

와사법을 이용한 타원판 후류의 전산 가시화

안철오[†] · 이상환^{*}

Numerical Visualization of Three-Dimensional Flow Past an Elliptic Disk using Vortex Filament Method

Cheol-O Ahn · Sang-Hwan Lee

Abstract

A study of three-dimensional unsteady incompressible flow past elliptic disk with aspect ratio 3 is presented. Numerical visualization using the vortex filament method was performed at Reynolds number of 20,000 on the basis of the minor diameter, the random walk method was used to calculate viscous diffusion effect. We suggest 3 stages about the wake development according to its structures, stability and motions and described the characteristics of each stages. The structure of the elliptic wake is more complicate and unstable than the wake behind a circular disk.

Key Words : Elliptic Disk(타원판), Elliptic Wake(타원형 후류), Vortex Filament(와사), Vortex Shedding(와방출), Random Walk Method(랜덤워크법)

1. 서론

축대칭 와발생체(bluff body)에서 발생하는 후류에 관한 연구는 오래전부터 많이 수행되어 왔는데 대부분은 이론적 묘사 및 유동가시화에 의한 연구와 후류에서 형성되는 와류의 속도신호를 스펙트럼 해석하여 주파수특성에 관해 연구한 것이다.⁽¹⁾ 하나의 길이 척도를 가지는 구(Sphere)와 원판(Disk)같은 3 차원 대칭형상의 물체 주위의 후류에 대한 선행연구에 의하면 주기적인 속도교란성분을 가지는 와의 응집구조가 존재한다고 보고되어 지고 있다. Abe⁽²⁾ 등은 장축과 단축의 길이의 비가 2, 3 인 타원형 디스크에서 발생하는 후류의 정량적 측정을 시도하였고 가시화하였으며, Shirayama⁽³⁾ 등은 원형 디스크에서 발생하는 후류를 와사법을 이용하여 해석을 시도하였다.

일반적으로 유체유동의 해석에 사용되는 계산 방법은 유동장 내부에 격자를 적절히 구성하고 이 격자점에서의 정보들을 계산하는 오일러 방법(Eulerian method)을 채택하고 있다. 이에 대조적인 방법으로 라그랑지 방법(Lagrangian method)을 이용한 유동의 해석도 시도되어지고 있는데 그 대표적인 것이 와법(Vortex method)이다. 이 방법은 유동장에 격자의 생성을 필요로 하지 않고 대신 고체 경계면에 적절한 특이요소를 위치시켜 고체 경계면상에서의 상대속도 법선 성분이 영(零)이 된다는 조건을 만족하도록 특이요소의 강도를 결정함으로써 유동장을 모사하는 방법이다. 더욱이 무한경계면에서의 물체로 인한 속도장의 교란성분이 영이 된다는 조건을 자동으로 만족하게 되므로 주로 외부유동의 해석에 많이 적용이 되어져 왔으며, 유동장 내부에 격자점을 구성할 필요가 없이 고체경계면에 특이요소를 위치시키는 것에 불과하므로 유체기계 등의 수치해석시 이동경계 처리에 있어서도 간편하다.⁽⁴⁾

와발생체 후류에 관한 연구방법에 있어서 와사법을 이용한 전산가시화 기법은 후류의 발달 초기 단계로부터 후류의 구조를 3 차원 공간상에 와사

[†] 한양대학교 기계공학과 대학원
E-mail : coahn@ihanyang.ac.kr
^{*} 한양대학교 기계공학부

의 집합으로 표시하게 되기 때문에 다른 연구방법에 비해 직접적이다. 본 연구에서는 와사법을 이용하여 비교적 높은 레이놀즈수에서 타원형 후류의 생성과 구조에 관하여 알아보기 위하여 전산가시화를 행하였다.

2. 수치해석

본 연구에서는 와도가 집중된 영역을 특이요소, 즉 유한한 길이를 가지는 와사의 집합으로 보고, 개개의 와사의 운동을 추적하여 유동장을 묘사하는 방법을 사용한다. 본 연구에서 대상으로 하는 방정식은 다음의 와도 수송 방정식이다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = (\omega \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \omega \quad (1)$$

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u}$$

타원판은 원주 방향으로 36 개, 반경 방향으로 6 개의 분할을 하여 총 216 개의 사각격자로 모델링하였다. 다시 각각의 격자요소는 유한한 길이를 가지는 4 개의 와사로 구성되는 와환(vortex ring)으로 모델링하고 이 격자의 중심위치에서 제어점(control point)을 택하여 고체경계면으로의 유출입 속도성분을 영으로 만들어주는 조건식을 만든다. 초기의 정지상태로부터 계산이 시작되면서 디스크의 끝단에서 박리가 일어나고 이 점에서부터 후류가 발생하게 되는데 이 후류를 와사로 모델링한다.

본 연구에서 대상으로 하는 디스크의 경우, 유동장에 수직으로 가로놓여 있어 박리점의 위치가 분명하므로 타원판의 전체 끝단에서 동시에 박리가 발생한다고 가정하였다. 3 차원 공간 내에 임의의 방향, 임의의 길이로 위치한 와사가 임의의 점에 유기하는 속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\frac{\Gamma}{4\pi c} \int_c \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times d\mathbf{l}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \quad (2)$$

이때 벡터 \mathbf{x}' 은 와사 위의 임의의 좌표를, \mathbf{u} 는 유동장 내 속도를 구하고자 하는 임의의 점의 위치벡터를 의미한다. 유동장 내의 고체 경계면을 구성하는 와환이 N 개, 후류를 구성하는 와사가 M 개라고 하는 경우, 고체 경계면에서의 임의의 제어점 p 에서 상대속도의 법선 성분이 영이라는 조건으로부터 다음의 방정식을 얻는다.

$$\left\{ \mathbf{U}_\infty + \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i(\mathbf{x}_p) + \sum_{j=1}^M \mathbf{u}_j(\mathbf{x}_p) \right\} \cdot \mathbf{h}_p = 0 \quad (3)$$

이때 벡터 \mathbf{h}_p 는 제어점 p 에서 고체경계면에 수직인 방향벡터이다. 이 방정식이 제어점의 수만큼 존재하게 되므로 이를 연립방정식으로 구성하고 그 해를 구하면 고체경계를 구성하는 와환의 특이값을 구할 수 있다.

점성을 고려하는 방법은 2 차원의 경우 와확산법, 랜덤워크법(Random walk method)^[5], 확산속도법^[6] 등이 있으며, 3 차원 계산에 있어서 선행연구의 경우, Ro^[7]는 랜덤워크법을, Shirayama^[8]의 경우 확산속도법을 사용하였다. 본 연구에서는 와사의 양끝단의 위치를 랜덤워크법에 의해서 매 스텝마다 확산시킴으로써 점성의 효과를 주도록 하였다.

$$\mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{u}_i(t) \cdot \Delta t + \Delta \mathbf{x}_i \quad (4)$$

이때 \mathbf{x}_i 는 랜덤워크법에 의한 변위벡터이며, 각 방향의 성분은 평균치 0, 분산이 $2\nu\Delta t$ 인 정규분포 난수로 주어진다.

한편 박리점으로부터 이탈된 와사는 대류 및 확산속도에 의해 이송이 되며 양끝단의 거리가 매 타임스텝마다 멀어지거나 가까워지게 된다. 특히 후류에서 관찰되는 응집구조에서는 와사의 신장(Stretching)이 더욱 뚜렷이 나타나게 되는데, 지나치게 단일 와사의 길이가 신장되는 것을 방지하기 위하여 초기 와사의 길이의 2 배 이상으로 신장되는 경우 이를 분할하여 서로 독립적인 와사로 만들어 주도록 하였다. 이렇게 함으로써 후류를 거의 일정한 정도의 길이척도를 가지는 와사들의 집합으로 모델링 할 수 있다. 와사의 인장에 따라 코어반경이 감소하게 되는데 실제 계산에서는 최초 코어반경의 25%이하로 그 반경이 줄어들게 되면 계산의 대상에서 제외시켜 시간이 지남에 따라 무수히 와사가 증가하는 것을 제한하였다.

수치해석은 Athlon XP 1700+, Athlon XP 2000+ 등의 중앙처리장치를 탑재한 PC 4 대를 100Mbps 급 Lan Card 와 Hub 를 사용하여 연결한 Linux Cluster 에서 MPI(Message Passing Interface)기법을 사용하여 병렬처리(Parallel Computing) 하였다. 수치해석 시 무차원화 시간간격은 0.05 로, 박리점에서의 와사의 방출은 매 스텝마다 실시하였다. 선행연구결과^[2]와의 비교를 위해서 Re=20,000 인 유동을 해석하였다.

3. 계산결과

이전의 연구결과^[4]에 따르면 원판후류의 초기

발달과정을 후류의 기하학적 구조 및 특성에 따라 4 단계로 구분하였다. 계산의 초기단계는 박리된 와사가 이루는 후류의 응집형상이 각각의 축방향에 대해 대칭을 유지하는 단계이다. 타원판의 기하학적 특성에 의해 장축방향의 양 끝단(곡률이 최대가 되는 지점)에서 박리된 와사는 단축방향으로 응집구조를 이루며 빠르게 타원판 배면으로 이동하여 시간이 지남에 따라 와사의 덩어리(와괴)는 점차로 그 부피와 강도가 커지게 된다. 단축방향의 양단(곡률이 최소가 되는 지역)에서 이탈한 와사들은 보다 넓은 영역에 걸쳐 장축방향으로 롤업이 일어나게 되고 타원판의 배면에서 대칭으로 와괴를 형성한다. 장축방향 양 끝단에서 발생한 와사가 만드는 후류의 초기 응집은 단축방향의 양 끝단에서 발생한 와사들이 만드는 응집과 수직하며 축대칭을 이루는데, 이들은 후류가 성장함에 따라 서로 근접하게 된다. 이 시점에서 후류의 구조를 살펴보면 장축의 양 끝단에서 발생한 와사들이 다시 배면으로 롤업이 되는 구조와, 장축 중앙부 상하에서 발생한 와사들이 롤업이된 복잡한 구조로 이루어져 있음을 알 수 있다. 타원판의 경우 이러한 축대칭 구조는 원판의 후류의 경우보다 안정적으로, 대칭구조가 깨어지기까지 제법 긴 시간이 필요하다.

거시적으로는 후류가 축대칭을 유지하고 있지만 서서히 확산속도에 의해 대칭성을 잃게 되는데, 이것이 거시적으로도 명확해지는 단계를 별도의 단계(제 2 단계)로 구분하였다. 이전 단계에서 단축방향의 양 끝단에서 박리된 와사들이 크게 형성하였던 와괴는 천천히 하류로 이동하면서 상하의 어느 한쪽으로 치우치게 된다. 마치 장축방향의 양 끝에서 만들어진 두개의 대칭 와괴가 서로 근접하며 평평을 하듯 단축방향 양 끝단의 와괴를 밀어내는 것 처럼 보인다. 대류방향으로 이탈하는 와괴는 축대칭을 잃고 어느 한쪽으로 균형을 잃은 채 이동하는데, 이때 어느 축에 대해서도 대칭성을 찾을 수 없게 된다. 단축방향 끝단에 형성된 수직방향의 후류는 아직 타원판 배면에 위치해 있으나 축대칭을 잃어 움직이기 시작한다. 조금 더 시간이 경과하면 규칙성을 발견할 수 없을 정도의 복잡한 구조를 가지게 된다. 주기성을 가지고 안정적으로 와가 이탈하기까지는 역시 많은 시간이 소요된다.

초기 이탈한 와가 충분히 하류로 진행하면 어느 정도 안정적인 주기성을 띤 후류가 관찰되는데, 이 단계를 3 단계로 구분한다. 단축방향 양 끝단에서 교대로 와가 새로운 응집을 이루며 이탈하는데, 미약하게나마 선행연구에서 $Re=200$ 에서 행한 가시화 자료에서 관찰할 수 있었던 헤어핀(Hairpin) 구조가 관찰된다.

계산이 진행될 수록 새로운 와사들이 박리점에서 생성되므로 연산량이 그 제곱만큼 증가하게 된다.

다.

4. 결 론

유동장에 가로놓인 장축과 단축의 길이의 비가 3 인 타원판의 후류를 와사법을 이용하여 3 차원 비정상 해석을 시도하였다. 후류의 발달단계를 3 단계로 나누어 보았으며, 와사들이 응집하여 후류를 생성하는 과정에 대해서도 살펴보았다. 박리된 와사들은 서로 응집하여 와의 덩어리를 이루고, 이들은 초기에 장축, 단축에 대해 대칭인 구조를 이루다가 대칭이 깨어지면서 초기의 응집된 와가 이탈하게 되고, 단축방향 양 끝단에서 교대로 새로운 와 응집을 이루다가 주기적으로 이탈한다. 대체로 원판의 경우보다 후류의 구조가 복잡하고 불안정하였다.

참 고 문 헌

- 1) Lee, S. J., 1990, "An investigation of coherent structures behind a circular disk", J.KSAS, Vol.18, No.4, pp.25~33.
- 2) Abe, Y., Kiya, M., 1999, "Turbulent elliptic wakes", J.Fluids and Structures, Vol.13, pp.1041-1067
- 3) Shirayama, S., Kuwahara, K., and Mendes, R., 1985, "A new three-dimensional vortex method", AIAA, 85-1488, pp.14-24
- 4) Ahn, C. O., Lee, S.W., Jin, D. S., 2000, "Numerical simulation of three dimensional flows past circular and elliptic disks using vortex filament method", Proc.1st NCFE, pp.139~142
- 5) Ghoniem, A. F., Sherman, F. S., 1985, "Grid-free simulation of diffusion using random walk method", J.Comp.Physics, Vol.61, pp.1~37
- 6) Ogami, Y., Akamatsu, T., 1991, "Viscous flow simulation using the discrete vortex model - The diffusion velocity method", Computers and Fluids, No.3, pp.433~441
- 7) Ro, K.D., 1997, "Numerical analysis of unsteady flow in the Weis-Fogh mechanism by the 3D discrete vortex method with GRAPE3A", Trans. ASME, Vol.119, pp.96-102

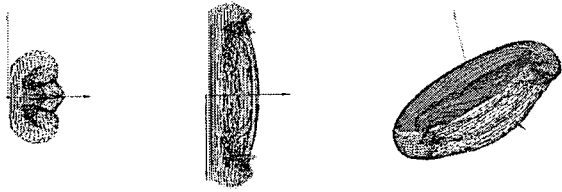


Fig.1 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 1, $t=1.5$, step30)

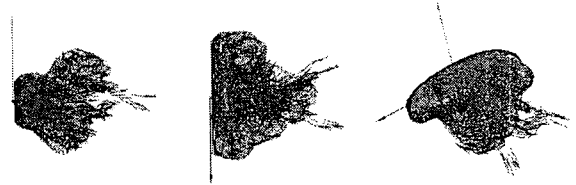


Fig.5 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 2, $t=5.5$, step110)

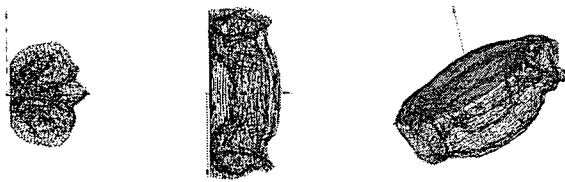


Fig.2 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 1, $t=2.5$, step50)

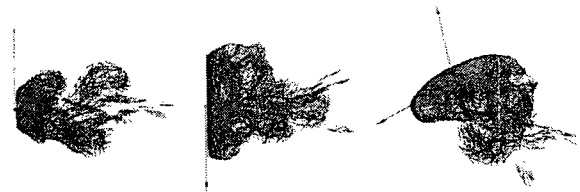


Fig.6 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 2, $t=6.5$, step130)

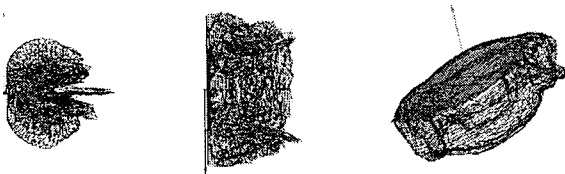


Fig.3 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 1, $t=3.5$, step70)

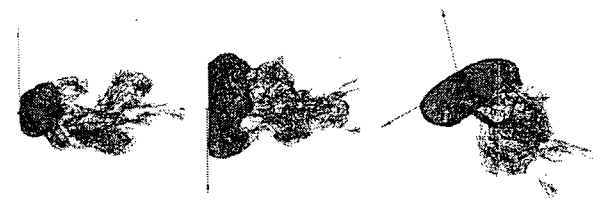


Fig.7 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 2, $t=7.5$, step150)



Fig.4 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 2, $t=4.5$, step90)

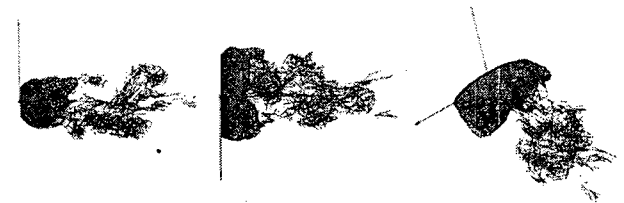


Fig.8 Unsteady motions of the elliptic wake
(stage 2, $t=8.5$, step170)