

Networked Control System의 안정도 분석에 관한 연구

정준홍\*, 최수영\*, 이종성\*\*, 박기현\*  
 \*성균관대학교 정보통신공학부, \*\*부천대학교 컴퓨터제어학과

A Study on the Stability Analysis of Networked Control System

Joonhong Jung\*, Sooyoung Choi\*, Jongsung Lee\*\*, Kiheon Park\*  
 \*School of Information and Communication Eng., SungKyunKwan Univ.  
 \*\*Dept. of Computer Control Eng., Bucheon College

**Abstract** - Recently, NCS(Networked Control System) is widely used in distributed control system design. The insertion of the network in the feedback control loop makes the analysis and design of NCS complex. Especially, the network-induced delay can vary the system stability and even destabilizes the entire control system. This paper deals with the stability analysis method of NCS. Also, we analyze the influence of sampling period and network-induced delay on power plant stability.

1. 서 론

전기전자 및 통신분야의 급속한 발전은 제어시스템을 점점 더 복잡하고 정교하게 진보시키는 계기가 되었으며, 이에 따라 제어대상 플랜트를 대규모화시키는 결과를 가져왔다. 대규모 시스템을 제어하기 위해서는 이를 구성하고 있는 다양한 장치들을 상호 연결, 제어할 수 있도록 분산형 제어 시스템(Distributed Control System) 구축이 필수적이며, 각각의 장치들을 제어·감시하기 위한 각종 정보(입·출력, 상태정보 등)를 실시간으로 전송할 수 있는 통신수단이 요구된다. 최근, 이러한 통신방법으로 CAN(Controller Area Network), Ethernet, ControlNet 등 다양한 네트워크를 이용하는 NCS(Networked Control System)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[1]~[3].

NCS는 각종 제어장치를 하나의 말단시스템(Node)으로 간주하고, 이를 네트워크 버스에 연결시켜 제어계의 폐루프 경로가 네트워크 공유매체를 통해 구성되도록 하는 방식으로, 기존 제어장치간 연결에 사용되던 Point-to-Point 접속 방식에 비해 제어시스템의 배선을 현저히 감소시키고, 플랜트 확장시 기존 시스템과의 호환성을 향상시킬 뿐만 아니라, 시스템 유지·보수 등을 용이하게 만드는 등의 장점을 가진다. 그러나, 공유매체를 통해 데이터를 전송하는 네트워크를 폐루프 제어계에 도입하면서, 네트워크 지연시간(Network-Induced Delay)이나 데이터전송 오류(Data Transmission Error)등의 네트워크 불확실성을 제어시스템 설계문제에 추가적으로 반영해야 한다는 단점을 가지고 있다[1],[2].

본 논문에서는 NCS 설계시 가장 우선적으로 고려해야할 네트워크 지연시간에 따른 폐루프 제어시스템의 안정도를 판별할 수 있는 방법을 살펴보고, 이를 동기발전기 단기무한 모션 모델에 적용하였다. 그 결과, 샘플링 주기와 지연시간에

대한 발전계통의 안정영역을 도식적으로 나타내었으며, 네트워크 지연시간이 전체 시스템의 안정도에 미치는 영향을 분석하였다. 2절에서는 NCS의 전반적인 구조와 이에 대한 안정도를 판별할 수 있는 조건을 살펴보고, 3절에서는 상태 방정식 형태의 발전계통 모델을 유도하며, 이를 4절의 시뮬레이션에 적용함으로써 네트워크 지연시간에 따른 발전계통의 안정도 변화를 분석하였다.

2. NCS(Networked Control System)

2.1 NCS 모델

다음과 같은 선형시불변 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,  $x(t) \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ ,  $u(t) \in \mathcal{R}^{l \times 1}$ ,  $y(t) \in \mathcal{R}^{m \times 1}$

이 때, 전체 시스템을 안정화시키는 제어기의 형태는,

$$u(kh) = -Kx(kh), \quad k=0, 1, 2, \dots \tag{2}$$

식(1), (2)의 시스템과 제어기를 이용하여 NCS를 구성할 경우 플랜트, 네트워크, 센서, 그리고 구동장치(Actuator)를 포함하는 전체 시스템은 <그림 1>과 같이 나타낼 수 있다.

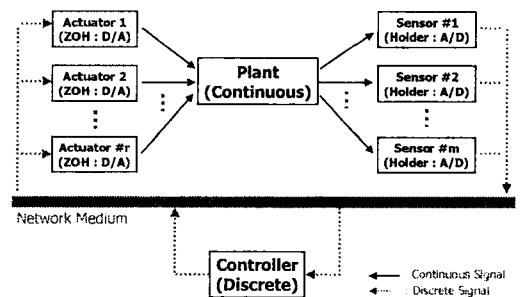


그림 1. 일반적인 NCS 모델  
 Fig 1. A typical NCS model

위와 같은 NCS 모델에서 한 샘플링 주기동안 이루어지는 전체 제어계의 신호흐름은 플랜트출력→센서(A/D)→네트워크(지연시간)→이산제어기→네트워크(지연시간)→구동장치(D/A)→플랜트입력과 같은 순서로 나타낼 수 있다. 여기서, k번째 샘플링 구간에서 센서부터 이산제어기, 이산제어기부터 구동장치 사이의 네트워크 지연시간에 대한 합을  $\tau_k$ 로 표현하고, 플랜트에 전달되는 제어입력을

$u(t^+)$ 로 표현하면(단,  $\tau_k < h$ ),

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad t \in [kh + \tau_k, (k+1)h + \tau_{k+1}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t^+) &= -\mathbf{K}\mathbf{x}(t - \tau_k), \quad t \in (kh + \tau_k, k=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)에서  $u(t^+)$ 가 의미하는 바는, 한 샘플링 구간동안 플랜트에 가해지는 제어입력이 지연시간  $\tau_k$ 를 기준으로 달라지는 구간연속 신호임을 나타내며, 이를 타이밍선도로 표현하면 <그림 2>와 같다.

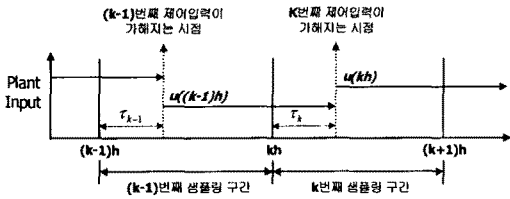


그림 2. 네트워크 지연시간을 고려한 제어입력의 타이밍선도  
Fig 2. Timing diagram for the control input with network-induced delay

따라서, 이산제어기와 네트워크 지연시간을 고려한 전체 시스템은 아래와 같이 표현할 수 있다[1],[2],[4].

$$\begin{aligned} \mathbf{x}((k+1)h) &= \overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(kh) + \overline{\mathbf{B}}_0(\tau_k)\mathbf{u}(kh) \\ &\quad + \overline{\mathbf{B}}_1(\tau_k)\mathbf{u}((k-1)h) \\ \mathbf{y}(kh) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(kh) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \overline{\mathbf{A}} &= e^{\mathbf{A}h}, \quad \overline{\mathbf{B}}_0(\tau_k) = \int_0^{h-\tau_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{B} ds \\ \overline{\mathbf{B}}_1(\tau_k) &= \int_{h-\tau_k}^h e^{\mathbf{A}s} \mathbf{B} ds \end{aligned}$$

## 2.2 네트워크 지연시간에 따른 안정도 판별

식(4)에서  $(k+1)$ 번째의 상태벡터  $\mathbf{x}((k+1)h)$ 에 영향을 미치는 항은  $k$ 번째 상태벡터  $\mathbf{x}(kh)$ ,  $k$ 번째 제어입력  $\mathbf{u}(kh)$ , 그리고 네트워크 지연시간으로 인해 부가적으로 나타난  $(k-1)$ 번째 제어입력  $\mathbf{u}((k-1)h)$ 로 구성됨을 알 수 있다. 즉, 피드백 시스템에 네트워크를 도입함으로써  $\mathbf{u}((k-1)h)$ 이라는 여분의 오차 항이 발생했다고 생각할 수 있으며, 이를 원 시스템의 상태벡터에 포함시켜 나타내면,

$$\tilde{\mathbf{x}}((k+1)h) = \tilde{\mathbf{A}}(\tau_k) \tilde{\mathbf{x}}(kh) \quad (5)$$

$$\text{여기서, } \tilde{\mathbf{A}}(\tau_k) = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{A}} - \overline{\mathbf{B}}_0(\tau_k)\mathbf{K} & \overline{\mathbf{B}}_1(\tau_k) \\ \dots & \dots \\ -\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(kh) = [\mathbf{x}^T(kh) : \mathbf{u}^T((k-1)h)]^T$$

네트워크 지연시간이 일정한 값을 가진다면  $\tau_k$ 는 상수값을 가지고 결과적으로 식(5)를 선형시불변 이산시스템으로 간주할 수 있다[1],[2]. 여기서, 선형시불변 이산시스템이 점근안정(Asymptotically Stable)할 필요충분조건은 시스템행렬의 고유값이 모두 단위원 내에 있을 조건이므로, 식(5)로 표현된 NCS가 점근안정할 필요충분조건은 행렬  $\tilde{\mathbf{A}}$ 의 고유값이 모두 단위원 내에 있어야 한다.

## 3. 발전계통 모델링

본 논문에서 NCS의 안정도분석을 위해 선정한 대상 플랜트는 동기발전기로서 전송선을 통해 대규모 시스템에 연결된 단기 시스템의 형태이며, 이를 발전계통에 대한 안정도 해석에 주로 사용되는 무한모선 모델로 표현하면[5],

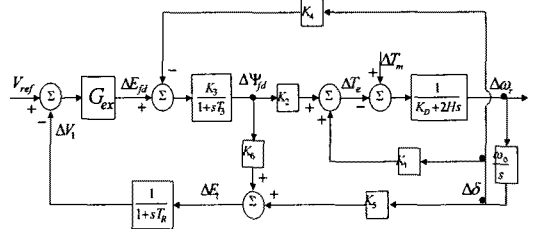


그림 3. 동기발전기의 블록선도  
Fig 3. Block diagram of a synchronous generator

<그림 3>에서  $\Delta\delta$ 는 동기 토크각 변동,  $\Delta\omega_r$ 은 동기각속도 변동,  $\Delta T_m$ 은 기계적 토크입력 변동, 그리고  $\Delta T_e$ 는 전기적 토크입력 변동을 나타내며,  $1/(1+sT_R)$ 과  $G_{ex}$ 는 다이리스터 여자기 부분이다. 위의 블록선도에 대한 상태방정식 형태의 선형화 모델을 구하기 위해 각각 상태변수  $\mathbf{x}^T(t) = [\Delta\omega_r \ \Delta\delta \ \Delta\psi_d \ \Delta v_1]$ , 제어입력  $\mathbf{u}(t) = \Delta v_s$ , 외란  $\xi_d(t) = \Delta T_m$ , 그리고 시스템 출력  $\mathbf{y}(t) = \Delta\omega_r$ 을 설정한 후, 선형화 과정을 거쳐 정리하면 최종적으로 식(6)과 같은 상태방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\xi_d(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{여기서, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{K_2}{2H} & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_3 K_4}{T_3} & -\frac{1}{T_3} & -\frac{K_3 G_{ex}}{T_3} \\ 0 & \frac{K_5}{T_R} & \frac{K_6}{T_R} & -\frac{1}{T_R} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_3 G_{ex}}{T_3} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

## 4. 시뮬레이션

아래와 같은 발전계통모델을 고려하자[5].

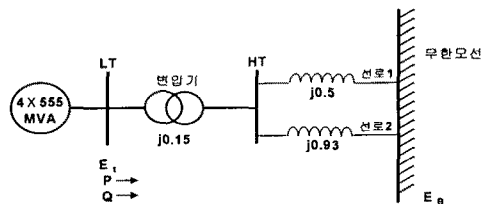


그림 4. 무한모선에 연결된 발전계통모델  
Fig 4. Power system model connected with a infinite bus

(그림 4)는 무한모션에 연결된 동기발전기의 계통모델로서, 3장의 식(6)으로 표현된 상태방정식을 구할 수 있고, 각각의 파라미터들을 참고문헌[5, pp.843]의 선로상태와 동작 조건을 이용하여 결정하면,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0.14 & -0.13 & 0 \\ 376.99 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2 & -0.48 & -27.42 \\ 0 & -5.31 & 19.67 & -50.00 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 27.42 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

위와 같이 표현된 발전계통의 극점(pole)은  $0.39 \pm j7.77$ ,  $-17.77$ ,  $-33.49$  이므로, 폐루프면에 극점을 갖는 불안정한 시스템임을 알 수 있다. 이러한 불안정한 발전계통을 안정화시키기 위해서 상태게환을 통해 폐루프 시스템의 극점을  $(0.1, 0.2, 0.25, 0.35)$ 의 안정한 영역으로 배치시키는 식(2)의 이산제어기를 사용하였다.

위에서 구한 발전계통 모델과 이산제어기를 NCS로 구현할 경우, 전체 시스템의 안정도 변화를 시뮬레이션 한 결과는 아래 그림과 같다.

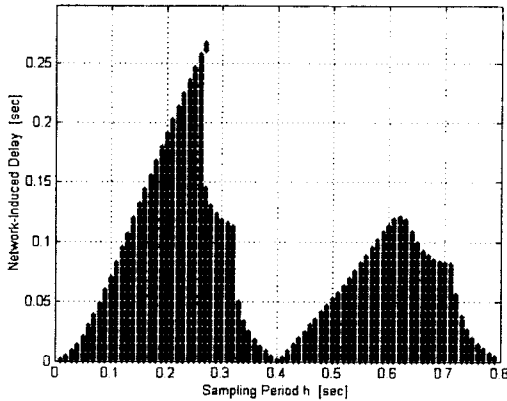


그림 5. 발전계통의 안정영역  
Fig 5. Stability region of power system

(그림 5)에서 x축은 샘플링 주기, y축은 지연시간을 나타내며, \*로 표시된 부분이 전체 시스템의 안정도가 보장되는 영역이다. 여기서, 일반적인 이산제어계에서는 샘플링 주기가 작을수록 시스템 성능이 향상되지만, NCS에서는 샘플링 주기가 너무 작을 경우 전송해야 할 데이터 양과 샘플링 주기 대 지연시간의 비가 증가하기 때문에 전체 시스템의 안정영역이 줄어들고 있음을 알 수 있다.

(그림 6)은 샘플링 주기  $h=0.2$ [sec],  $\xi_d(t)=10$ ,  $t \in [2, 3)$ 인 구형파 외란을 인가하였을 때, 네트워크 지연시간을 증가시키면서 이에 따른 발전계통의 출력변화를 나타낸 것이다. 이로부터, 지연시간이 증가함에 따라 시스템이 외란에 대한 영향을 감쇠시키지 못해 점점 불안정해 지는 것을 확인할 수 있으며, 지연시간이 (그림 5)에 표시된 불안정영역에

속할 경우(즉,  $\tau \geq 0.193$  [sec]), 실제 출력도 발산하게 되어 전체 시스템이 불안정함을 확인할 수 있다.

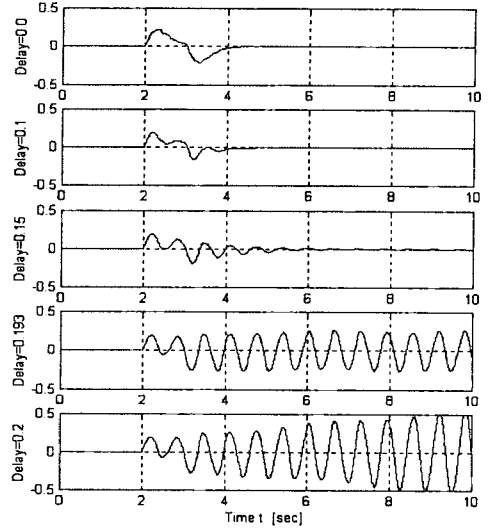


그림 6. 네트워크 지연시간에 따른 발전계통의 출력  
Fig 6. Power system outputs due to network-induced delay

## 5. 결 론

본 논문에서는 NCS의 안정도를 판별하는 방법을 살펴보고, 이를 동기발전기 단기무한모션 모델에 적용하였다. 그 결과, (그림 5)와 같이 각 샘플링 주기와 지연시간에 대해서 전체 시스템의 안정도가 보장되는 영역을 도식적으로 구하였으며, 네트워크 지연시간에 따른 시스템의 출력변화를 분석하였다. 향후, 본 논문의 연구결과를 실제 발전계통을 CAN(Controller Area Network)과 같은 네트워크를 통해 제어할 경우, 전체 시스템의 성능평가 및 안정도 분석에 적용하고자 한다.

## [참 고 문 헌]

- [1] Special Section on Networks & Control, IEEE Control Systems Mag., Vol. 21, No. 1, pp 22~99, Feb. 2001.
- [2] Michael S. Branicky, Stephen M. Phillips, and Wei Zhang. "Stability of Networked Control Systems : Explicit Analysis of Delay", Proc. ACC., Chicago, Illinois, pp 2352~2357, June 2000.
- [3] Gregory C. Walsh, Hong Ye, and Linda Bushnell, "Stability Analysis of Networked Control Systems", Proc. ACC., San Diego, California, pp 2876~2880, June 1999.
- [4] Karl J. Åström and Björn Wittenmark, Computer-Controlled Systems : Theory and Design, Prentice-Hall, 1997.
- [5] P. Kunder, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, 1993.