

## 타여자직류기(SEDM)의 복합속도제어

\* 현근호\*, 황영호\*\*, 김홍필\*\*\*, 양해원\*\*  
 신성대학 전기과\*, 한양대학교 전기공학과\*\*, 경일대학교 전기공학과\*\*\*

### Hybrid Speed Control of Separately Excited DC Motor

\* Keun-Ho Hyun\*, Young-Ho Hwang\*\*, Hong-Pil Kim\*\*\*, Hai-Won Yang\*\*  
 Shinsung College\*, Hanyang University\*\*, Kyungil University\*\*\* all Department of Electrical

**Abstract** - In this paper we presents a speed controller for separately excited DC motor using adaptive backstepping technique. The motor was modeled in two local areas, the first model is a linear one when speed is under base speed, the other is nonlinear one when field weakening is used to obtain the speed well above base speed. Then linear robust state feedback controller was designed for the linear model while adaptive backstepping controller was designed for the nonlinear model. The adaptive backstepping technique takes system nonlinearity into account in the control system design stage. The proposed controller is proved to be asymptotically stable by the Lyapunov stability theory and some simulations have been carried out to test.

### 1. 서 론

비선형 시스템 제어 문제에서 최근 각광받는 제어기법 중의 하나가 백스테핑(backstepping) 기법이다. 특히, 제어대상 시스템의 파라미터 불확실성(uncertainty)을 극복할 수 있는 적응(adaptive) 백스테핑 기법은 이미 여러 비선형 시스템에 적용되어 타당성이 입증된 바 있다. [1][2] 본 논문에서는 정밀 속도제어용 소형모터에 많이 사용되는 타여자 직류전동기(Separately Excited DC Motor : SEDM)의 속도 제어에 적응백스테핑기법을 활용하여 그 효용성을 확인하고자 한다. 기본속도(base speed) 이하에서는 SEDM을 선형시스템으로 간주하여 상태궤환 제어기를 구성하고 기본속도 이상(field weakening area)에서는 비선형시스템으로 간주하여 적응백스테핑 제어기를 구성하여 현재의 속도에 따라 두 제어기를 혼용하여 사용토록 설계하였다.

### 2. 본 론

#### 2.1 시스템 모델링 및 제어 목적

기기의 자화곡선이 선형적이라는 가정하에, SEDM의 동특성 방정식은 다음과 같다. [3]

$$\begin{aligned} u_a &= E + L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a \\ u_f &= L_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f \\ T_e &= T_L + J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \\ E &= K_i \omega, T_e = K_i i_a \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $u_a, u_f$ 는 전기자전압과 계자전압(제어입력),  $i_a, i_f$ 는 전기자전류와 계자전류,  $R_a, R_f$ 는 전기자저항과 계자저항,  $L_a, L_f$ 는 전기자인덕턴스와 계자인덕턴스,

$T_e, T_L$ 은 전자 및 부하 토크,  $J$ 는 전동기 및 부하의 관성 모멘트,  $B$ 는 전동기 마찰계수,  $\omega$ 는 회전자 속도(각주파수),  $E$ 는 전기자에 유도되는 유기기전력을 나타내며 고정자 인덕턴스  $R_a, R_f$ 와 부하토크  $T_L$ 의 값은 불확실하지만 여자전류  $i_a, i_f$ 와 회전속도  $\omega$ 는 측정 가능하다고 가정하여 full state-feedback 상태에서 명령 회전속도  $\omega_{ref}$ 를 추종(tracking)하는 것이 제어 목적이다.

#### 2.2 제어기 설계

SEDM의 속도제어는 기본속도를 기준으로 하여 설계하며 기본속도 이하에서는 선형모델로 가정해서 계자전압을 고정하고 전기자전압으로 속도를 제어하는 전기자 제어방식을 적용한 상태궤환 제어기를 구성하며, 기본속도 이상에서는 field weakening effect를 감안한 비선형성을 고려하여 식(1) 전체를 대상으로 적응백스테핑 제어기를 설계한다.

##### 2.2.1 강인(robust) 상태궤환 제어기 설계

계자전압을 고정한다고 가정하여 식(1)의 두번째 동특성 방정식을 무시하고, 정상상태오차를 최소화하기 위해 적분기를 추가로 사용한다.

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T = [i_a(t) \ \omega(t) \ x_3(t)]^T \quad (2)$$

$$u(t) = u_a(t), \ w = \omega_{ref}(t), \ x_3(t) = \int (\omega - \omega_{ref}) dt$$

따라서, 식(1)은 다음과 같이 간략하게 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \tilde{w}(t) \\ A &= \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_u I_f}{L_a R_f} & 0 \\ \frac{K_u I_f}{J R_f} & -\frac{B}{J} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -b & 0 \\ c & -d & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ref} \end{bmatrix}, \ u(t) = u_a(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $A = \bar{A} + \Delta A$ 로 구분하며  $\bar{A}$ 는 nominal 부분,  $\Delta A$ 는 전기자 및 계자저항에 의한 불확실성을 표현한다. 결국,  $\Delta A$ 에 의한 불확실성을 감안하여 강인성을 고려한 다음과 같은 제어기를 설계할 수 있다.

$$u(t) = -Kx(t) = -[k_1 \ k_2 \ k_3]x(t) \quad (4)$$

여기서, 상태궤환 제어기의 이득계수  $k_1, k_2, k_3$ 는 다음과 같은 Riccati Equation을 풀어보면 된다.

$$A^T P + PA + P[DD^T - \epsilon BB^T]P + \frac{1}{\epsilon} E^T E + Q = 0 \quad (5)$$

$$K = [k_1 \ k_2 \ k_3] = R^{-1} B^T P$$

전기자저항과 계자저항의 불확실성을  $\pm 50\%$ 로 가정하면 이득계수가 계산되어 다음과 같은 제어기를 설계할 수 있다.

$$u(t) = -0.37x_1(t) - 1.10x_2(t) + 8.08x_3(t) \quad (6)$$

### 2.2.2 적응백스테핑 제어기 설계

불확실성을 모두 고려하여 식(1)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{f}(x) + \Delta f(x) + g_a u_a + g_f u_f \\ \bar{f}(x) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_o} (-K i_f \omega - R_{a(nom)} i_a) \\ -\frac{1}{L_f} R_{f(nom)} i_f \\ \frac{1}{J} (K i_a i_f - B\omega - T_{L(nom)}) \end{bmatrix} \\ \Delta f(x) &= \left[ -\frac{\Delta R_o}{L_o} i_a \quad -\frac{\Delta R_f}{L_f} i_f \quad -\frac{\Delta T_L}{J} \right]^T \end{aligned} \quad (7)$$

백스테핑 제어기의 설계를 위해 다음과 같은 오차변수를 설정한다.

$$z_1 = h_1(x) = \omega_{ref} - \omega, \quad z_2 = L_f h_1 = L_f z_1, \quad (8)$$

$$z_3 = h_2(x) = E_{ref} - E$$

또한, 두 개의 제어입력을 분리하기 위해 다음과 같이 새로운 제어입력을 설정한다.

$$\begin{aligned} \bar{u}_a &= -L_g L_f h_1 u_a - L_g L_f h_2 u_f \\ \bar{u}_f &= -L_g h_2 u_a - L_g h_2 u_f \end{aligned} \quad (9)$$

따라서, 다음과 같은 오차추종(error tracking) 시스템을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ L_f^2 h_1 \\ L_f h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_a \\ \bar{u}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{df} h_1 \\ L_{df} L_f h_1 \\ L_{df} h_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서, 식 (10)은 다음과 같은 형태로 재구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= [\bar{A}(x) + \Delta A(x)] + B(x) \bar{U} \\ \bar{A} &= \begin{bmatrix} z_2 \\ L_f^2 h_1 \\ L_f h_2 \end{bmatrix}, \quad \Delta A = \begin{bmatrix} L_{df} h_1 \\ L_{df} L_f h_1 \\ L_{df} h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \phi_1(x) \\ \theta_2 \phi_2(x) \\ \theta_3 \phi_3(x) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

설계의 효율성을 위해 안정화함수와 새로운 오차변수를 다음과 같이 설정하며 안정도 확인을 위한 Lyapunov함수도 정의한다.

$$\alpha = k_1 z_1 + \hat{\theta}_1 \phi_1(x) \quad (12)$$

$$\bar{z}_1 = z_1, \quad \bar{z}_2 = z_2 - \alpha, \quad \bar{z}_3 = z_3$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \bar{z}_1^2 + \frac{1}{2} \bar{z}_2^2 + \frac{1}{2} \bar{z}_3^2 \\ &+ \frac{1}{2\gamma_1} \hat{\theta}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \hat{\theta}_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \hat{\theta}_3^2 \end{aligned} \quad (13)$$

백스테핑 제어기 설계는 3차까지 수행되며 최종적인 적응칙(adaptive law)과 제어칙(control law)은 다음과 같다.

$$\hat{\theta}_1 = \gamma_1 (\bar{z}_1 - k_1 \bar{z}_2), \quad \hat{\theta}_2 = \gamma_2 z_2 \phi_2, \quad \hat{\theta}_3 = \gamma_3 z_3 \phi_3 \quad (14)$$

$$\bar{u}_a = -\bar{z}_1 - k_2 \bar{z}_2 + L_f^2 h_1(x) - \hat{\theta}_2 \phi_2 + k_1 z_2 - k_1^2 \bar{z}_1 + \phi \hat{\theta}_1$$

$$\bar{u}_f = -k_3 z_3 + L_f h_2(x) - \hat{\theta}_3 \phi_3(x)$$

식 (14)와 같은 제어기를 식 (7)에 적용하면 식 (13)의 Lyapunov 도함수는 다음과 같이 되어 오차변수  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$ 는 모두 "0"으로 수렴하고 시스템 전체 신호는 점근적으로 안정하다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3) \\ = -k_1 \bar{z}_1^2 - k_2 \bar{z}_2^2 - k_3 \bar{z}_3^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

### 2.2.3 제어기 구성

앞서 설계된 상태계환 제어기(식 (6))와 백스테핑 제어기(식 (14))는 현재 속도에 따라 다음과 같이 혼용된다.

$$u(t) = m_1 u_1(t) + m_2 u_2(t) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} m_1 &= \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-(\omega - \omega_b))}\right) \left(\frac{1}{1 + \exp(-(\omega + \omega_b))}\right) \\ m_2 &= 1 - m_1 \end{aligned}$$

즉, 그림 1과 같이 기본속도  $\omega_b$ (약 183[rad/sec]로 가정을 중심으로 선형부분(상태계환 제어기)과 비선형부분(백스테핑 제어기)으로 구분하여 적용한다.

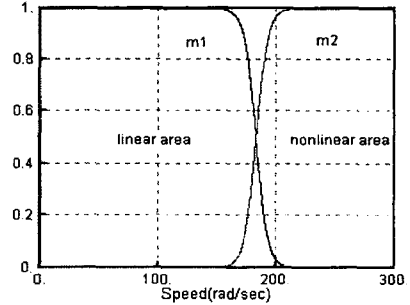


그림 1. Membership Function

### 2.3 모의실험 결과

제시된 제어기의 타당성을 입증하기 위해 모의실험을 수행하였으며 적용이득과 제어이득은 다음과 같다.

$$\gamma_1 = 20, \quad \gamma_2 = 20, \quad \gamma_3 = 10, \quad k_1 = 180, \quad k_2 = 100, \quad k_3 = 700$$

그림 2는 모의실험 결과이며 5초 간격으로 명령속도  $\omega_{ref}$ 를 50[rad/sec]만큼씩 증가시킬 때 속도 전 범위에서 만족스럽게 추종하는 것을 알 수 있다.

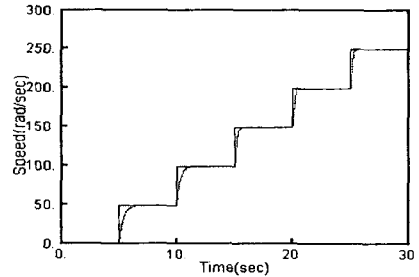


그림 2. 명령속도( $\omega_{ref}$ )와 현재속도( $\omega$ )

### 3. 결 론

본 논문에서는 SEDM의 속도제어를 기본속도를 기준으로 강인 상태계환 제어기와 적응백스테핑기법을 사용한 제어기로 혼합 구성하였으며 리아프노프 이론으로 안정성을 입증하였다. 단, 시스템 상태가 모두 측정 가능하다는 전제(full state-feedback)하에서 제어기를 설계하였으나 여자전류  $i_a, i_f$ 에 대한 관측자를 이용하여 output-feedback 제어기로 개선하는 추가적인 연구가 필요하다.

### [참고 문헌]

- [1] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, "Nonlinear and Adaptive Control Design", John Wiley and Sons, 1995
- [2] D. M. Dawson, J. Hu, T. C. Burg, "Nonlinear Control of Electric Machinery", Marcel Dekker, 1998
- [3] T. C. Burg, D. M. Dawson, J. Hu, P. Vedagarbba, "Velocity tracking for a separately excited DC motor without velocity measurement", Proceeding of the American Control Conference, pp.1051-1055, 1994