

주성분분석에서의 제안된 GBD 알고리즘을 이용한 다중해상도 거리 측정

홍준식  
홍익대학교 전자·전기·컴퓨터 공학부

A Multi-Resolution Distance Measure Using Grey Block Distance Algorithms for Principal Component Analysis

Jun-Sik Hong  
Dept. of Electronic, Electrical & Computer Engineering, Hongik University

**Abstract-** 본 논문에서는 주성분분석(*principal component analysis*; 이하 PCA) 기법을 이용, 이차원 영상을 분류하여 다중해상도에서 기존의 그레이 블록 거리(*grey block distance*; GBD, 이하 GBD) 알고리즘과 비교하여 이차원 영상간의 상대적 식별을 더 용이하게 하기 위한 새로운 GBD 알고리즘 방법을 제안한다. 이 제시된 방법은 다중해상도에서 기존의 GBD 알고리즘과 비교해서 영상이 급격히 변화하는 부분의 정보를 잃지 않게 개선할 수 있었다. 모의 실험 결과로부터 기존의 GBD 알고리즘에 비하여 상대적 식별이 더 용이함을 확인하였다.

압축을 위해서는 행렬  $x^T u_i$ 와 고유벡터  $u_i, i=1, \dots, p$ 가 필요하다. 데이터 복원 시 원 데이터에 대한 추정은 식 (2)를 사용하여 구할 수 있다.

$$x^* = \sum_{i=1}^p (x^T u_i) u_i \quad (2)$$

대부분의 영상 비교(2)를 위해 신호잡음대비(*signal-to-noise ratio*; SNR)나 평균 제곱 방식을 사용한다.

본 연구에서는 PCA를 이용, 영상을 분류하여 거리 측정(3)에 의해 영상 분류에서 좋은 특징을 제공해 주는 다중해상도에서 기존의 거리 측정 방법인 GBD 알고리즘(4)을 이용하여 영상간의 거리를 측정하고자 한다.

그러나, 기존의 GBD 알고리즘을 이용하여 이차원 영상간의 거리를 모의 실험을 통하여 측정한 결과 영상간의 상대적 식별이 용이하지 않았다. 따라서, 상대적 식별을 더 용이하게 하기 위하여 새로운 GBD 알고리즘 방법을 제안하였다. 이 제시된 방법을 사용하여 모의 실험 결과로부터 기존의 GBD 알고리즘에 비하여 상대적 식별이 더 용이하여 빨리 수렴이 되는 것을 확인할 수 있었다.

본 논문의 구성은 서론에 이어 2장에서 2.1절에 PCA에 의한 영상 분류를, 2.2절에서 다중해상도 거리 측정을, 2.3절에서 제안된 GBD 알고리즘에 의한 거리 측정 방법을, 2.4절에서 모의 실험 및 결과를 고찰하였고, 마지막으로 결론 및 향후과제는 3장에서 다루었다.

1. 서 론

PCA(1)는 데이터 점의 군(群)이 최대한 일직선으로 뻗어 나갈 때 방향을 알아내는 방법이다.

데이터 집합의 주성분을 구하는 일반적인 방법은 데이터 상관행렬의 고유 벡터를 계산하는 것이다. 원 데이터에 대한 공분산 행렬(*covariance matrix*)  $C$ 를 만든 다음, 이 행렬의 고유 벡터와 고유 값을 계산한다. 데이터 집합이  $X$ 이고 샘플 데이터 집합의 수학적 기대값이  $\mu = E(x)$ 일 때, 원 공분산 행렬  $C$ 는 실제 계산에서는 식 (1)과 같이 추정  $\hat{C}$ 로 대체된다.

$$\hat{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})(x_i - \hat{\mu})^T \quad (1)$$

여기서,  $x_i$ 는 표본 벡터이며  $\hat{\mu}$ 는 샘플 데이터 집합의 추정 평균이다. PCA는 가능한 많은 정보를 함축하고 있는 고유 값만을 선택하는 방식으로  $\hat{C}$ 의 고유 값  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  및 고유벡터  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 을 사용한다. 몇 개의 고유 값을 선택할지는  $\hat{C}$ 의 고유 값의 크기에 의해 좌우된다. 이러한 방법으로 선택된 고유벡터는 새로운 컬러 기저가 된다. 컬러 기저 벡터의 크기는  $p \times s$ 이다. 여기서  $p$ 는 기저에 해당하는 수이며  $s$ 는 원 스펙트럼의 길이에 해당한다. 곱셈 행렬의 크기는  $s \times m$ 이 된다. 여기서  $m$ 은 원 영상에서 화소의 개수이다. 기저  $p$ 의 값은 임의로 선택할 수 있으나 상대적으로 낮은 기저가 바람직하다. 선택된 고유벡터  $p$ 의 개수는  $n$ 보다는 적다. 이 고유 벡터로부터 데이터 군이 최대한 일직선으로 뻗어 나가는 방향을 알아낼 수 있다. 즉, 고유 벡터 상에 데이터를 투영한 것이 바로 주성분이다. 고유벡터에 대응되는 고유 값은 각각 주성분이 나타내는 정보의 양을 가리킨다. 고유 값이 큰 주성분일수록 상대적으로 더 풍부한 정보를 함축하고 있으며 데이터간 관계에 대해 더 많은 정보를 알아낼 수 있다. 한편,

2. 본 론

2.1 PCA에 의한 영상 분류

PCA에 의해 분류된 영상을 나타내기 위한 블록선도는 그림 1과 같다. 여기서,  $O_1, O_2, O_3$ 는 원영상이고,  $X_1, X_2, X_3$ 는 원영상에 임의의 행렬을 곱해서 나타난 혼합 영상이며,  $Y_1, Y_2, Y_3$ 는 혼합영상을 PCA를 이용하여 분류된 영상이다. 그림 1의 동작은 다음과 같다. 먼저 원영상  $O_1, O_2, O_3$ 에 임의의 랜덤행렬 (3,3)을 곱해서 혼합 영상  $X_1, X_2, X_3$ 를 얻고, 알고리즘(5)을 사용하여 PCA에 의해 분류된 영상  $Y_1, Y_2, Y_3$ 를 얻는다. 그림 2는  $256 \times 256$  크기를 갖는 원영상이고, 그림 3은 PCA에 의해 분류된 영상을 나타낸 것이다.

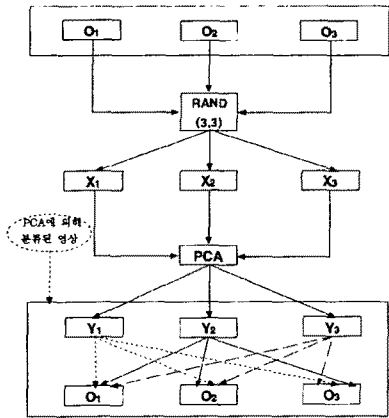


그림 1. PCA 의해 분류된 영상을 나타내기 위한 블록선도

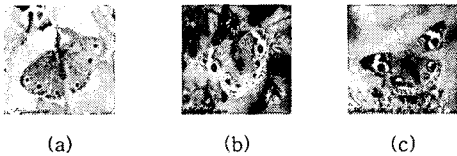


그림 2. 원 영상

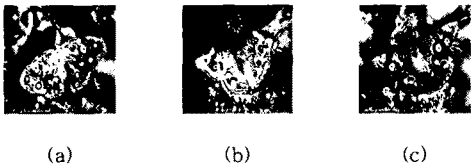


그림 3. PCA에 의해 분류된 영상

## 2.2 다중해상도 거리 측정

이차원 영상에서의 다중해상도 거리 측정은 각 영상에 주어진 해상도의 블록의 명암도를 다르게 하여 영상 전체 및 부분에 대한 정보를 측정하는 것이다. 다중해상도에 의한 거리 측정 방법으로 기존의 GBD 알고리즘을 이용하는 방법이 있는데, 이 방법은 각 영상에 주어진 해상도의 블록의 명암도를 평균 명암도로 하여 거리를 측정하는 방법이다.

GBD 알고리즘에서의 각 영상은 주어진 해상도의 블록에 의해 완전하게 덮여져 있어야 하며, 주어진 해상도에 블록의 최대 직경은 스킨라  $k$ 가 증가하면 제로에 접근해야 하는 조건을 만족하여야 한다.

영상을 각각  $I_1, I_2, I_3$  라하고,  $I_1, I_2, I_3$ 에서의 평균 명암도가 각각  $g_1, g_2, g_3$ 로 주어질 때, 영상간의 성질은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\cdot (I_1, I_2) = 0 \text{ 이면, } |g_1, g_2| = 0.$$

$$\cdot (I_1, I_2) = (I_2, I_1) \text{ 이면, } |g_1 - g_2| = |g_2 - g_1|.$$

$$\cdot (I_1, I_3) \leq (I_1, I_2) + (I_2, I_3) \text{ 이고,}$$

$$|g_1 - g_3| \leq |g_1 - g_2| + |g_2 - g_3|.$$

따라서, GBD 알고리즘에서 영상간의 성질은 거리 측정을 만족시키는 것을 알 수 있다.

## 2.3 제안된 GBD 알고리즘에 의한 거리 측정 방법

기존의 GBD 알고리즘은 블록내의 명암도를 평균하여 이차원 영상간의 거리를 측정하므로 영상의 테두리 부분이나 명암도가 날카롭게 변환하는 부분의 선명도를 흐리게 하는 단점이 있어 상대적 식별이 용이하지 않아 본 논문에서는 새로운 GBD 알고리즘 방법을 제안하였다. 이 제시된 방법은 이차원 영상간의 거리 측정은 각 화소의 명암도의 평균값 대신에 그 화소의 주변 점들 내에서 명암도의 중간값(median)으로 대체된다. 제안된 GBD 알고리즘 방법은 잡음을 제거하고 테두리 흐름을 감소시키며, 화상의 현 화소를 이웃하는 화소의 평균 휘도로 대체하고 충격성 잡음을 제거시킨다. 잡음이나 테두리는 화상스펙트럼의 높은 주파수 대역에 나타나므로 저역 필터의 저역통과 특성을 이용하면 잡음을 제거하면서 화상을 흐리게 할 수 있으나, 중간값은 동일 화상 영역의 잡음을 평활하게 만들고 화상내의 테두리를 날카롭게 보존하므로 기존의 GBD 알고리즘에 비하여 상대적 식별을 용이하게 할 수 있는 장점이 있다.

제안된 GBD 알고리즘은 식 (3)의 형태로 표현할 수 있다.

$$y_k = \frac{1}{2^k} \cdot \frac{1}{s} \sum_{s=1}^{2^k} \sum_{f=1}^{2^k} |m_{sf} - m'_{sf}| \quad (3)$$

여기서,  $y_k$ 는 제안된 GBD 알고리즘에 의해 측정된 이차원 영상간의 거리이다.  $s$ 는 이차원 영상에서의 해상도에 의한 집합이며,  $k$ 는  $2^k$ 의 블록을 나눈 수이고,  $m_{sf}$ 와  $m'_{sf}$ 는 영상  $I$ 와  $I'$ 의 분할된 중간값이다. 식(3)으로 부터 제안된 GBD 알고리즘 방법을 이용하여 이차원 영상간의 거리를 측정할 수 있다. 제안된 GBD 알고리즘 방법은 거리 측정 조건에 만족되며, 아울러 기존의 GBD 알고리즘에서의 영상간의 성질에 대해서도 측정 조건을 만족시키는 것을 알 수 있다.

## 2.4 모의 실험 및 결과

새롭게 제안된 GBD 알고리즘의 유용성을 알아보기 위해 이차원 영상간의 거리 측정을 기존의 GBD 알고리즘과 비교하여 어느 것이 더 상대적 식별이 용이한지를 모의 실험을 통하여 측정한다.

영상간의 거리를 측정하여 상대적 식별을 판단하기 위해서 먼저, 주어진 원 영상의 해상도를 영상 크기에 의해 정해진  $k$ 에 따라 영상간의 거리를 측정한다. 그리고,  $k$ 가 증가하게 되면 측정 거리가 감소하는지 알아본다. 다음에, 가장 큰  $k$ 의 거리 측정값으로부터 가장 작은 거리 측정값을 우선 식별의 순서를 정하고, 가장 큰 거리 측정값을 마지막으로 식별의 순서를 정한다. 이렇

게 하여  $k$ 가 1이 될 때까지 식별의 순서를 정하여 앞서 측정 한  $k$ 의 거리 측정값과 식별의 순서를 비교하여 일치하면 식별이 가능하고, 그렇지 않으면 식별이 불가능하므로 상대적 식별을 판단할 수 있다.

그림 4는 그림 3에서의  $k$ 가 3일 때의 그레이 블록을 나타낸 것이다. 그림 4(a)는 그림 3(a)의 그레이 블록이고, 그림 4(b)는 그림 3(b)의 그레이 블록이며, 그림 4(c)는 그림 3(c)의 그레이 블록이다.

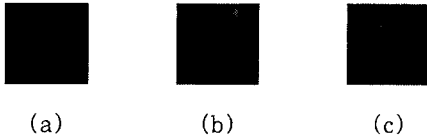


그림 4. 그림 3에서의 그레이 블록 ( $k=3$ )

그림 4에서 기존의 GBD 알고리즘 및 제안된 GBD 알고리즘을 이용한 세개의 이차원 영상간의 거리 측정에 대한 모의 실험 결과를 각각 표 1 및 2에 나타내었다.

표 1에서, 기존의 GBD 알고리즘에 의한 영상간의 거리를 측정 한 결과,  $k$ 가 1에서 2로 넘어갈 때에 값이 커져 구분이 안되어 영상간의 거리 측정이 불가능하였으며, 표 2에서의 제안된 GBD 알고리즘에 의한 영상간의 거리를 측정 한 결과,  $k$ 가 1에서 2로 넘어 갈 때에 영상 분류가 되지 않았으나, 기존의 GBD 알고리즘을 이용한 경우보다도  $k$ 가 감소할 때 그 편차는 적어 좋은 영상 분류 특징을 보임을 모의 실험을 통하여 확인 할 수 있었다.

표 1. PCA를 통한 기존의 GBD 알고리즘에서의 영상간의 거리측정

$k$	기존의 GBD 알고리즘에 의한 측정 거리		
	그림4(a)와 그림 4(b)	그림4(a)와 그림 4(c)	그림4(b)와 그림 4(c)
1	$1.7195 \times 10^{-9}$	$3.0295 \times 10^{-9}$	$1.3099 \times 10^{-9}$
2	961.4245	$1.4632 \times 10^3$	$1.3407 \times 10^3$
3	204.0689	243.4402	357.2066
4	34.5037	50.6477	41.9460
5	5.8666	6.1381	7.0304
6	0.8563	0.8729	0.8249
7	0.1201	0.1186	0.1284
8	0.0163	0.0157	0.0168
9	0.0021	0.0022	0.0021

( $k : 2^k$ 의 블록을 나눈 수)

표 2. PCA를 통한 제안된 GBD 알고리즘에서의 영상간의 거리측정

$k$	제안된 GBD 알고리즘에 의한 측정 거리		
	그림 4(a)와 그림 4(b)	그림4(a)와 그림 4(c)	그림4(b)와 그림 4(c)
1	$1.0069 \times 10^3$	$1.2543 \times 10^3$	247.4504
2	721.2761	$1.7649 \times 10^3$	$1.0437 \times 10^3$
3	264.6309	264.6707	210.2962
4	38.2801	46.5882	38.6578
5	6.2671	6.1599	6.7154
6	0.9160	0.9155	1.0208
7	0.1241	0.1226	0.1211
8	0.0160	0.0168	0.0161
9	0.0020	0.0021	0.0021

( $k : 2^k$ 의 블록을 나눈 수)

### 3. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 주성분분석을 이용, 이차원 영상을 분류하여 다중해상도에서 기존의 GBD 알고리즘과 비교하여 다중해상도에서 이차원 영상간의 상대적 식별을 더 용이하게 하기 위한 새로운 GBD 알고리즘 방법을 제안하였다.

이 제시된 방법은 영상 전체 및 부분에 대한 정보를 측정 한 방법으로, 기존의 GBD 알고리즘에서의 영상의 테두리 등 명암도가 날카롭게 변환하는 부분의 정보를 잃지 않게 개선하였다. 또한, 제안된 GBD 알고리즘 방법을 이용하여 모의 실험 한 결과, 기존의 GBD 알고리즘을 이용한 경우보다도  $k$ 가 감소할 때 그 편차는 적어 좋은 영상 분류 특징을 보였다. 향후 과제로는 상대적 식별을 더 용이하게 하기 위한 알고리즘에 대한 연구가 필요하며, 활용방안으로는 영상인식, 통신위성, 의학 신호처리 및 통신 분야에서 송 수신을 하기 위한 데이터 양의 선택에 있어 최적의 영상 정보의 전처리로서 필요한 만큼의 영상 정보의 압축에 응용될 수 있다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Parkkinen, J., Jaaskelainen, T., "Color Representation Using Statistical Pattern Recognition", *Applied Optics*, Vol. 26, No. 19, pp.4240-4245, 1987.
- [2] Fisher, Y., "Fractal Image Compression", *Berlin, Germany: Springer-Verlag*, 1994.
- [3] Gonzalez, R. and Woods, R., "Digital image processing", *Addison Wesley Co*, 1982.
- [4] P. Juffs, E. Beggs, and F. Deravi, "A Multiresolution Distance Measure for Images", *IEEE signal processing letters*, Vol.5, No.6, 138-140, 1998.
- [5] Hyvarinen, A. and Oja, E., "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis", *Neural Computation*, Vol.9, No.7, pp.1483-1492, 1997.