

## 외팔보의 능동 진동 제어를 위한 $H_2$ 제어기 설계

최 수영\*, 고 강웅\*\*, 이 종성\*\*\*, 박 기현\*  
 \*성균관 대학교, \*\*삼성전자 매카트로닉스센터, \*\*\*부천대학

### $H_2$ Controller Design for Active Vibration Control of A Cantilever Beam

Sooyoung Choi\*, Kangwoong Ko\*\*, Jongsung Lee\*\*\*, Kiheon Park\*  
 \*SungKyunKwan University, \*\*Samsung Electronics co. Ltd., \*\*\*Bucheon college

**Abstract** - This paper presents the control and the performances of a  $H_2$  controller for active vibration control of a cantilever beam.

Electromagnets are used as actuators and a laser sensor is used to measure the position of the bending beam. The transfer function of the beam is obtained via the modal analysis of the free vibration equation. The performance of the controller are verified by experimental results.

전달함수  $P_m(s)$ 를 구하여 최종적으로  $P_c(s)P_m(s)$ 로서 전달함수  $P(s)$ 를 구한다.

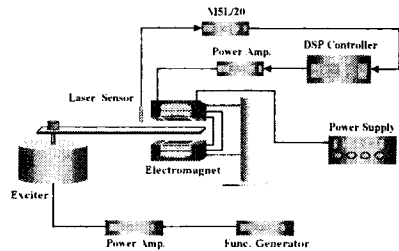


그림 1. 능동 진동 제어 시스템

Fig. 1. An active vibration control system

### 1. 서 론

유연 구조물의 능동 진동 제어에 관한 많은 연구가 이루어져 왔으며[1,2,3,4,6], 대부분의 연구와 개발이 작동기(actuator), 감지기(sensor)와 제어 시스템을 갖춘 구조를 다루었다. 능동 진동 제어에 사용되는 작동기 및 감지기의 재료로는 형상기억 합금, 전자기 유체, 압전 세라믹, 전자석이 있다. 전자석은 비접촉식 제어 설계에 유용하며, 자기부상시스템, 자기 베어링, 전자석 감쇠기 등에 작동기로서 사용되어져 왔다. 본 논문에서는 먼저 전자석이 작동기로서 외팔보(cantilever beam)의 감쇠를 개선하는데 사용되었으며, 레이저(laser) 감지기가 보의 굽힘 변위를 측정하는데 사용되어 졌다. 기준 입력의 추종, 외란 및 측정잡음의 영향 제거에 효율적이며 좋은 성능과 양호한 안정도를 보이는  $H_2$  제어 이론을 외팔보 시스템에 적용하여 능동 감쇠 문제를 효과적으로 해결하는  $H_2$  제어기를 설계하였다. 실험은 크게 2가지의 경우에 대하여 행하여 졌으며, 먼저 진동폭이 가장 큰 1차 모드의 고유주파수인 32.4Hz 근처에서의 진동 수준을 최소화하고 순간적인 외부의 힘에 의해 진동이 발생할 때 그 진폭의 크기와 안정화시간(settling time)을 자유진동 때보다 세어기를 동작시킨 경우 효과적으로 줄이는지에 대해 알아보았다. 또한 세어 실험 구간인 20Hz~40Hz의 1차 모드 고유주파수의 영향하에서 실험을 실시하여 능동 진동 제어 시스템의 전자력이 작용하였을 때와 작용하지 않았을 때의 진동감쇠 효과를 확인하였다.

### 2. 진동 제어 시스템의 모델링

능동 진동 제어를 위한 전체 시스템의 실험적 구성도를 그림 1.에 나타내었다. 본 실험의 제어목적은 전자석 작동기의 입력 전류를 제어하여 외팔보의 감쇠를 증가시켜 줄 수는데 있으며, 외팔보의 굽힘 변위를 레이저 감지기로 측정하였다. 실험 장치의 피드백 제어 시스템 모델은 그림 2.에 나타내었으며, 플랜트  $P(s)$ 는 전자석의 입력 전압으로부터 레이저 감지기의 출력 전압까지의 전달함수를 나타낸다. 먼저 보(beam)에 가해지는 힘  $f(t)$ 로부터 굽힘 변위  $y(t)$ 까지의 전달함수  $P_c(s)$ 를 구하고, 다음으로 전자석 구동기의 입력 전압으로부터 보에 가해지는 전자력까지의

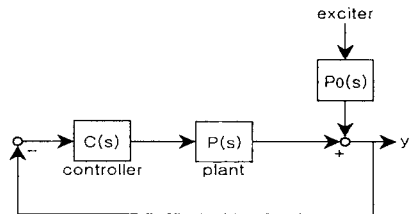


그림 2. 피드백 제어 시스템의 모델링

Fig. 2. The modeling of the feedback control system

### 2.1 보의 전달함수 $P_c(s)$

단위길이 당 가해지는 횡방향의 힘을  $f(x, t)$ , 굽힘 변위를  $y(x, t)$ 로 표기하는 그림 3.과 같은 한쪽은 고정되어 있고 다른 끝단은 자유로운 외팔보를 고려하자.

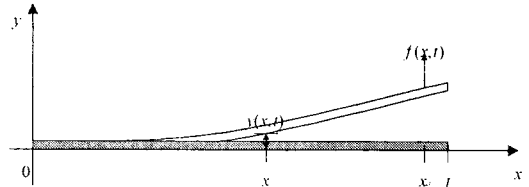


그림 3. 고정 자유단의 보

Fig. 3. The clamped free beam

보의 횡방향 진동에 대한 모델은 다음과 같은 미분방정식으로 잘 알려져 있다[5].

$$-EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + f(x, t) = m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (0 < x < L) \quad (1)$$

모달 해석에 의해 이 방정식의 해를 다음과 같이 놓을 수 있으며,

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \cdot q_r(t) \quad (2)$$

여기서  $Y_r(x)$ 는 보의  $r$ 번째 모드 함수를 나타내며,  $q_r(t)$ 는 시간 함수를 나타낸다. 본 논문에서는 단지 제1차 모드와 2차 모드에 대해서만 고려하게 되므로 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$P_r(s) = \frac{Y_1(x_a)Y_1(x_s)}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2} + \frac{Y_2(x_a)Y_2(x_s)}{s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2} \quad (3)$$

## 2.2 전자석의 전달함수 $P_m(s)$

히스테리시스(hysteresis)의 비선형 현상을 피하기 위하여 푸시-풀(push-pull) 형태의 전자석[6]을 직접 제작하였으며, 효과적인 제어를 위해서 그림 4.에서 보이는 것처럼 코일(coil)을 기준 코일과 제어 코일로 분리하여 감았다. 또한 2개의 전자석 양쪽의 기준 코일의 연결 방향은 같으며, 제어 코일의 연결 방향은 반대 방향이다. 제어 입력 전류  $i_c(t)$ 와 보에 작용하는 전자력  $f_0(t)$  사이의 입출력 관계식을 얻기 위해 okada 논문[6]을 참조하였으며 다음의 관계가 성립한다.

$$f_0(t) = \frac{2\mu_0 S_g N_B N_c I_B}{l_g^2} \cdot i_c(t) \quad (4)$$

여기서  $\mu_0, S_g, N_B, N_c, I_B$ 와  $l_g$ 는 각각 자유공간의 투자율, 전자석의 단면적, 기준 코일의 권선수, 제어 코일의 권선수, 기준 코일에 흐르는 전류와 전자석과 외팔보와의 간극 거리를 나타낸다. 전자석 회로는 다음의 식(5)로 모델링 되기 때문에

$$e_c(t) = R_c i(t) + L_c \frac{di_c(t)}{dt} \quad (5)$$

전달함수  $P_m(s) = F_0(s)/E_c(s)$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P_m(s) = k \cdot \frac{2\mu_0 S_g N_B I_B}{l_g^2} \cdot \frac{1}{L_c s + R_c} \quad (6)$$

여기서  $k$ 는 모델링의 불확실성을 조절하는 상수이며 실험적으로 결정하였다.

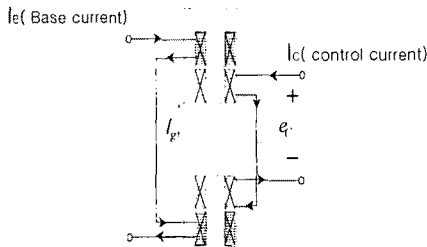


그림 4. 푸시-풀 형태의 전자석  
Fig. 4. The push-pull type electromagnet

## 2.3 전체 시스템의 전달함수

방정식 (3)과 (6)을 조합하여, 전체 전달함수  $P(s)$ 를 구하면 다음과 같으며

$$P(s) = k \cdot k_l \cdot \frac{2\mu_0 S_g N_B N_c I_B}{l_g^2} \cdot \frac{1}{L_c s + R_c} \cdot \left( \frac{Y_1(x_a)Y_1(x_s)}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2} + \frac{Y_2(x_a)Y_2(x_s)}{s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2} \right) \quad (7)$$

여기서  $k_l$ 는 레이저 감지기의 이득을 나타낸다. 위의 방정식에서 대부분의 매개변수들은 실제 실험 시스템으로부터 측정하여 구하였다. 중요한 매개변수  $\omega_1, \omega_2, \zeta_1, \zeta_2$ 와  $k$ 는 식(7)의 전달함수를 이용하여 시스템을 시뮬레이션 한 신호와 실제 시스템의 신호를 비교하여 실험적으로 결정하였다. 계단 함수(step function)와 정현파(sinusoidal) 신호가 과도상태와 정상상태 응답을 비교하기 위한 시험 입력으로 각각 사용되었으며, 이러한 과정을 거쳐 우리가 최종적으로 얻은 전달함수는 다음과 같다.

$$P(s) = 581.795 \cdot \frac{1.4925}{s + 334.3} \quad (8)$$

$$\cdot \left( \frac{1.3072}{s^2 + 10.178s + 41445} + \frac{-1.4451}{s^2 + 63.27s + 1601200} \right)$$

여기서  $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.025, \omega_1 = 203.58(\text{rad/sec}),$

$\omega_2 = 1265.39(\text{rad/sec})$ 이다.

## 3. 제어기 설계 및 실험결과

### 3.1 $H_2$ 제어기 설계

그림 5.는 제어기  $K(s)$ 가 포함된 피드백 시스템의 표준화 플랜트(Generalized Plant)모델[7]의 블록도이며,  $P(s)$ 는 앞에서 구한 실제 시스템의 전달함수이다.  $u, r, m, d$ 는 각각 제어 입력, 기준 입력, 측정 잡음, 외란(disturbance)을 나타내며,  $z_1, z_2$ 는 조정 변수를 나타낸다. 스퍼illover(overflow)현상을 억제하고, 외란(disturbance)을 제거하기 위해  $W_1$ 에서  $W_7$ 까지의 가중치함수(weighting function)를 두게 되며, 새로운 플랜트(plant)모델인  $G(s)$ 에 대하여  $H_2$  제어기  $K(s)$ 를 설계한다.

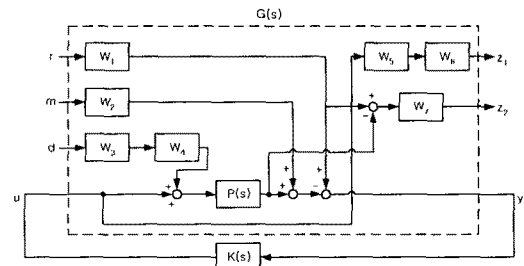


그림 5. 표준화 플랜트 모델의 블록도  
Fig. 5. Block diagram of the GP model

먼저 시스템의 보다 나은 능동 감쇠 효과를 얻기 위해 외팔보의 속도를 피드백 하였으며 이를 위해 전달함수  $P(s)$ 에  $s$ 항을 첨가시켜 제어기를 설계하였다. 본 논문의 진동제어 시스템은 여러 가지 외란 요소에 대하여 외팔보의 변위를 0으로 유지하는 조정(regulating)문제이므로 기준 입력  $r$ 을 0으로 한다. 외란과 측정 잡음의 조정은 서로 상반 관계(trade-off)에 있으나 일반적으로 외란은 저주파 성분이 많고, 측정 잡음은 고주파 성분이 많다는 특징을 지니고 있으므로 이러한 특징이 반영되도록 가중치를 적절히 변화시키며 시뮬레이션을 통하여 제어기를 설계하였다. 외란 요소를 제거하기 위해  $W_1$ 에 저주파 필터(Lowpass filter)형태의 가중 함수를 두었으며, 가중치  $W_3$ 의 값을 30~3000까지 바꾸어 가며 제어기를 설계하였다. 처음에는  $W_3$ 의 가중 함수를 고려하지 않고 제어기를 설계하였는데, 실제 시스템에 적용하여 실험을 실행한 결과 1차 모드의 주파수  $f_1 = 32.4\text{Hz}$

의 정현파 신호를 가진기(exciter)에 가했을 때 감쇠 효과를 확인 할 수 있었으나, 0.01초 동안의 임펄스(impulse) 전압을 전자석 작동기에 가했을 때는 응답이 발생하지 않고 미세한 진동이 계속하여 제어기를 작동시켰을 때도 발생을 하였다. 이러한 현상은 우리가 구한 전달 함수  $P(s)$ 가 시스템에 가장 크게 영향을 미치는 1차 모드와 다음으로 크게 영향을 미치는 2차 모드까지만 고려하여 모델링을 하였으므로 실제에 있어서는 2차 모드 이상의 진동 주파수의 영향으로 스필오버현상이 영향을 미치는 것으로 생각되었다. 이러한 현상을 없애기 위해 측정 잡음쪽의 가중치  $W_2$ 에 가중함수를 적용하여 보았으나 별 효과를 얻지 못하였다. 그 이유는 진동 제어 시스템 특성 상 제어 대상인 플랜트의 뒷 단에서는 제어력에 크게 영향을 미치지 못하기 때문이다.  $W_2$ 에 가중함수를 2차 모드에서의 영향을 줄이기 위해 필터(filter)를 달아 주었으며, 시스템의 플랜트 앞단의 제어력에 영향을 미치도록 하였다. 또한 가중치  $W_6$ 의 값을 10~50까지 바꾸어 가며 제어기를 설계하여 스필오버 현상을 없앨 수가 있었다.

$$W_1 = \frac{1}{s+0.01}, W_2 = 0.1, W_3 = 300, \quad (9)$$

$$W_4 = \frac{10}{s+10}, W_5 = \frac{s+1800}{s+1500}, W_6 = 20, W_7 = 1000$$

### 3.2 실험 결과

그림 6은 0.01초 동안 임펄스 전압을 전자석 작동기에 가했을 때 제어기를 동작하지 않은 상태의 응답을 나타내고 있다.

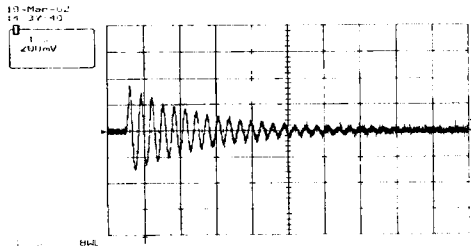


그림 6. 개루프에서의 임펄스 응답  
Fig. 6. The response to a impulse(open loop)

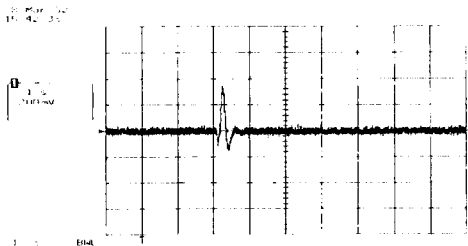


그림 7. 폐루프에서의 임펄스 응답  
Fig. 7. The response to a impulse(closed loop)

그림 6에서 보이는 것처럼 제어기가 동작하지 않은 경우에는 시스템이 안정화되기까지 시간이 0.7초 정도 걸리는 것을 볼 수가 있으며, 최대 진폭의 크기가 0.35(V)가 됨을 알 수 있다.

그림 7은 제어기가 동작하는 경우에 0.01초 동안 임펄스 전압을 전자석 작동기에 가했을 때의 응답을 보이고 있다. 그림 8은 1차 모드 주파수  $f_1 = 32.4\text{Hz}$ 의 정현파 신호를 가진기(exciter)에 가했을 경우의 실험적 결과이다.

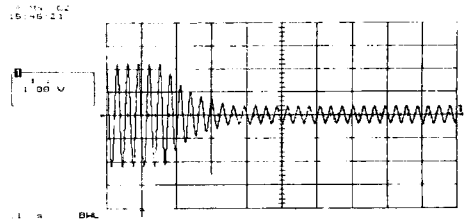


그림 8. 1차 모드 주파수의 정현파 가진기 응답 ( 피드백 제어가 t=0.16초에서 동작한 경우)  
Fig. 8. The response to the sinusoidal exciter input of the first mode frequency( The feedback controller is switched on at t=0.16sec)

## 4. 결 론

본 연구에서는 감쇠를 개선시키는  $H_2$  제어 알고리즘을 샘플링 시간이 0.001초인 DSP(TMS320C31)장비에 의해 적용하였다. 전자석의 제어 입력으로부터 외팔보의 굽힘 변위까지의 전달함수를 모달 해석적으로 구하였으며, 1차 모드와 2차 모드를 고려한 최종적인 전달함수를 실험적으로 구하여 모델이 잘 적용됨을 확인하였다. 또한 구한 전달함수를 이용하여  $H_2$  제어기를 설계하여 보의 감쇠를 효과적으로 개선시킬 수 있었으며, 외란에 대한 영향을 배제 시켰다. 유연 구조물의 능동 진동 제어에 있어 주 문제점인 모달 축소에 의해 발생하기 쉬운 스필오버현상을 서술되어진 주파수범위에서 완벽하게 억제 할 수 있었으며 설계되어진  $H_2$  제어기의 성능을 검증하였다.

- 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-00 0252-0)지원으로 수행되었음.

(참 고 문 헌)

- [1] Dosch J.J., Inman D.J., and Garcia E., "A self-sensing piezoelectric actuator for collocated control", J. of intell. Mater. Syst. and Struct., vol. 3, pp.166-185, Jan. 1992.
- [2] Hagood N.W. and Flotow A.Von, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks", Journal of Sound and Vibrations, vol. 146, no. 2, pp.243-268, 1991.
- [3] Khorrami F., Zeinoun I.J., Bongiorno J.J.Jr., and Nourbakhsh S., "Application of  $H_2$  design for vibration damping and pointing of flexible structures with embedded active materials", Proceedings of ACC, Seattle, WA, pp.4178-4182, June, 1995.
- [4] Matsuda K., Yoshihashi M., Okada Y. and Tan A.C., "Self-sensing active suppression of vibration of flexible steel sheet", Journal of Vibration and Acoustics, vol. 118, pp.469-473, July 1996.
- [5] Meirovitch L., Elements of vibration analysis, McGraw-Hill Book Company, 1986
- [6] Okada Y., Matsumoto K., and Matsuda K., "Vibration control of thin steel sheet using flux feedback magnetic actuator", MOVIC '98, Zurich, Switzerland, August, volume 3, pp.1057-1062, 1998.
- [7] Park K. and Youla D.C., "Numerical calculation of the optimal three-degree-of-freedom Wiener-Hopf controller", Int. Journal of Control, vol. 56, No. 1, pp.227-244, 1992.