

적분 슬라이딩 모드제어에 관한 고찰

박 승 규, 김 민 찬, 안 호 균, 최 성 진  
 \*창원대학교 전기공학과, \*\*수원대학교 전기공학과

A Study on the Integral Sliding Mode Control

Seung-Kyu Park\*, Min-Chan Kim\*, Ho-Kyun Ahn\*, Sung-Jin Choi\*\*

\*Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University

\*\*Dept. of Electrical Engineering, Suwon University

**Abstract** - In this paper, the integral sliding mode controller developed by Utkin is considered. It is pointed out that some theoretical consideration has to be added to that controller. Another type of integral sliding mode controller developed by Park is also considered. These integral sliding mode controllers have very important results in the extension of the robustness of sliding mode to the other linear control technique.

개념 설명을 명확하게 하기 위해서 다음과 같이 표현되는 단일 입력 가제어 선형 시불변 계통에 대해서 고찰한다.

$$\dot{x} = Ax + B(u + d(x, t)) \tag{1}$$

여기서  $d(t) \in \mathbb{R}^n$

입력이 다음과 같이 표현된다고 생각하면

$$u = u_0 + u_1 \tag{2}$$

여기서  $u_0$ 는 다음 방정식이 원하는 성능을 갖도록 미리 결정되어진 입력이다.

$$\dot{x} = Ax + Bu_0 \tag{3}$$

예를 들면  $u_0$ 는 선형 상태피환 제어입력  $u_0 = -kx$ 로 설계될 수도 있다.

적분 슬라이딩 모드제어기를 구성하기 위하여 슬라이딩 평면을 다음과 같이 구성한다.

$$s = C^T x + z = 0 \tag{4}$$

여기서  $z$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -B^T Ax - (B^T B)u_0 \\ z(0) &= -B^T x(0) \end{aligned} \tag{5}$$

상태들이 슬라이딩 평면상에 있을 때에는  $s = \dot{s} = 0$ 라는 사실을 이용해서 위의 슬라이딩 평면상에 상태들이 존재할 때의 동특성을 살펴보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= C^T \dot{x} + \dot{x} \\ &= C^T \dot{x} - C^T (Ax + Bu_0) \\ &= C^T (\dot{x} - Ax - Bu_0) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

일반적으로  $C$ 는  $B$ 와 같은 행렬로 선택한다. 위의 식을 살펴보면 다음식이 만족될 수도 있다는 것을 알 수 있다.

1. 서 론

슬라이딩 모드는 가변제어시스템에서 핵심적인 개념이다. 가변구조 제어알고리즘의 핵심은 상태들을 슬라이딩 모드로 가게 하는데 있다. 슬라이딩 평면은 상태 공간에서 초평면들의 교차평면으로 정의된다. 시스템의 상태들이 한번 슬라이딩 평면에 다다르면 피이드백 루프의 구조는 시스템의 상태가 스위칭 평면을 따라서 'slide'하도록 적절하게 변경된다. 시스템의 응답은 스위칭 평면에 도달하고 난 후부터는 소위 정합조건을 만족시키는 시스템의 파라미터 변화나 외란에 둔감하게 된다. 슬라이딩 모드에서의 동특성은  $(n-m)$ 이다. 여기서  $n$ 은 상태공간의 차수이고  $m$ 은 제어입력의 차수이다. 그러나 슬라이딩 모드가 일어나기 전까지를 도달기간이라고 하는데 이 기간 동안은 이러한 성질을 가질 수 없기 때문에 전체 응답기간 동안에 이러한 둔감성을 가질 수 없다. 기존의 슬라이딩 모드의 확장으로 적분 슬라이딩 모드제어기가 제안되었는데[3][4] 이것은 공칭 시스템에 대해서 공칭 제어 입력을 미리 결정해 놓고 그 공칭 시스템의 응답 특성과 같은 동특성을 갖도록 슬라이딩 평면을 결정하는 방법이다. 본 연구에서는 서로 다른 접근법으로 같은 결과를 가지고 있는 두 가지 형태의 적분 슬라이딩 모드 제어기를 살펴보고 이론적인 고찰과 함께 시뮬레이션 결과를 비교해 볼 것이다.

2. 선형계통에 대한 적분 슬라이딩모드 제어기

적분 슬라이딩모드제어기는 비선형 계통에도 적용되지만

$$\dot{x} = Ax - Bu_0 = 0 \quad (7)$$

그러므로 다음식이 만족되도록  $u_1$ 을 결정하면 상태들은 슬라이딩 평면상에 있게되고 식(3)과 같은 동특성을 갖게된다.

$$s \dot{x} = 0 \quad (8)$$

식 (6)로부터 다음식이 바로 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} s \dot{x} &= sB^T(Ax + B(u_1 + u_0 + d(x,t)) - Ax - Bu_0) \\ &= sB^T B(u_1 + d(x,t)) \end{aligned} \quad (9)$$

$u_1$ 을 다음과 같이 결정하면 식(8)의 조건을 만족할 수 있고 상태들이 슬라이딩 평면상에 머물도록 한다.

$$u_1 = d^* \text{sign}(s) \quad (10)$$

이제까지 정리된 Utkin에 의해서 정의된 적분 슬라이딩 모드제어의 이론적 전개에서 식(6)을 만족시키는 경우 식(7)이 항상 만족될 수 있는가에 대한 사실이 의문점으로 남는다.  $Cx=0$ 을 만족하는 것이  $x=0$ 의 충분조건은 아니기 때문에 여기에 대한 이론적인 보강이 필요하다. 시뮬레이션에서는 식(7)이 만족되는 지의 여부를 살펴보기로 한다. 시뮬레이션 상에서 식(7)의 결과를 얻을 수 있다면 앞으로 이에 대한 명확한 설명이 필요할 것이다.

Utkin의 연구와는 다른 가상의 상태를 정의하여 같은 결과를 얻을 수 있는 연구가 Park에 의해서 연구되었다.[4]

그의 연구에서 상태  $z$ 는 다음과 같이 정의된다. 계통 (3)에 대한 가제어 표준형으로 변환한다.

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u \quad (11)$$

가상상태에 대한 동특성은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{z} = E z + a_n z_1 + u_1 \quad (12)$$

여기서  $u_1 = \frac{du_0}{dt}$ ,  $E = [0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n-1}]$

이상에서 살펴본 바와 같이 Park에 의한 적분 슬라이딩 모드 제어기는 Utkin의 방법과 비교해서 구성과정은 다소 복잡하나 식(6)(7)에서와 같은 문제점은 없다.

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션

다음과 같은 계통에 대해서 살펴보기로 한다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 529 \\ -26.7 & -118 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 119 \end{bmatrix}$$

시뮬레이션은 식(6)(7)의 이론적인 문제점을 가지고 전개된 Utkin의 적분슬라이딩 모드제어기에 대해서 시뮬레이션을 실행하였을 때 Park의 적분 슬라이딩모드 제어기와 같은성능을 가질 수 있는가의 여부에 초점을 맞추어 실행하였다. 그림1과 그림2는 외란이 존재하지 않는 계통에 상태피드백 입력을 가했을 때의 동특성과 외란이 존재하는 경우에 적분 슬라이딩 모드제어기를 적용한 경우의 동특성 오차를 나타낸 그림이다.

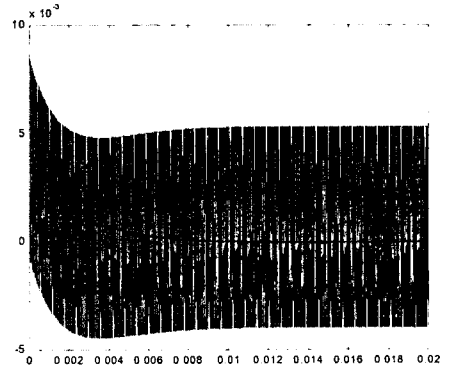


그림 1. 공칭 계통의 응답과 외란 존재시 Utkin 슬라이딩모드제어기와의 오차

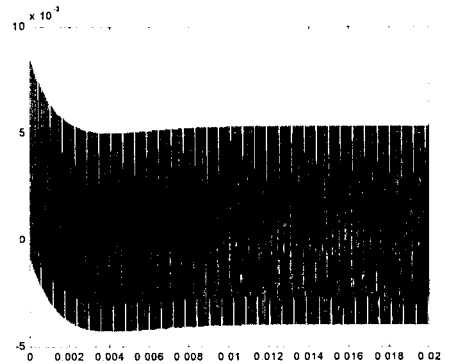


그림 2. 공칭 계통의 응답과 외란 존재시 Park 슬라이딩모드제어기와의 오차

시뮬레이션 결과 두 적분 슬라이딩 모드 바람직한 성능을 가질 수 있음을 알 수 있었다.

### 4. 결 론

슬라이딩 모드제어에 있어서 전체 응답기간동안에 이러한 둔감성을 가질 수 있도록 하기 위해서 적분 슬라이딩 모드 제어 기법이 제안되었고 이 방법은 공칭 시스템에 대해서 공칭 제어입력을 미리 결정해 놓고 그 공칭 시스템

의 응답특성과 같은 동특성을 갖도록 슬라이딩 평면을 결정하는 방법이다. 공칭 제어입력을 결정하는데 있어서 다양한 제어방법을 적용시킬 수 있기 때문에 제어 성능면에서 다른 제어기법의 성능을 그대로 유지하면서 슬라이딩 모드제어의 강인성을 가질 수 있다는 장점이 있다. 두 가지 형태의 적분 슬라이딩 모드제어기를 살펴보는 데 있어서 시뮬레이션상에서 제대로 성능이 나옴을 확인하였고 이론상의 보완이 필요함을 지적하였다.

### [참고문헌]

- [1] J. Y. Hung, W. Gao, J.C. Hung, Variable structure control : A survey, IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp.2-22, 1993.
- [2] V. I. Utkin, *Sliding modes and their application in variable structure systems*. Moscow, Mir Publishers, 1978.
- [3] V. I. Utkin, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, Taylor & Francis, 1999.
- [4] S. K. Park, H. K. Ahn, "Robust controller design with novel sliding surface-linear optimal control case," IEE Proc.-Control Theory and Application., Vol.146, No.3, pp.242-246, May 1999.
- [5] D. E. Kirk, "*Optimal control theory-An Introduction*", Prentice-Hall, 1970.
- [6] Lewis, "Applied optimal control and estimation", Prentice-Hall, 1999.