계산하고  $X(nT_s+1)$ 과 부호가 같으면 버퍼에 1씩 증가하여 저장한다. (3)  $n$ 이 증가함에 따라  $X(nT_s)$ 의 부호가 일정하면, 버퍼에 1을 증가시켜 값을 저장하고, 다음을 수행한다. (4) 임의의  $n$ 에서  $X(nT_s)$ 가  $X(nT_s+1)$ 과 다른 부호이면 이전에 버퍼에 저장된 값을  $n+1$ 에 출력한 뒤 버퍼를 초기화하고, (3), (4)의 과정을 반복하여 수행한다.

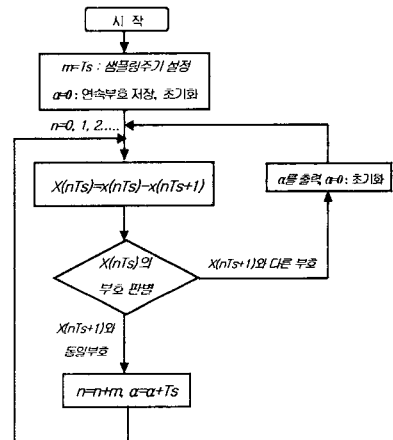
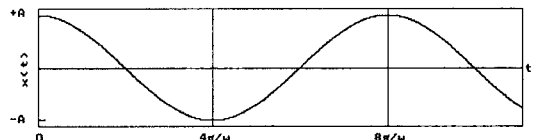
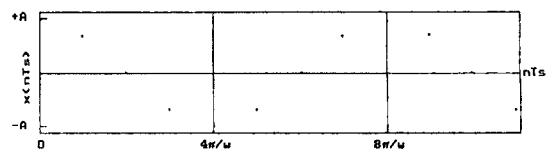


그림 4. 주파수 추정을 위한 프로그램 순서도

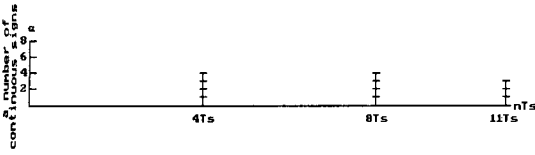
그림 5는 샘플링 주기를  $T_s=0.25$ (sec)로 시뮬레이션을 수행한 결과이다. (a)는 모의 신호로서  $x(t)=50\sin(1.57t)$ 이고, 진폭  $A$ 는 50, 각주파수  $\omega = 1.57$ (rad/s)이다. (b)는 (a)의 샘플된 신호  $x(nT_s) = 50\sin(1.57t) \cdot \delta(t-nT_s)$ 이고, (c)는 주파수 추정을 위한 연속부호의 횟수  $\alpha$ 를 나타낸 것이다.



(a) 모의 신호  $x(t) = 50\sin(1.57t)$



(b) 샘플된 신호  $x(n) = 50\sin(1.57t) \cdot \delta(t-nT_s)$



(c) 주파수 추정을 위한 연속부호  
그림 5. 시뮬레이션 결과

주파수 추정을 위한 연속부호인 그림 5의 (c)를 식 (5)로 주파수를 추정하면,

$$f = \frac{1}{2(T_s \times a)}$$

$$= \frac{1}{2(0.25 \times 4)}$$

$$\therefore 0.5[\text{Hz}] \quad (7)$$

과 같다. 식 (7)의 추정 주파수 0.5[Hz]일 때 각주파수는  $\omega_i = 2\pi f = 1.57[\text{rad/s}]$ 이다. 그림 5. (a)의  $x(t)$ 의 각주파수와 비교할 때 동일한 결과를 나타내었다.

### 2.3 알고리즘의 평가

본 연구에서 제안된 알고리즘은 생체신호와 같은 주파수 대역을 알고 있는 복합신호를 주파수 대역별로 추출하는데 이용할 수 있다.

제안된 알고리즘은 기존의 실시간 주파수 변환 방법인 웨이브렛 변환이나 Short-time FFT 등의 알고리즘에 비해 간단하다는 장점이 있다. 이는 하드웨어의 소형화와 계산시간의 단축으로 시스템을 단순화에 기대되며, 모니터링 시스템에 여러 개의 장함수(샘플링 주기)를 사용함으로써 뇌파와 같은 신호를 성분별 추출하는 것이 가능하다.

그러나, 샘플링 주기가 작으면 데이터양과 계산시간이 증가하는 문제점이 나타난다. 본 알고리즘에서는 신호를 샘플링하는데, 샘플링 주기에 따라 나타나는 연속부호의 횟수가 달라지고, 샘플링 주기가 커지면 추정 주파수의 오차도 이 횟수에 따라 크게 나타난다. 그래서 샘플링 주기에 의한 연속적인 부호의 추정 주파수에 관한 오차는 다음과 같이 평가한다. 그림 6은 임의의 샘플링 주기를  $T_s$ 로 샘플링할 때 연속부호의 횟수가  $m$ 이라면 복소평면의 반지름 1인 단위원에  $T_s$ 의 간격으로 점을 나타낸 것이다.

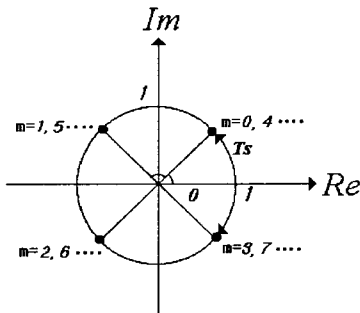


그림 6. 연속부호에 의해 발생된 오차

샘플링 주기를  $T_s = T/(2m)$ 라 하면  $m$ 의 횟수에 의해 오차가 발생한다. 연속부호의 횟수는 샘플링 주기에 따라 1회의 차이를 갖는다. 그림 6의 연속부호의 위치로부터 오차의 주기를 알 수 있다.

따라서 오차의 주기  $T_e$ 는

$$T_e = 2 \cdot T_s \quad (8)$$

이다. 신호  $x(t) = 50\cos(31.42t)$ 를 샘플링 주기  $T_s = 0.025[\text{sec}]$ 로 샘플링하면 4와 5회의 연속부호를 얻는다. 이 연속부호는 5회에서 오차를 갖는다.

오차 주기  $T_e$ 를 계산하면,

$$T_e = 2 \cdot (0.025) = 0.05[\text{sec}] \quad (9)$$

이다.

### 3. 결 론

본 연구는 인체에서 발생하는 전기신호와 같이 주파수 대역을 알고 있는 신호에 대해서 리샘플링을 이용하여 실시간으로 주파수 측정이 가능한 알고리즘을 제안하였다. 제안한 주파수 측정 알고리즘은 모의신호를 나이키스트 주파수 이상으로 샘플링하고, 샘플된 신호의 앞 샘플에서 뒤 샘플간의 차를 계산해서 연속부호의 횟수를 구함으로써, 샘플링 주기와 부호의 변화 시점에서 연속부호의 횟수로 반주기 시간 지연으로 주파수를 추정할 수 있었다.

이상으로, 제안된 주파수 측정 알고리즘은 시간에 따라 주파수가 변화하거나, 여러 주파수가 합성된 신호에 있어서 주파수 영역의 특성을 해석하는데 유용하게 이용될 수 있다고 판단되며, 이는 의학, 스포츠과학, 생체공학 등에 중요하게 활용될 것으로 기대된다.

### (참 고 문 헌)

- [1] 이재욱, "최신 디지털신호처리", 북스힐, 2000.
- [2] Ashok ambardar, "Analog and digital signal processing", PWS, 1995.
- [3] Eemmanuel C. Ifeachor, Barrie W. Jervis, "Digital signal processing", Addison wesley, 1993.
- [4] Hidekazu Kaneko, Shinya S. Suzuki, Jiro Okada, and Motoyuki Akamatsu, "Multineuronal Spike Classification Based on Multisite Electrode Recording. Whole-Waveform Analysis, and Hierarchical Clustering", IEEE Trans. Biomed. Eng. vol.46 No.3 pp.280-290, 1999.
- [5] Didier Clarençon, Marc Renaudin, Patrick Gourmelon, Arnaud Kerckhove, Richard Catérini, Emmanuel Boivin, Patrick Ellis, Benjamin Hille, Marc Fatôme, "Real-time spike detection in EEG signals using the wavelet transform and a dedicated digital signal processor card", Journal of Neuroscience Methods, vol. 70, pp. 5-14, 1996.
- [6] Frederick G. Evans, Jack M. Rogers, William M. Smith, Raymond E. Ideker, "Automatic detection of conduction block based on time-frequency analysis of unipolar electrograms" IEEE Trans. Biomed. Eng. vol.46, No.9 pp.1090-1097, 1999.