

GA-FSMC를 이용한 이중탱크의 정밀한 수위 제어

박현철*, 박두환*, 송홍준*, 조현우*, 이준택**
 *동아대학교 전기공학과, **동아대학교 전기전자컴퓨터 공학부

Using GA-FSMC for Precise Water Level Control of Double Tank

Hyun-Chul Park*, Doo-Hwan Park*, Hong-Jun-Song*, Hyun-Woo Jo*, Joon-Tark Lee**

*Dept. of Electrical Eng. Dong-A Univ., **Dept. Electrical Eletronic & Computer Eng. Dong-A Univ.

Abstract - Even though, tanks are used at the many industry plants, it is very difficult to control the tank level without any overflow and shortage; moreover, cause of its complication of dynamics and nonlinearity, it's impossible to realize the accurate control using the mathematical model which can be applied to the various operation modes.

However, the sliding mode controller(SMC) is known as having the robust variable structures for the nonlinear control systems with the parametric perturbations and with the sudden disturbances. It's difficult to find SMC's parameters, and SMC is bring chattering which injures actuator and increases error. In this paper, Genetic Aloglism based Fuzzy Sliding Mode Controller(GA-FSMC) for the precise control of the coupled tank level was proposed. Genetic Algolism and Fuzzy logic are adapted to find SMC's parameters and reduce the chattering.

The simulation result is shown that the tank level could be satisfactorily controlled with less overshoot and steady-state error by the proposed GA-FSMC.

1. 서 론

현대적 제어 기술의 발전에도 불구하고 산업현장에서는 고전적 제어 기법인 PID 형태의 제어가 널리 사용되고 있다. 이는 PID 제어가 간단한 제어법칙을 갖고 있으면서도 대다수의 산업 현장에서 요구하는 제어의 목적을 만족시키고 있기 때문이다. PID 제어기에서는 제어시스템의 성능에 영향을 주는 PID 파라미터 값의 동조가 중요한 과제이다. 산업현장에서 이 동조는 숙련된 기술자의 경험과 노하우를 바탕으로 이루어지고 있다. 그러나, 플랜트의 동특성(dynamics)의 변화나 외란에 의한 플랜트의 특성 변화의 경우에는 파라미터를 다시 동조 해야하는 단점이 있다. 따라서 제어기의 파라미터 자기동조에 관한 필요성과 함께 활발한 연구가 진행되고 있고, 플랜트의 동특성의 변화에 플랜트의 응답특성이 잘 추정될 수 있도록 하는 적응제어(adaptive control)에 대해서도 많은 연구가 되고있다.

그러나, 적응 제어이론들은 수학적 표현방법이 매우 어려우며, 비선형 시스템(nonlinear system)에 대한 적용이 어렵다. 최근에는 이런 비선형 시스템에 대해서도 구현하기가 쉽고, 시스템 동특성의 변화 및 외란에 강인한 SMC(sliding mode controller)가 제안되고 있다. 그러나, 슬라이딩모드 제어기의 경우, 파라미터의 설정의 어려움과 스위칭 절환면에서의 채터링(chattering)으로 시스템의 불안정화 및 액츄레이터(actuator)의 손상과 제어오차를 증가시킬 수 있다.

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어기의 파라미터 설정의 어려움과 채터링(chattering) 감소를 위해

GA(genetic algorithm)과 FLC이론을 도입한 GA-FSMC를 제안하였다. 또한 본 제어기의 성능을 평가하기 위하여, PID 제어결과와 상호 비교·검토함으로써 GA-FSMC의 우수성을 입증하고자 한다.

2. 본 론

2.1 이중 탱크 시스템의 수학적 모델링

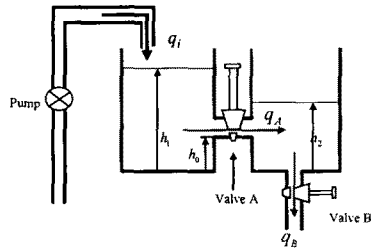


Fig.1 Coupled tank system

그림 1에서 탱크 1의 유입률 q_i 와 밸브 A의 유출률 q_A , 그리고, 밸브 B의 유출률 q_B 로 정의하면, 탱크 1 및 2에서의 유량 변화율은

$$q_i - q_A = \frac{dv_1}{dt} = S \frac{dh_1}{dt} \tag{1}$$

$$q_A - q_B = \frac{dv_2}{dt} = S \frac{dh_2}{dt} \tag{2}$$

로 각각 구해진다. 식(2)에서 q_A 와 q_B 가 모든 동작조건에서 수위 h_1 및 h_2 의 제곱근에 비례한다고 근사하면,

$$q_A = f(h_1 - h_2) = a_A c_A \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \tag{3}$$

$$q_B = f(h_2) = a_B c_B \sqrt{2g(h_2 - h_0)} \tag{4}$$

로 된다. 물은 탱크1을 통해 탱크2로 유입되므로 식(3) 근호안의 값은 양수이다. 외란 d (cm/sec)를 고려하면, 식(1), 식(2)는

$$\begin{cases} S\dot{h}_1 = u - a_A c_A \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \\ S\dot{h}_2 = a_A c_A \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - a_B c_B \sqrt{2g(h_2 - h_0)} + d \end{cases} \tag{5}$$

식(5)로 된다. 여기서,

$v_{1,2}$: 탱크 1, 2의 액체 용적 [cm³]

$h_{1,2}$: 탱크 1, 2의 수위 [cm]

S : 탱크 1과 탱크 2의 단면적 [cm²]
 $q_{A,B}$: 밸브 A,B의 유입율[cm³/sec]
 q_i : 탱크 1로의 유입율 [cm³/sec]
 $a_{A,B}$: 오리피스 A, B의 단면적 [cm²]
 $c_{A,B}$: 오리피스 A, B의 유량계수[cm³]
 h_0 : 오프셋[cm]
 g : 중력가속도[cm/sec²]

2.2 GA-FSMC

아래 식(6)에 의해 정의되는 일반적인 상태방정식에 의해 제어되는 시스템을 가정하자.

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (6)$$

여기서, $x \in R^n$: 상태 벡터, $u \in R^m$: 입력 벡터, n : 시스템의 차수, m : 입력 수를 각각 나타낸다. 이 때, 상태 x 의 요구제어 x_d 에 대한 오차 벡터 $e = x - x_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$ 로 두면, 발생하는 슬라이딩 평면 $s(e, t)$ 는 식(7)로 정의될 수 있다.

$$s(e, t) = \{e | s(e, t) = G_a^T e(t) = 0\} \quad (7)$$

이중 탱크 시스템의 경우, $g_a \in R^n$ 계수 또는 슬라이딩 평면의 기울기로 표현된다. 탱크 2의 목표 수위 h_2^* 에 대한 오차 e_{h_2} 는, $e_{h_2}^{(n-1)}$ 을 e_{h_2} 의 $(n-1)$ 차 도함수로 정의할 때,

$$e_{h_2} = h_2 - h_2^* = [e_{h_2} \ \dot{e}_{h_2} \ \dots \ e_{h_2}^{(n-1)}]^T \quad (8)$$

로 되므로, 시변 슬라이딩 평면 $s(t)$ 는 식(9)과 같이 상태공간 R^2 에서 정의된다.

$$s(e_{h_2}, t) = \left(\frac{d}{dt} + g_a \right)^{n-1} \cdot e_{h_2} = 0 \quad (9)$$

따라서, 식(9)로부터 2차 상태제어 문제는 다음의 Lyapunov 안정도조건에 의해,

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\lambda |s| \quad (10)$$

$$\dot{s} \leq -\lambda \cdot \text{sgn}(s)$$

와 같은 조건을 만족하면, $s \rightarrow 0$ 이 되는 1차 안정화 문제로 간략화할 수 있다. 즉, 슬라이딩 평면은 $s = g_a \cdot e + \dot{e}$ 와 같이 정의될 수 있다.

식(10)로부터 유도된 제어입력은 다음과 같다.

$$u = u_{smc} - k \cdot \text{sgn}(s) \quad (11)$$

여기서,

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} +1, & s > 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$$

이다. 여기서 제어입력의 첫 번째항은 u_{smc} 는 모델기준 입력이고, 두 번째항 $k \cdot \text{sgn}(s)$ 는 모델에 존재하는 불확실성을 보상하기 위한 항이다. 슬라이딩 영역으로 진입하게 되면, 식(11)의 첫 번째 항 u_{smc} 는 식(13)과 같이 종래의 PID 제어기에 의해 발생하는 등가 제어 입

력 u_{eq} 로 변환된다.

$$u_{eq} = -u_0 - (K_P \cdot e_{h_2} + K_I \cdot \int e_{h_2} \cdot dt + K_D \cdot \dot{e}_{h_2}) \quad (12)$$

식(11)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = u_{eq} - k \cdot \text{sgn}(s) \quad (13)$$

또한, 일반화된 스위칭 동작을 행하는 SMC의 이득 파라미터들은

$$u_0 = \begin{cases} u_{11}, & s < 0 \\ u_{12}, & s > 0 \end{cases} \quad K_P = \begin{cases} K_{P1}, & e_{h_2} \cdot s < 0 \\ K_{P2}, & e_{h_2} \cdot s > 0 \end{cases}$$

$$K_I = \begin{cases} K_{I1}, & \dot{s} < 0 \\ K_{I2}, & \dot{s} > 0 \end{cases} \quad K_D = \begin{cases} K_{D1}, & \dot{e}_{h_2} \cdot \dot{s} < 0 \\ K_{D2}, & \dot{e}_{h_2} \cdot \dot{s} > 0 \end{cases} \quad (14)$$

로 정의된다. 모든 스위칭 조건에 상태 변수가 곱해 진 것은 실제 시스템의 상태를 요구제어에 빠르게 추종시키기 위한 것이며, 특히, 스위칭 파라미터 K_I 및 K_D 에 스위칭 조건으로 s 를 사용한 경우 보다 \dot{s} 등과의 승산치를 사용하게 되면, 상태에 따라 구조의 변화가 더욱 빨라지게 되므로 고속의 양호한 응답특성이 기대될 수 있다. 식(15)와 같이 GA에 의해 식(14)의 8개 이득 파라미터들과 $G_a^T = [g_a \ 1]$ 에 의해 슬라이딩 평면을 구성하는 파라미터 g_a 를 탐색한다.

$$P = [g_a \ u_{11} \ u_{12} \ K_{P1} \ K_{P2} \ K_{I1} \ K_{I2} \ K_{D1} \ K_{D2}]^T \quad (15)$$

이중 탱크 수위제어 시스템에 대한 슬라이딩 평면과 이의 동작 패턴은 Fig.2과 같이 도시된다.

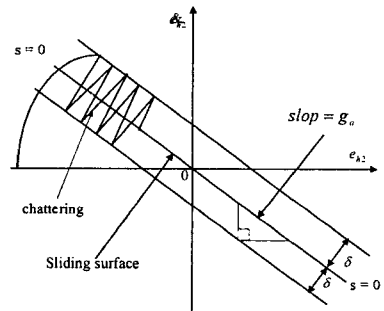


Fig.2 Sliding Motion of Coupled tank system

이중 탱크의 목표 수위 h_2^* 와 현재 수위 h_2 와의 수위 오차 e_{h_2} 로부터 GA에 의해 SMC의 파라미터 u_0 , K_P , K_I 및 K_D 를 각각 최적화한다. 최적화의 절차는 식(14)의 SMC를 설계하기 위해 각 파라미터들을 탐색체 패턴으로 배열한 후 교배를 시행하며, 돌연변이율을 적용하여 해집단을 연계 된다. 교배율, 돌연변이 확률, 개체 크기, 최대 세대수는 각각 0.8, 0.2, 20, 100이며, 동일한 자리수의 두 탐색체의 유전자들의 적합도 $F(P)$ 는 식(15)과 같이 t_i 시간 동안에 취득한 오차와 오차의 변화율에 대한 각각의 제곱의 합에 대한 평균의 역수를 취하였다.

$$F(P) = \frac{1}{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^t (e_{h_2}^2 + \dot{e}_{h_2}^2)} \quad (15)$$

단, 여기서 N 은 시간 t_i 동안 취득한 데이터의 수를 나타내며, 각 세대의 최대 적합도는 식(15)에 의해 신속하게 수렴하여 최대치에 도달한다. 이상의 절차로부터 얻어진 SMC의 최적화된 파라미터들은 식(16)과 같다.

$$g = 0.18,$$

$$u_0 = \begin{cases} 0.253, & s < 0 \\ 77.250, & s > 0 \end{cases} \quad K_P = \begin{cases} 5.802, & e_{k2} \cdot s < 0 \\ 99.051, & e_{k2} \cdot s > 0 \end{cases}$$

$$K_I = \begin{cases} 98.863, & \dot{s} < 0 \\ 60.024, & \dot{s} > 0 \end{cases} \quad K_D = \begin{cases} 72.616, & \dot{e}_{k2} \cdot \dot{s} < 0 \\ 2.454, & \dot{e}_{k2} \cdot \dot{s} > 0 \end{cases} \quad (16)$$

또한, 채터링을 줄이기 위한 방안으로 식(11)에서 입력 $-k \cdot \text{sgn}(s)$ 대신에 퍼지 규칙에 의한 적절한 제어 입력인 u_{fuzzy} 를 사용하면 식(17)와 같다. 또한 슬라이딩 모드 존재 조건을 만족할 수 있는 외란에 대응하는 적절한 제어 입력 u_{fuzzy} 를 선택할 수 있다.

$$u = u_{eq} + u_{\text{fuzzy}} \quad (17)$$

제안된 퍼지 제어기의 입력으로는 s 와 \dot{s} 의 퍼지화된 변수 s_{fi} 와 \dot{s}_{fi} 를 사용하며, 출력으로서는 u_{fuzzy} 에 대한 퍼지화된 변수인 u_{fi} 를 사용한다.

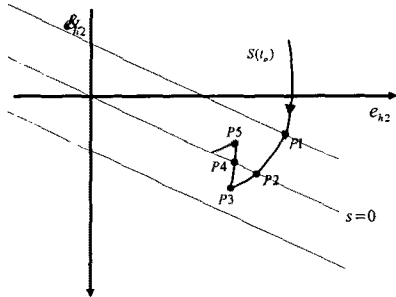


Fig.3 State Trajectory of Coupled tank system by Fuzzy Logic controller.

Fig.3 과 같은 상태공간 상의 위상계적운동에서 각 상태에 대한 퍼지 규칙을 세운다. 먼저 외사슬라이딩 모드에 들어가는 P1에서의 상태는 s 가 양이고, \dot{s} 가 양이 된다. 이 상태에 대하여 퍼지 변수를 사용하여 표현하면 $s_{fi} = PB$ 와 $\dot{s}_{fi} = NM$ 같이 나타나고, 제어입력으로는 상태값을 전환선으로 빠르게 접근시키기 위해 $u_{fi} = NS$ 를 인가하도록 한다. P2에서는 $s_{fi} = ZO$ 과 $\dot{s}_{fi} = NB$ 같이 되므로 상태값이 전환선을 벗어나려고 한다. 따라서, 제어입력은 $u_{fi} = PM$ 을 인가해야 한다. 이와 같은 방법으로 그림 3에서의 각 상태 P1 ~ P5에 대하여 IF ~ THEN형식의 논리형을 사용하면 식(18)와 같이 나타낼 수 있다.

- P1: IF s_{fi} is PB and \dot{s}_{fi} is NM, THEN u_{fi} is NS.
 P2: IF s_{fi} is ZO and \dot{s}_{fi} is NB, THEN u_{fi} is PM.
 P3: IF s_{fi} is NB and \dot{s}_{fi} is NB, THEN u_{fi} is PB.
 P4: IF s_{fi} is ZO and \dot{s}_{fi} is NB, THEN u_{fi} is NM.
 P5: IF s_{fi} is PM and \dot{s}_{fi} is PB, THEN u_{fi} is NB.

(18)

식(18)와 같이 나타나는 제어 규칙은 Table 1.과 같이 구성된다.

Table 1. Fuzzy Rule Base.

$s_{fi} \backslash \dot{s}_{fi}$	PB	PM	ZO	NM	NB
PB	NB	NB	NM	NS	ZO
PM	NB	NM	NS	ZO	PS
ZO	NM	NS	ZO	PS	PM
NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	ZO	PS	PM	PB	PB

각 입력력 멤버십 함수는 Fig.4, Fig.5 와 같이 나타내었다.

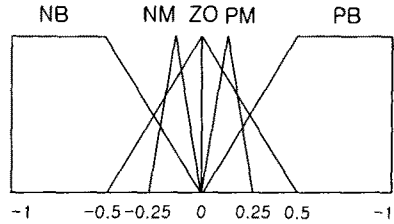


Fig.4 Membership Function of input.

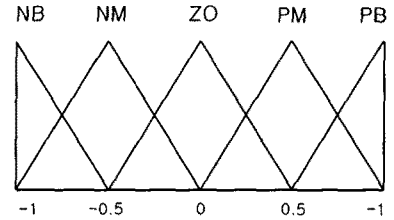


Fig.5 Membership Function of output.

본 논문에서는 비퍼지화 방법 가운데 가장 유연한 결과값을 가지는 것으로 알려진 무게 중심법을 사용하였다.

3. 시뮬레이션 결과

이중 탱크 수위제어 시스템의 제어에 대해, 본 논문에서 제안된 GA-FSMC의 성능을 입증하기 위하여 종래의 PID 제어기의 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 시뮬레이션에 사용된 탱크 1 및 2의 단면적은 $S=100[\text{cm}^2]$ 이고, 밸브 A 및 B의 오리피스 단면적은 각각 $a_A=0.886[\text{cm}^2]$ 및 $a_B=0.396[\text{cm}^2]$ 이다. 그리고, 탱크의 유출계수는 $C_A=C_B=0.58$ 로 동일하다. 그리고, 0~500[sec] 및 500~1000[sec]의 시간 축을 구간 I, II, 으로 설정하였으며, 각 구간의 목표 수위는 18[cm], 10[cm]로 각각 설정하였다. 또한, 200~250[sec], 700~750[sec]인 구간에서 탱크 2에 $d=20[\text{cm}/\text{sec}]$ 의 외란을 인가하였다.

또한, 이중 탱크 시스템의 제어 입력 u 즉, 유입을

q_i 는 모터 펌프 구동전압 u 의 7.33배와 같으므로, u 가 10[V]일 때 최대 유입율은 73.3[cm/sec]로 된다. 이중 탱크 시스템의 모터 펌프에 인가되는 구동 전압 u 는 0~10[V]의 아날로그 전압으로 하며, 시스템의 펌프 모터를 구동시키는 조작량이 된다. 따라서, 펌프 구동전압 u 가 인가되면, 유입을 q_i 로 물이 탱크 1에 유입되며, 유입된 물의 양에 따른 압력과 밸브 A의 오리피스 면적 및 유출계수에 따라 탱크 2의 수위 h_2 가 제어된다.

Ziegler-Nichols법에 의해 $K_P=15$, $K_I=5$, $K_D=5$ 로 설정하였으며, 시뮬레이션 결과는 Fig.5 와 Fig.6 같다.

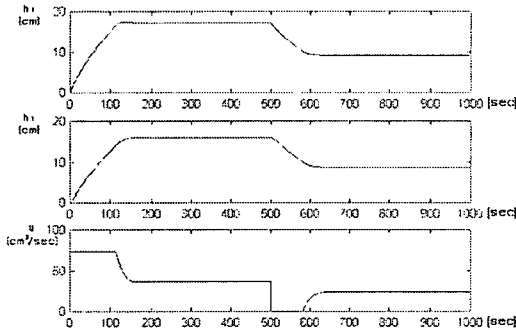


Fig.5 The Result of PID without disturbance.

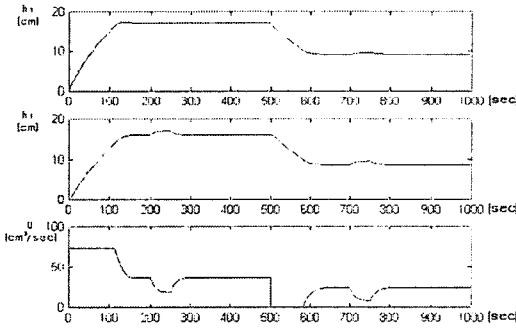


Fig.6 The Result of PID with disturbance.

PID 제어의 경우, I 구간에서 목표수위에 1.8[cm]나 미달하는 하였으며, II구간 에서도 목표수위에 1.2[cm] 미달하는 결과를 보였다. 외란부과시, 탱크2의 수위가 1.1[cm]정도 증가함을 보였으며, 외란종료 후 45[sec]간 외란의 영향을 보였다. 전압펌프에 의한 입력량의 변화는 적음을 알 수 있었다. GA-FSMC에 의한 시뮬레이션 결과 Fig.7 과 Fig.8과 같다.

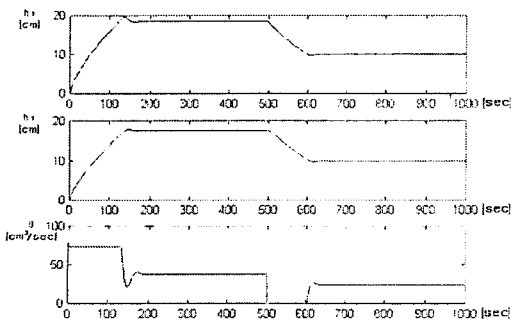


Fig.7 The Result of GA-FSMC without disturbance.

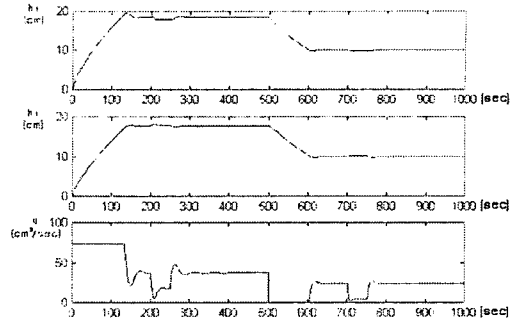


Fig.8 The Result of PID with disturbance.

GA-FSMC 제어의 경우, 구간 I 목표수위 18[cm] 와 구간 II에서 목표 수위 10[cm]에 정확히 도달함을 보였다. 외란부과의 경우 탱크2의 수위가 0.3[cm] 정도 증가와 0.2[cm]정도 감소를 보이며 안정됨을 보였다. 외란 종료후 30[sec]동안 외란의 영향을 보였으나 영향은 미약함을 알 수 있었다. 전압펌프에 의한 입력량의 변화는 PID 제어의 결과와 비교하여 변화가 심함을 보였다.

4. 결론

본 논문에서는 GA와 FLC를 이용하여 SMC의 파라미터의 설정과 채터링(chattering)을 감소 시킴으로써, 이중 탱크 시스템의 목표 수위에 정확하게 추종할 수 있는 GA-FSMC를 제안하였다. 즉, GA로써 SMC의 라파미터 설정을 통해 SMC의 시스템 파라미터변동 및 외란에 둔감한 특성을 보장함과 FLC를 통해 SMC의 단점인 채터링(chattering)을 감소 시킴으로써, 시스템 파라미터변동과 외란에 강인하면서 제어오차가 적은 제어를 설계하였다.

일련의 시뮬레이션에 의해 제안된 GA-FSMC가 외란에 대한 강인성을 가지고, 정확하게 목표 수위에 도달하는 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있었다.

(참 고 문 헌)

- [1] K. C. Ng, Y. Li, K. J. Murray-smith and K. C. Sharman, *Genetic Algorithms to Fuzzy Sliding Mode Controller Design*, Center for system and control, University of Glasgow, 1995.
- [2] 나종필, 퍼지 논리를 이용한 슬라이딩 제어기 튜닝에 관한 연구, 한양대학교 대학원 공학석사학위논문, 2000, PP. 1-8.
- [3] Min Cheol Lee, Kwon Son, Jang myoung Lee, *Improving Tracking Performance of Industrial SCARA Robots Using a New Sliding Mode Control Algorithm*, KSME International, Vol. 12, NO. 5, PP. 761-772, 1998.
- [4] TecEquipment Ltd, *CE105S CONTROL SOFTWARE*, 14th, 1993, pp.5 3 - 5 13.
- [5] 김태우, RVEGA SMC를 이용한 비선형 시스템의 안정화 제어에 관한 연구, 동아대학교 대학원 공학박사학위논문, PP. 9-31, 1999.