

**긴 시간지연을 갖는 단결정 실리콘 성장기
(Crystal Grower - FF CZ150)의 자동 직경 제어 시스템**

박종식*, 김종훈, 양승현, 이석원
호서대학교 정보제어공학과.

**Automatic Diameter Control System with Long Time-Delay
for Crystal Grower (FF - CZ150)**

Jong-Sik Park*, Jong-Hun Kim, Seung-Hyun Yang, and Suk-Won Lee
*Dept. Information & Control Eng. Hoseo Univ.

Abstract - The PID controller have the simple structure and show the comparatively good control performance. Crystal Grower(FF-CZ150) melt polycrystalline silicon at the temperature of about 1450 °C, then grow it into a single crystalline ingot. The automatic diameter control system of the Crystal Grower has a good performance with only PD control. But it contain the integrator in the plant which has a long time delay. In this paper, we show the secondary approximate model and applies time delay controller which has good performance for the plant with long time delay. It will be able to improve the response characteristic against a standard input and a load disturbance.

또한 Watanabe가 제안한 변형된 스미스 예측기[4]를 적용하여 적분기를 포함한 시스템에 시간 지연 보상기를 가지는 구조로 부하 외란 입력에 대한 응답 특성이 개선된 자동 직경 제어 시스템을 설계한다.

1. 서 론

단결정 실리콘 성장기(Crystal Grower -FF CZ150)는 밀폐된 석영 도가니내의 다결정 실리콘을 고진공하에서 1450 °C 이상으로 가열 용융시킨후, 단결정 실리콘의 핵(Seed)을 접촉시켜 봉상의 단결정 실리콘을 주어진 설정치에 따라 자동적으로 성장시키는 장비이다. 단결정 성장방법은 MCZ(Magnet Czochralski)성장기법을 이용하고, 챔버 내부는 진공 상태로 알콘 가스가 공급되는 성장 환경에서 단결정 직경이 8인치 또는 12인치인 단결정 봉을 만들어 낸다. 그림1은 단결정 실리콘 성장기의 구성도를 나타내고 있다. 단결정 실리콘 성장기는 자동 직경 제어와 온도 제어에 의해서 단결정봉을 생성하게 된다. 특히 단결정 봉의 직경과 성장 속도가 관련된 제어 성능은 결정 성장중 발생하는 결함에 직접적인 영향을 준다. 단결정 실리콘 성장기의 자동 직경 제어 시스템은 이미지센서에 의해 피드백 제어 되고 있다.[1] 현재 생산 현장에 적용하는 PD 제어기는 간단한 구조 및 비교적 좋은 제어성능을 가지고 있지만 제어대상 및 제어기의 매개변수에 크게 의존하는 단점을 가지고 있다.[2]

본 논문에서는 적분기를 포함한 긴 시간지연을 가지는 플랜트인 단결정 실리콘 성장기의 자동 직경 제어시스템(Automatic Diameter Control)에 2계 근사화 모델에 근거한 PID 제어기 설계 방법[3]을 적용하여 성능 개선이 이루어짐을 보인다.

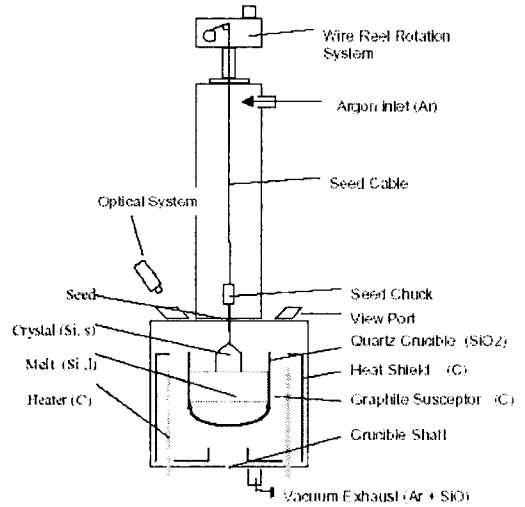


그림1. 단결정 실리콘 성장기의 구성도 (FF-CZ150)

2. 자동 직경 제어 시스템의 제어기의 설계

2.1 근사화 모델을 이용한 PID 제어기의 설계

시간지연이 포함된 고차 시스템(high-order system)을 저차 시스템으로 근사화 하는 방법을 이용하여 제어기를 설계한다. 주파수 응답을 이용하여 시간 지연 항을 포함한 2계 근사 모델 $\hat{G}(s)$ 은 플랜트의 주파수 응답 중 단지 두 점만을 이용하여 다음과 같은 2계 근사화 모델을 고려한다.

$$\hat{G}(s) = \frac{e^{-sL}}{as^2 + bs + c} \quad (1)$$

a, b, c, L의 값들이 2계 근사화 모델에서 계산하여야 하는 파라미터들이며, 이를 결정하기 위해 주파수 응답의 위상이

$$\angle G(j\omega_c) = -180, \angle G(j\omega_b) = -90 \quad (2)$$

를 만족하는 두 개의 주파수 포인트 $s = j\omega_c$, $s = j\omega_b$ 를 선정한다.

이때, $G(j\omega_c) = \widehat{G}(j\omega_c)$, $G(j\omega_b) = \widehat{G}(j\omega_b)$ 라고 두면

$$c - a\omega_c^2 + jb\omega_c = \frac{\cos(\omega_c L) - j\sin(\omega_c L)}{-|G(j\omega_c)|} \quad (3)$$

$$c - a\omega_b^2 + jb\omega_b = \frac{\cos(\omega_b L) - j\sin(\omega_b L)}{-j|G(j\omega_b)|} \quad (4)$$

위의 두 식으로부터 a, b, c의 관계식을 유도한다.

$$a = \frac{1}{\omega_c^2 - \omega_b^2} \left[\frac{\sin(\omega_b L)}{|G(j\omega_b)|} + \frac{\cos(\omega_c L)}{|G(j\omega_c)|} \right] \quad (5)$$

$$b = \frac{\sin(\omega_c L)}{\omega_c |G(j\omega_c)|} \quad (6)$$

$$c = \frac{1}{\omega_c^2 - \omega_b^2} \left[\frac{\omega_c^2 \sin(\omega_b L)}{|G(j\omega_b)|} + \frac{\omega_b^2 \cos(\omega_c L)}{|G(j\omega_c)|} \right] \quad (7)$$

$$\frac{\sin(\omega_c L)}{\cos(\omega_b L)} = \frac{\omega_c |G(j\omega_c)|}{\omega_b |G(j\omega_b)|} = \theta \quad (8)$$

식(8)은 비선형 방정식이므로 Newton-Raphson 방법으로 근사해를 구하도록 한다. 이를 위해 다음의 근사식을 이용한다.

$$\sin(x) = px^2 + qx, \quad \cos(x) = px^2 + rx + 1 \quad (9)$$

여기서, $p = \frac{8}{\pi^2}(1 - \sqrt{2})$, $q = \frac{2}{\pi}(2\sqrt{2} - 1)$, $r = \frac{2}{\pi}(2\sqrt{2} - 3)$

이다. 식(8)과 (9)로부터 다음을 얻는다.

$$p(\omega_c^2 - \theta\omega_b^2)L^2 + (q\omega_c - \theta r\omega_b)L - \theta = 0 \quad (10)$$

식(10)의 해 중에서 작은 절댓값을 선택해서 다음의 Newton-Raphson방법의 초기 값으로 이용한다.

$$f(L) = \frac{\sin(\omega_c L)}{\cos(\omega_b L)} - \frac{\omega_c |G(j\omega_c)|}{\omega_b |G(j\omega_b)|}$$

$$f'(L) = \frac{\omega_b \sin(\omega_b L) \sin(\omega_c L) + \omega_c \cos(\omega_b L) \cos(\omega_c L)}{\cos^2(\omega_b L)}$$

$$L_2 = L_1 - \frac{f(L_1)}{f'(L_1)} \quad (11)$$

식(11)에 의해 얻어진 L을 식(5), (6), (7)에 대입하여 2계 근사화 모델을 얻는다.

프로세서의 전달함수 $G(s)$ 또는 주파수 응답 $G(j\omega)$ 가 유용하고 피드백 제어기의 구성을 그림2와 같은 구조로 가정하고 PID 제어기의 식을 다음의 형태로 구성한다.

$$K(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (12)$$

식(12)로부터 형태를 바꾸어 쓰면 식(13)과 같이 표현된다.

$$K(s) = k \left(\frac{As^2 + Bs + C}{s} \right) \quad (13)$$

여기서 $A = (K_D/k)$, $B = (K_p/k)$, $C = (K_I/k)$ 이다.

개루프 전달함수 $G(s)K(s)$ 의 결과는 다음으로 근사화된다.

$$\widehat{G}(s)K(s) = \frac{k}{s} e^{-sL} \quad (14)$$

폐루프 시스템의 극점들은 적절한 k의 값을 지정함으로써 loop의 근극점을 가지고 선택할 수 있다.

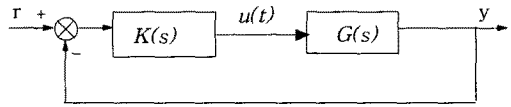


그림2. 피드백 제어기의 구성

2.2 시간 지연 제어기의 설계

그림3은 근사화 모델의 PID를 이용한 시간 지연 제어기의 구조이다. $R(s)$ 는 기준입력을, $Y(s)$ 는 출력을, $D(s)$ 는 외란을 각각 나타내며, $C(s)$ 는 주 제어기이고 $M(s)$ 는 외란에 대한 보상기이다.

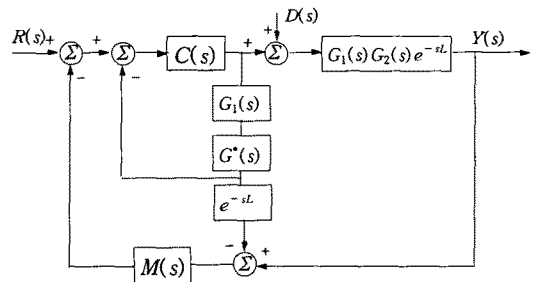


그림3. 시간 지연 제어기

적분요소를 갖는 시간지연 플랜트의 모델식은

$$G(s) = \frac{1}{(rs+1)} \frac{K}{s} e^{-sL} = G_1(s)G_2(s)e^{-sL} \quad (15)$$

여기서 $G_1(s) = \frac{1}{(rs+1)}$, $G_2(s) = \frac{K}{s}$, $G^*(s) = \frac{K}{s+\alpha}$

기준입력 $R(s)$ 에 대한 출력 $Y(s)$ 의 전달함수를 구하면

$$G_r(s) = \frac{C(s)G_1(s)G_2(s)e^{-sL}}{1 + C(s)(G_1(s)G^*(s) + M(s)G_1(s)(G_2(s) - G^*(s))e^{-sL})}$$

분모 항으로부터 특성방정식은 다음과 같다.

$$1 + C(s)(G_1(s)G^*(s) + M(s)G_1(s)(G_2(s) - G^*(s))e^{-sL})$$

$$= (1 + C(s)G_1(s)G^*(s))(1 + \frac{M(s)C(s)G_1(s)G^*(s)}{1 + C(s)G_1(s)G^*(s)} \frac{\alpha}{s} e^{-sL})$$

이 시스템이 안정하기 위해서는 필요충분 조건으로 식 (16)의 벡터 plot가 복소 평면에서 점(-1,0)을 둘러싸지 않으면 된다.

$$\frac{M(s)C(s)G_1(s)G^*(s)}{1 + C(s)G_1(s)G^*(s)} \frac{\alpha}{s} e^{-sL} \quad (16)$$

외란 D(s) 에 대한 출력 Y(s) 의 전달함수 $G_d(s)$ 는

$$G_d(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)e^{-sL}}{1 + C(s)G_1(s)G^*(s) + M(s)G_1(s)(G_2(s) - G^*(s))e^{-sL}}$$

$$+ \frac{C(s)G_1(s)G_2(s)e^{-sL}}{1 + C(s)(G_1(s)G^*(s) + M(s)G_1(s)(G_2(s) - G^*(s))e^{-sL})}$$

$$\cdot (G_1(s)G^*(s) - M(s)G_1(s)G^*(s)e^{-sL}) \quad (17)$$

만약에 $G(s)$ 가 적분기를 가지고 있다면 외란 보상기 $M(s)$ 에 의해 정상상태의 오차는 다음과 같이 0이 된다.

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_d(s) = \lim_{s \rightarrow 0} (G_1(s)G^*(s) - M(s)G_1(s)G^*(s)e^{-sL})$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} (1 - M(s)e^{-sL})G_1(s)G^*(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} (1 - M(0)) \frac{K}{\alpha} = 0 \quad (18)$$

외란 스텝입력에 대해 정상상태의 오차를 0으로 만들기 위해서는 $M(0)=1$ 을 만족해야 한다.

외란에 대한 과도응답 속도를 개선하기 위해서 극점 $-\alpha$ 는 $1 - M(s)e^{-sL}$ 에 의해서 제거되어야 한다.

$$G_1(s)(G^*(s) - M(s)G^*(s)e^{-sL}) = \frac{1}{\tau s + 1} (1 - M(s)e^{-sL}) - \frac{K}{s + \alpha} \quad (19)$$

보상기 $M(s)$ 는 다음을 만족해야 한다.

$$1 - M(-\alpha)e^{-\alpha L} = 0 \quad (20)$$

여기서 $M(s)$ 는 식(21)과 같이 정의한다.

$$M(s) = \frac{as + b}{s + \mu} \quad (21)$$

$\mu > 0$ 인 임의의 값을 선택하고 $b = \mu$ 로 하여 a 를 구한다.

$$a = \frac{\mu + (\alpha - \mu)e^{-\alpha L}}{\alpha} \quad (22)$$

3. 시뮬레이션

3.1 PID 제어기의 시뮬레이션

단결정 실리콘 성장기의 자동직경 시스템의 모델 식은 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)} e^{-sL}$$

여기서 시간지연 $L=8\text{min}$, $\tau=2\text{min}$, $K=0.9$ 이고, 전체 시스템의 피드백 게인 $H(s)=12/345$ 이다. 적분기를 갖는 2차 시스템의 경우 PID 제어기 설계를 위해 2차 모델로 근사화하면 작은 값의 K_I 값이 얻어진다.

2계 근사화 방법으로부터 주파수 응답은

$\omega_c=0.1624\text{rad/s}$ 와 $\omega_b=0.001\text{rad/s}$ 의 두점에서 이고 $G(j\omega_c)=-0.1832\text{rad/s}$ 와 $G(j\omega_b)=-31.2984$ 에 각각 정해진다. Newton-Raphson의 방법에 의해 모델은 다음과 같이 추정된다.

$$\hat{G}(s) = \frac{1}{65.7513s^2 + 31.8819s + 0.000311} e^{-7.6840s}$$

$\zeta_0 > 0.7071$ 이므로 $k=0.5/L=0.0651$ 을 얻는다.

PID 파라미터들은 식(13)으로부터 계산된다.

$$K(s) = 0.0651 \frac{65.7513s^2 + 31.8819s + 0.000311}{s}$$

$$= \frac{4.2785s^2 + 2.0746s + 0.0000203}{s}$$

자동 직경 제어 시스템의 PD 제어기는 다음과 같다.

$$K(s) = \frac{6s^2 + 2.7s}{s}$$

80분에서 -0.05의 부하 외란을 주었을 때 그림4에서 처럼 부하 외란에 대해 4.8%의 오차를 가지고 있다. 이 방법은 플랜트가 적분기를 포함하는 경우 정상상태의 오차가 발생하기 때문에 외란에 대해 만족할만한 성능을 얻기가 어렵다.

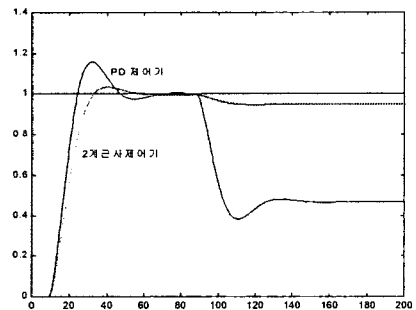


그림4. 2계 근사제어기의 단위 계단응답

3.2 시간 지연 제어기의 시뮬레이션

(참 고 문 헌)

제안된 시간 지연 제어기는 적분기를 포함하므로 3.1절에서 설계한 2계 근사화 모델을 이용한 PID 제어기

$$K(s) = \frac{4.2785s^2 + 2.0746s + 0.0000203}{s}$$

로부터 K_i 값이 0.1 보다 클 경우에는 K_i 값을 제어기의 적분기 값으로 사용을 할 수 있으나 이하일 경우에는 0.1을 사용하여 시간 지연 제어기의 $C(s)$ 를 구한다.

$$C(s) = \frac{4.2785s^2 + 2.0746s + 0.1}{s}$$

$$G_1(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)} \quad G_2(s) = \frac{K}{s}$$

$\alpha = 0.0000203$ 로 놓고

$$G^*(s) = \frac{K}{s + \alpha} = \frac{K}{s + 0.0000203}$$

$b = \mu = 1$ 로 하여 시간지연 보상기 $M(s)$ 를 구하면

$$M(s) = \frac{8.9992s + 1}{s + 1}$$

그림5에서는 2계 근사모델의 PID 제어기의 파라미터를 이용하고 시간지연 보상기 $M(s)$ 를 추가한 구조의 시간지연 제어기의 기준 입력 및 부하 외란에 대한 응답 특성이 개선되는 것을 확인할 수 있다.

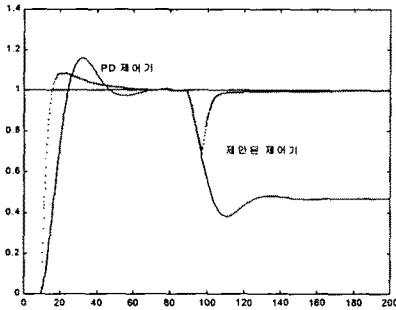


그림5. 제안된 제어기의 단위 계단응답

4. 결 론

현재 산업 현장에서 사용되고 있는 자동 직경 제어시스템의 PD제어기는 부하외란에 대해 정상상태의 오차가 존재하는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 2계 근사화 모델을 이용한 PID 제어기를 설계하여 오버슈트와 정상상태 오차를 줄였으며 시간 지연 보상기를 적용함으로써 기준입력 및 부하 외란에 대한 응답 특성을 향상시켰다.

- [1] Massoud Amin, S. L. Kimbel : Next Steps in Process Modeling and Controller Design for Crystal Growth, Washington University in St. Louis CT-5-94-1, 21 pp. 1994
- [2] K. J. Astrom and T. Hagglund "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning", ISA, 1995
- [3] Q. G. Wang, T. H. Lee, h. W. Fung, Q. Bai, and Yu Zang "PID Tuning for Improved Performance", IEEE Trans. Contr. syst. Technol., vol. 7, pp. 457-465, 1999
- [4] K. Watanabe " A New Modified Smith Predictor Control for Time-Delay Systems with an Integrator", Proc. 2nd Asian Contr. Conf., Vol.3, pp. 127-130, 1997