

적응 퍼지 제어를 이용한 수평 회전형 도립진자 제어

박 승훈, 홍 대승, 임 화영
 광운대학교 제어계측 공학과

The Control of A Rotary Inverted Pendulum Using Adaptive Fuzzy Control

park seung hun, hong dae seung, Yim Wha-Yeong
 Dep. of Control & Instrumentation Eng. Kwangwoon UNIV

Abstract - Fuzzy controller design consists of intuition, and any other information about how to control system, into a set of rules. These rules can then be applied to the system. It is very important to decide parameters of IF-THEN rules, Because Fuzzy controller can make more adequate force to the plant by means of parameter optimization, which is accomplished by learning procedure. In this paper, we apply adaptive fuzzy controller designed to the Rotary Inverted Pendulum.

스텝 함수로 대체시킨 값이고, $u \in R$ 와 $y \in R$ 는 각각 플랜트의 측정 가능한 입력과 출력이다. 또한 θ_f 와 θ_g 는 $\tilde{X}(X)$ 와 $\hat{g}(X)$ 에서의 조절 가능한 변수들이다.

2.1.2 적응 규칙의 설계

적응 규칙은 추적 오차 e 와 파라미터 오차 $\theta_f - \theta_f^*$ 와 $\theta_g - \theta_g^*$ 를 최소화 하도록, θ_f 와 θ_g 를 수정하는 구조를 가진다. 이 시스템의 적응 규칙과 안정성을 확보하기 위해

1. 서 론

퍼지 제어는 전문가의 지식을 바탕으로 제어규칙을 언어적으로 쉽게 표현할 수 있으며, 외란에 대해 매우 강한 특성을 가질다. 또한 제어 대상의 정확한 수학적 모델링이 불가능한 경우 제어 대상의 입출력 관계만으로도 퍼지 제어가 가능하다. 적응 퍼지 제어 기법은 알지 못하는 제어 대상의 지식을 IF-THEN 규칙으로 묘사되어 전문가의 언어적 정보를 제어기에 결합할 수 있는 장점을 가지고 있다.

$$V_r = \frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{r_1} (\theta_f - \theta_f^*)^T (\theta_f - \theta_f^*) + \frac{1}{2r_2} (\theta_g - \theta_g^*)^T (\theta_g - \theta_g^*) \quad (2.4)$$

(식 2.4)와 같이 lyapunov 함수 후보를 선정한다. 여기서 r_1 과 r_2 는 양의 상수이다. $Q > 0$ 인 행렬이고, $P\Lambda + \Lambda^T P = -Q$ 를 만족하는 P 행렬이 존재한다. 추적오차 e 와 파라미터 오차 $\theta_f - \theta_f^*$ 와 $\theta_g - \theta_g^*$ 를 최소화 하는 것은 함수 V_r 를 최소화 하는 것으로 함수 \dot{V}_r 가 음수가 되도록 적응 규칙을 세우면 적응 규칙은 식(2.5)와 같다

본 논문에서는 적응 퍼지 제어기법을 이용하여 3차원 강체 운동의 비선형 동 특성을 갖는 수평 회전형 도립진자(Rotary Inverted Pendulum)를 대상으로 하여 진자(pendulum)의 각도를 제어하는 제어를 설계하였으며, 시뮬레이션을 통해 입증하여 보고자 한다.

$$\dot{\theta}_f = -r_1 e^T P b_f \xi(x) \quad \dot{\theta}_g = -r_2 e^T P b_g \eta(x) u_1 \quad (2.5)$$

2. 본 론

2.1.1 적응 퍼지 제어기 설계

적응 제어기의 목적은 출력 y 가 이상적인 출력 y_m 에 동조하도록 퍼지 시스템과 변수들을 조정하기 위한 적응 규칙을 기반으로 상태 궤환 제어를 설계하는 것이다. 적응 퍼지 제어를 설계시 입출력 동작에 관련된 IF-THEN 규칙은 식(2.1), 식(2.2)와 같다.

2.2 퍼지 제어기 설계

퍼지 제어 시스템의 구성에서 규칙기반(Rule base)과 소속함수(Membership Function)를 결정하는 것이 중요하다.

본 논문에서는 입력 변수를 수평 회전형 도립진자(Rotary Pendulum)의 진자의 각도 x_1 , 진자의 각속도 x_2 , 팔의 속도 y_1 , 팔의 각속도 y_2 로 설정한다.

출력 변수는 plant의 제어입력으로 설정하였다. 입력 변수들은 샘플링 시간마다 퍼지 규칙에 따른 출력을 결정하여 제어 입력을 만든다. 규칙 기반은 표 1과 같다.

$$\text{IF } x_n \text{ is } F_n^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^r \text{ THEN } f(X) \text{ is } C^r \quad (2.1)$$

$$\text{IF } x_n \text{ is } G_n^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } G_n^r \text{ THEN } g(X) \text{ is } D^r \quad (2.2)$$

여기서 F_n^i, C^r, G_n^i and D^r 는 퍼지 집합이고 $r = 1, 2, \dots, L_f$ and $s = 1, 2, \dots, L_g$ 이다.

퍼지 제어기의 제어 입력은 (식 2.3)과 같다.

$$u = u_1 \frac{1}{\hat{g}(x|\theta_g)} [-\tilde{X}(x|\theta_f) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (2.3)$$

룰	A	B	C	D	y^i
1	P	P	P	P	PLLL
2	P	P	P	Z	PLL
3	P	P	P	N	PL
4	P	P	Z	P	PLL
5	P	P	Z	Z	P
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
79	N	N	N	P	NS
80	N	N	N	Z	NSS
81	N	N	N	N	NSSS

여기서 $\tilde{X}(X)$ 와 $\hat{g}(X)$ 는 시스템 파라미터로 알지 못하는 비선형 함수 f 와 g 의 함수 $f(X)$ 와 $g(X)$ 를 퍼지시

표 1. IF-THEN 규칙기반

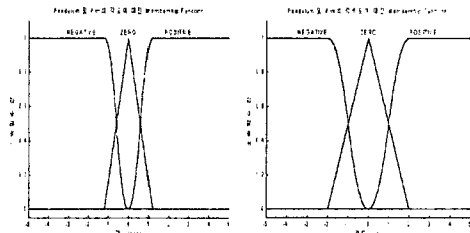
표1에서 P는 positive, N은 negative, Z는 Zero를 나타내고 y^i 의 P, L, N, S는 각각의 룰에 대한 출력을 나타낸다.

2차계의 입력 공간에서 정의되는 입력의 소속함수에 대한 $M(M=N_1 \times N_2)$ 개에 해당하는 퍼지 규칙은 식(2.6)과 같다.

$$Ru^{i_1 i_2} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^{i_1} \text{ and } A_2^{i_2} \text{ THEN } y \text{ is } y^{i_1 i_2} \quad (2.6)$$

(2.6)에서, $i_1 = 1, 2, \dots, N_1$,
 $i_2 = 1, 2, \dots, N_2$.

조건부와 결론부의 대한 소속함수는 진자와 팔의 각도에 대한 소속함수, 진자와 팔의 각속도에 대한 소속함수로 구성하였다.



(a) 진자와 팔의 각도 (b) 진자와 팔의 각속도
 그림 2. 조건부와 결론부에 대한 소속함수

또한 본 논문에서는 곱 추론엔진을 사용하였으며 식(2.7)과 같다.

$$\mu_B(y) = \max_{i=1}^M [\sup_{x \in U} (\mu_A(x) \prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(x_i) \mu_B^i(y))] \quad (2.7)$$

그리고 식(2.8)과 같은 Singleton 퍼지화를 사용하였다

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x = x^* \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.8)$$

비퍼지화는 추론 엔진을 거친 퍼지 집합을 설계값으로 사상시키는 방법으로 본 논문에서는 계산이 용이하여 가장 널리 사용되는 비퍼지화 방법중 하나인 (식 2.9)와 같은 평균중심 비퍼지화를 사용하였다.

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i y_i w_i}{\sum_{i=1}^M \mu_i w_i} \quad (2.9)$$

2.3 수평 회전형 독립진자 시스템

수평 회전형 독립진자 (Rotary Inverted Pendulum)는 그림 3과 같이 회전하는 팔 (Arm)의 끝 부분에 독립진자가 얹어져 있는 형상을 갖고 있다. 수평 회전형 독립진자의 제어 목적은 진자를 독립한 상태로 Arm을 원하는 각도로 위치하게 한다. 먼저, 독립진자의 모델링을 설명하도록 한다.

2.3.1 수평 회전형 독립진자의 모델링

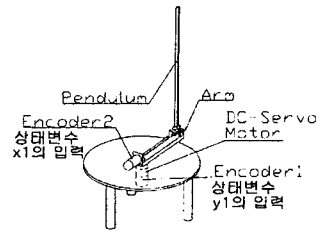


그림 3 수평 회전형 독립진자

변 수	설 명	단 위
x_1	진자의 각속도	$\dot{\theta}$ degree
x_2	진자의 각속도	$\ddot{\theta}$ degree/sec
y_1	팔의 속도	α degree
y_2	팔의 각속도	$\dot{\alpha}$ degree/sec
u	제어 입력	Newton
r	팔의 길이	0.145m
J_{arm}	팔의 관성모멘트	0.0044kgm ²
l_p	진자로부터 무게중심간 거리	0.305m
m_p	진자의 질량	0.210kg
g	중력 가속도	9.8m/sec ²

표 2. 시스템 사양

위 모델링의 시스템 방정식은 식(2.10), 식(2.11)과 같다.

$$\mu = J_{tot} \ddot{\alpha} - \frac{1}{2} m_p l_p r (\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta) \quad (2.10)$$

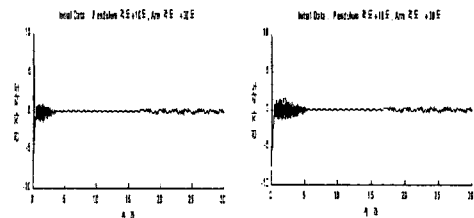
$$0 = -\frac{1}{2} m_p l_p r \alpha \cos \theta - m_p g \frac{1}{2} \cos \theta + J_{pen} \ddot{\theta} \quad (2.11)$$

3. 시뮬레이션

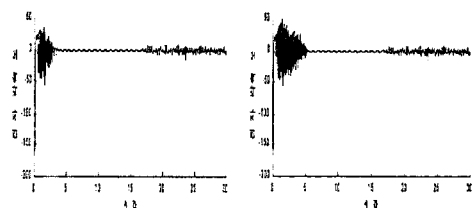
본 논문에서 제안하는 적응 퍼지 제어를 검증하고자 적응 퍼지 제어기와 퍼지제어기의 시뮬레이션을 시행하였다.

3.1 초기 조건 1

(진자의 각도가 10도이고 팔의 각도가 30도일때)



(a) 진자의 각도(적응) (b) 진자의 각도(퍼지)



(c) 진자 각속도(적응) (d) 진자 각속도(퍼지)

그림 6. 초기 조건 1에서 진자의 각도 및 각속도 제어

진자의 각도와 진자의 각속도가 퍼지 시스템의 경우 약 5~6초 정도에서 수렴하였으나 적응 퍼지 시스템의 경우 약 3~4초 정도에서 수렴함을 알 수 있다.

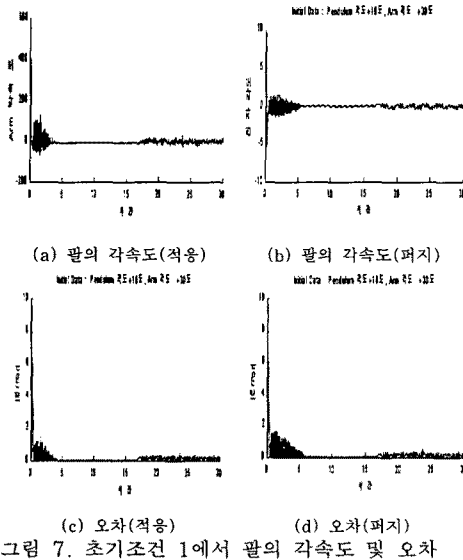


그림 7. 초기조건 1에서 팔의 각속도 및 오차

팔의 각속도가 퍼지 시스템의 경우 약 5~6초, 적응 시스템의 경우 3~4초가 지나면 수렴함을 알 수 있고, 적응 시스템의 경우 2~3초 정도에서 오차가 급격히 감소하고 수렴함을 알 수 있다.

3.2 초기 조건 2
(진자의 각도가 5도이고 팔의 각도가 -15도일때)

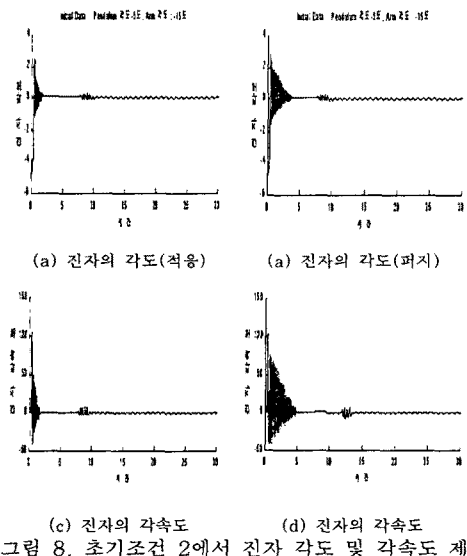
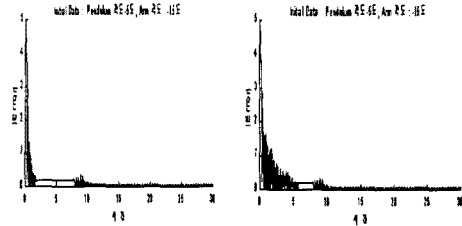


그림 8. 초기조건 2에서 진자 각도 및 각속도 제어

진자의 각도와 진자의 각속도가 퍼지 시스템에서는 약 4~5초 정도에서 수렴하고 적응 시스템에서는 약 2~3초 정도에서 수렴함을 알 수 있다.



(b) 오차(적응) (b) 오차(퍼지)
그림 9. 초기 조건 2에서 오차

오차가 퍼지 시스템에서는 약 4~5 정도에서, 적응 시스템에서는 2~3초 정도에서 오차가 급격히 감소하고 수렴함을 알 수 있다.

4. 결 론

외란과 파라미터의 변동이 심한 시스템을 제어하는 적응 퍼지 제어를 이용한 수평 회전형 도립진자의 제어는 기존의 퍼지 제어기 보다 빠르게 목표값에 도달하는 것을 알수 있었고 다양한 초기조건에서도 우수한 성능을 보임을 확인할 수 있었다. 앞으로 실험을 통하여 우수성을 확인해 볼 과제가 남아있다.

(참 고 문 헌)

- [1] Li-Xin Wang, "A Course In Fuzzy Systems & Control" Prentice Hall PTR Prentice_Hall Inc. 1997
- [2] Li-Xing Wang, "Adaptive Fuzzy Systems And Control : Design And Stability Analysis", Prentice-Hall PTR Prentice-Hall, Inc., 1994.
- [3] Li-Xing Wang, "Stable and Optimal Fuzzy Control of Linear Systems", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 1, Feb.,1998.
- [4] Benjamin C. Kuo, "Automatic Control System", 6th Edition. Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [5] J.J.E. Slotine, Weiping Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [6] G. Feng, S. G. Cao, N. W. Rees, "Analysis and Design of Fuzzy Control Systems using Dynamic Fuzzy Global Models", Fuzzy Sets and Systems, No.75, pp.47-62. 1995.
- [7] Kevin M. Passino, Stephen Yurkovich, "Fuzzy Control", Addison Wesley Longman, Inc., 1998.
- [8] E. H. Mandani, S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller", International Journal of Man-Machine Studies, 7(1):1-13, 1975.
- [9] M. Sugeno, G. T. Kang "Structure Identification of Fuzzy Model", Fuzzy Sets and Systems, 28, pp.15-33. 1988.