

선형 고주파 연소불안정의 이론-수치적 예측

이길용* · 윤웅섭**

Theoretical-Numerical Modeling of High-Frequency Combustion Instabilities with Linear Waves

G.Y.Lee and W.S.Yoon

Key Words: High-Frequency, Combustion Instability, Linear Unstable Waves, Combustion Response, Rayleigh Criterion

Abstract

Aiming at a direct, also more realistic, prediction of unstable waves evolving in the combustion chamber, present paper introduces a new analytical method. Instability equations are freshly formulated, and solve the time-integrated ODEs for amplification factors to find the transients of pressure and velocity fluctuations. Present numerical approach requires no separate treatments for nonlinearities. Preliminary numerical experiments for unstable waves in quasi-one-dimensional rocket combustor, show validity and applicability of present model, and promise for its practical use. Study for the complex models for physics, especially velocity- and pressure-coupled responses, and inclusion of multi dimensionality remains as future tasks.

기호설명

z	축방향 좌표계
γ	기상의 비열비
A	축방향 단면적
\dot{t}	임의의 초기 기준 시각
M	유동변수

상첨자

() 시간적분 단계

하첨자

l 액상

1. 서론

* 연세대학교 대학원 기계공학과

** 연세대학교 기계전자공학부

고주파 연소불안정의 구동 메커니즘은 추진제 연소과정과 기상 유동변수 특히 압력의 비정상 섭동 사이의 상호 되먹임 작용이다. 따라서 개별 연구방법론의 특성에 관계없이 고주파 연소불안정 연구는 추진제 연소과정과 기상 유동변수 특히 압력의 비정상 섭동 특성 및 그 연관관계의 고찰로 귀결된다.

그러나 추진제 연소과정은 수력학적·공기역학적 요인에 지배되는 분사특성과 각종 질량·운동량·에너지 전달요인들이 연관된 기화 및 반응 과정에 동역학적 변수까지 포함된 대단히 종합적인 성격의 물리현상이다. 압력섭동으로 대표되는 기상 유동변수의 음향장도 수동 제어기기 등 복잡한 기하학적 형상에 대류 및 비균질 유동장을 포함하므로 일반적인 음향학 이론으로는 정량적 해석이 불가능하다. 더불어 연소과정과 압력섭동의 비정상 상관관계의 연구를 위해서는 제현상에 관계되는 다양한 특성시간과 특성길이도 고려해야 하므로 고주파 연소불안정 연구에는 많은 어려움이 있다.

고주파 연소불안정 연구방법은 실험적[1]·이론적[2]·수치적[3] 방법으로 크게 나뉜다.

높은 신뢰도를 바탕으로 한 실험적 방법은 기존의 로켓엔진 개발과정에서 가장 보편적으로 사용되었다. 그러나 발사체의 가혹조건 상에서 연소불안정 구동 메커니즘인 연소과정 및 압력섭동과 관련된 변수 및 물성치들의 정확한 측정과 정량화가 거의 불가능하기 때문에 천문학적 비용과 시간에도 불구하고 일관되며 일반적인 연구방법론으로서는 한계가 있다.

고전 음향학에 기반한 이론적 방법[4]은 기존의 연구결과에 기초한 다양한 과정과 단순화를 통해 특정 음향모델을 제

시하고 연소불안정 지배방정식을 유도하여 연소불안정과 관련된 각종 인자들의 영향을 정성적으로 평가함을 목적으로 한다. 이론적 방법은 Crocco 등[5]의 감응시간 지연모델 제시 이후, Culick[6]에 의해 일반적인 음향모델로 발전하였고, Yang 등[7]이 한계사이클 연구에 응용하였다. 이론적 방법은 신속한 예측과 정성적 해석이 가능하다는 장점은 있으나, 음향모델 및 연소불안정 지배방정식의 도출 과정에서 구동 메커니즘 및 제현상을 제대로 반영하지 못하는 치명적인 단점이 있다. 구동 메커니즘 중 연소과정은 단순한 열원 혹은 발생항으로 처리되어 미립화, 확산, 기화 및 반응에 관여하는 물성치 및 특성치가 원천적으로 배제되었다. 또한 압력섭동에 해당하는 음향장 모델도 기상 유동변수간 작위적인 연관관계에 기초하였을 뿐 아니라 선형과 비선형 파동에 일관된 적용이 불가능하다. 따라서 연소불안정의 이론적 방법은 일반성과 일관성을 유지하기가 매우 어려우며, 지배방정식의 적용에 있어서 기하학적 형상의 단순화 등의 가정 및 수치계산 문제 때문에 그 정확도마저도 정성적인 한계를 넘지 못한다.

연소불안정 구동 메커니즘 뿐 아니라 해석대상 시스템의 총체적인 이해와 모델링에 기초하는 수치적 방법은 연소불안정의 구동·억제 요인을 규명하고 지배적 인자를 도출하는 것이 목적이며, 이와 관련하여 이론적 성과를 보여왔다. Tien과 Sirignano[8]는 액적의 열관성에 의한 시간지연 및 위상차를 연소불안정의 지배인자로 제시하였다. Dubois 등[9]은 2차원 모델과 2상 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 수치시물레이션을 수행하였다. Jeng과 Litchford[10] 및 Kim 등[11]은 Habiballah의 2차원 모델을 재적용하고 분무연소장의 각종 지배인자들의 영향을 고찰하였다. Yoon과 Chung[12]은 에너지 증폭계수 개념에 기초한 자발

적 연소불안정성 해석모델에 엔트로피 섭동을 포함시켜 난류, 비선형성, 엔트로피 변화의 영향을 분석하였다. 이와 같은 수치적 연구방법은 현재 시스템에 대한 총체적인 이해와 각종 물리현상의 모델링이 완벽하지 못하다는 점과 초기 압력섭동 부하가 다분히 인위적이기 때문에 선형 연소불안정 연구에는 다소 부적합하다는 점 등의 단점이 해결되지 못한 상태이다. 또한 비정상 연소과정, 압력섭동 및 그 상관관계의 정량적 모사와 실시간 시뮬레이션을 위한 계산부하 문제도 수치적 연구의 발전을 저해하는 치명적인 단점이다.

본 연구에서는 위에 언급한 이론적 방법과 수치적 연구방법의 장점을 유지하면서 단점을 보완한 새로운 이론-수치적 연소불안정 연구방법[13,14]을 제시하고자 한다. 이 논문에서 제시하는 연구방법론의 궁극적인 목적은 일반적이고 일관된 이론을 통한 직접적·정량적 연소불안정성 고찰이다.

일차적으로 이론적 방법에서 음향모델 도출 과정에 사용했던 균질 연소-음향장, 미소 음향섭동, 포텐셜 유동, 기하학적 단순화 및 고유모드의 조화함수 표현 등 불합리하고 비현실적인 가정과 전제[15]를 원천적으로 배제하였다. 이를 위해 비균질 연소-음향장의 고유모드를 수치적으로 구하는 방법을 사용하였다.

다음으로 순수 수치적 방법의 최대 과제인 과도한 계산부하의 문제에 대한 대안을 제시하였다. 연소-음향장의 유동변수 천이를 정상상태 혹은 임의의 시각에서의 수치해와 새로이 정의한 유동변수별·모드별 증폭계수의 조합으로 표현함으로써 비정상 연소불안정 해석을 위해 요구되었던 계산부하를 획기적으로 감소시켰다.

음향모델은 유동변수의 섭동성분에 대한 파동방정식으로 구성하였으며, 이 파동방정식의 수치해로부터 해석대상 연소

-음향장의 고유모드를 계산하였다.

연소불안정 지배방정식은 유동변수의 모드별 증폭계수에 관한 상미분 방정식 형태로 유도하였다. 연소-음향장의 정상상태 수치해에 기초하여 증폭계수에 관해 유도한 연소불안정 방정식을 풀어 해석대상 시스템의 유동변수 섭동성분 천이거동의 직접적·정량적 고찰이 가능하도록 하였다. 본 연구에서의 연소불안정 지배방정식은 증폭계수에 대한 비선형 방정식으로 유도하였으므로 선형 혹은 비선형 파동 및 해석대상 시스템 특성에 따른 별도의 가정이나 변형이 필요하지 않다.

여기서는 새로운 연소불안정 연구방법에서 사용된 음향모델과 연소불안정 지배방정식의 도출·유도과정을 통해 이론적 일반성 및 일관성을 확인하며, 이론해와 수치해의 비교를 통해 제시한 이론의 타당성과 정량적 정확도를 검증하였다. 또한 준1차원 로켓엔진 모델을 대상으로 연소불안정 특성을 고찰하여 제시한 이론의 실제적 응용가능성을 입증하였다.

2. 지배방정식

본 연구에서의 음향모델과 연소불안정 지배방정식은 모두 유동변수의 섭동성분에 대해 표현되며, 수치해석을 통해 해석대상 연소-유동장의 유동변수 천이거동 및 연소불안정 특성을 고찰함을 목적으로 한다.

음향모델은 유동변수의 섭동성분에 대한 파동방정식 형태로 유도되며 유한요소법 해석을 통해 대상 시스템의 유동변수별 고유모드를 분석하는데 이용된다.

연소불안정 지배방정식은 유동변수별·모드별 정상상태 수치해와 증폭계수의 조합으로 표현되는 섭동성분에 대한 비선형 상미분 방정식으로 유도된다. 그

구체적인 유도과정은 아래와 같다.

밀도, 속도, 압력 등 유동변수의 모드별 증폭계수로 구성되는 연소불안정 지배방정식은 각각 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식으로부터 유도된다. 이론의 타당성 검증의 편의를 위해 본 연구에서는 준 1차원 형상을 대상 시스템으로 선정하였다. 따라서 2상 유동 중기상에 대한 오일러 방정식에 연소에 의한 발생항을 포함시킨 식(1)에 기초하여 연소불안정 지배방정식을 유도하였다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} + \rho u \frac{\partial \ln A}{\partial z} &= \dot{m}_1 \\
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\rho_l}{\rho} \frac{\partial u_l}{\partial t} & \\
 + \frac{\rho_l \mu_l}{\rho} \frac{\partial u_l}{\partial z} &= -\frac{u}{\rho} \dot{m}_1 + \frac{u_l}{\rho} \dot{m}_1 \\
 \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma p \frac{\partial u}{\partial z} + \gamma p u \frac{\partial \ln A}{\partial z} & \\
 - (\gamma - 1) u \rho_l \frac{\partial u_l}{\partial t} & \\
 + (\gamma + 1) u_l \rho_l \frac{\partial u_l}{\partial t} & \\
 - (\gamma - 1) u \rho_l \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial t} & \\
 + (\gamma - 1) u_l \rho_l \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial z} & \\
 = (\gamma - 1) u^2 \dot{m}_1 & \\
 - (\gamma - 1) u u_l \dot{m}_1 + \gamma \frac{p}{\rho} \dot{m}_1 &
 \end{aligned} \quad (1)$$

위 식(1)의 각 유동변수는 섭동이론과 음향이론에 근거하여 식(2)와 같이 평균량과 모드별 증폭계수 및 정상상태량의 조합으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \rho(t, \vec{x}) &= \bar{\rho}(\vec{x}) + \rho'(t, \vec{x}) \\
 &= \bar{\rho}(\vec{x}) + \varepsilon_{\rho i}(t) \tilde{\rho}_i(\vec{t}, \vec{x}) \\
 u(t, \vec{x}) &= \bar{u}(\vec{x}) + u'(t, \vec{x}) \\
 &= \bar{u}(\vec{x}) + \varepsilon_{u i}(t) \tilde{u}_i(\vec{t}, \vec{x}) \\
 p(t, \vec{x}) &= \bar{p}(\vec{x}) + p'(t, \vec{x}) \\
 &= \bar{p}(\vec{x}) + \varepsilon_{p i}(t) \tilde{p}_i(\vec{t}, \vec{x})
 \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)의 유동변수식을 식(1)에 대입하고 각 변수의 고유모드를 고립함수로 하여 정리한 후 연소에 의한 발생항을 유동변수 섭동성분의 조합으로 대체하면 식(3)의 연소불안정 지배방정식을 얻는다. 식(3)의 지배방정식은 증폭계수에 대한 비선형 상미분 형태가 된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varepsilon_{\rho l}}{\partial t} &= f_{\rho l}[\varepsilon_{\rho i}, \varepsilon_{u j}, \varepsilon_{p k}, \Psi_{\rho l}] \\
 \frac{\partial \varepsilon_{u l}}{\partial t} &= f_{u l}[\varepsilon_{\rho i}, \varepsilon_{u j}, \varepsilon_{p k}, \Psi_{u l}] \\
 \frac{\partial \varepsilon_{p l}}{\partial t} &= f_{p l}[\varepsilon_{\rho i}, \varepsilon_{u j}, \varepsilon_{p k}, \Psi_{p l}]
 \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)의 연소불안정 지배방정식에 기초하여 각 유동변수별 · 모드별 증폭계수의 천이량을 독립적 · 직접적 · 정량적으로 계산한다. 궁극적으로 해당 시스템의 유동변수 천이과정을 예측 · 평가함으로써 음향불안정 거동특성을 직접적으로 규명한다.

n 번째 시간적분을 수행한 후의 증폭계수는 식(4)와 같은 형태로 정의한다.

$$\varepsilon_{Mk}^{(n)} = \frac{\int \Psi_{Mk} M'^{(n)} d\Omega}{\int \Psi_{Mk} M'^{(1)} d\Omega} \quad (4)$$

Ψ_{Mk} 는 고립함수이며 유동변수 섭동성분의 모드분해를 위해 사용된다. 식(4)의 정의에 따라 모든 증폭계수의 초기값은 1이 된다. 이 값은 물리적으로 불안정 구동 이전의 유동변수를 자체를 의미하며 이것은 물리적으로 타당하다.

식(3)의 연소불안정 지배방정식은 밀도, 속도, 압력 등 유동변수 천이과정을 변수간의 인위적 관계식을 배제하고 독립적으로 다루며, 별도의 가정 없이 변수들의 공간변화에 대한 고려가 가능하다. 따라서 기존의 이론적 음향모델에

기초한 방법론과는 달리, 등엔트로피 및 미소섭동을 가정할 필요가 없고, 균일 음향장 혹은 인위적인 유동변수의 공간 구배를 설정하지 않는다. 본 연구에서 제시한 이론과 방법론은 비균질 및 비선형 음향-연소장의 연소불안정 예측과 분석에 아무런 제약이 없으며, 이론적·방법론적 타당성도 일관되게 유지된다.

앞서 언급한 바와 같이 식(3)의 연소불안정 지배방정식을 완결하려면 유동변수의 증폭계수로 연소응답이 표현되어야 한다. 즉 기상 유동변수 섭동성분과 액상(추진제)의 연소응답에 대한 외재적인 관계식이 필요하다. 그러나 기상의 섭동에 대한 추진제의 연소응답은 고주파 연소불안정의 구동 메커니즘인 동시에 연소불안정성을 결정짓는 중요한 요소인 반면, 이에 대해서는 어드미턴스 함수와 연소응답 함수에 관한 연구는 대단히 미미한 수준이다. 추진제 연소과정과 관련 메커니즘, 즉 액적의 열관성 및 기화·화학반응 과정 등은 액적 주위 기상의 섭동과 동일위상이 아니며 시간지연 또한 관여하는 극히 복잡한 현상이다. 때문에 Culick이 어드미턴스 함수와 연소응답 함수를 정의한 이후 대부분의 음향불안정 연구[16,17]에서 이 항들을 대부분 실험값으로 대체하거나 임의의 값으로 설정하여 이론식에 대입하는 방식이 사용되었다.

Priem과 Heidmann은 고속 확산, 막이론 및 준 정상상태 기화과정 등을 가정하고 아임계 상태에서 압력 및 속도섭동에 대한 기화 액적의 연소반응 모델을 제시하였다. 그들은 압력섭동과 속도섭동의 선형 관계식으로 연소반응을 표현하였으며 액적 직경, 기상의 압력 등 관련 변수의 영향을 고려할 수 있도록 관계식을 구성하였다. 임계 부근 및 초임계 상태에서의 연소반응은 Hsieh 등[18]과 P. Lafon 등[19]이 시도하였으나 연소반응의 수치적인 계산을 주목적으로 하

였기 때문에 기상의 압력섭동 및 속도섭동과 연소반응과의 관계를 Priem 및 Heidmann과 같이 외재적이고 선형적인 관계식[20]으로 도출하지는 못하였다. 본 연구에서는 Priem과 Heidmann의 선형적이고 외재적인 연소반응 관계식을 도입하여 식(3)의 시스템을 구성하였다. 본 연구에 사용된 관계식이 완벽하다고 할 수는 없으나, 별다른 대안이 없는 상태이며, 아임계 상황에 대한 모델이기는 하나 열 및 질량확산과 대류의 영향까지 충실히 고려되었다는 모델의 충실도가 물리적으로 타당하리라는 점에서 채택하였다. 더욱이, 연소반응의 이론적·수치적 모델 뿐 아니라 실험까지도 다분히 상당한 오차를 수반하는 현 상황에서는 불가피하다고 판단하였다. 앞에서 언급한 바와 같이 식(1)에서 나타난 연소관련 발생항은 식(5)와 같은 Priem과 Heidmann의 관계식을 사용하여 식(3)의 연소불안정 지배방정식 시스템을 완결시킨다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_i &= \overline{m}_i + \dot{m}_i \\ &= \overline{m}_i \left\{ 1 + \alpha_v(\vec{x}) \frac{p'(t, \vec{x})}{p} + \beta_v(\vec{x}) \frac{u'(t, \vec{x})}{u} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

3. 이론 검증

한 쪽이 막힌 수직 파이프 내부를 1차원 음향모델로 근사하고 음향파동 거동 예측을 통해 제시 이론 및 수치해석 코드의 타당성을 검증하였다. 연소 혹은 점성 등과 같은 음향불안정 구동요인 및 감쇠요인을 모두 배제한 음향모델로 외재적인 이론해가 존재하는 음향장을 해석한 후 이론해와 수치해를 비교·고찰하였다. 균일 음향장의 평균 압력은 1기압, 평균 온도는 300 K로 설정하였다. 그림 1은 대상 음향장에 대한 이론해와 수치해를 비교한 것이며 양자가 거의 무시할만한 오차 범위에서 일치하였다.

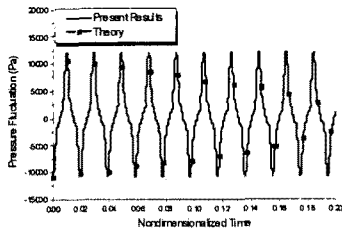


그림1. 순수음향장의 이론해와 수치해의 비교

4. 적용예

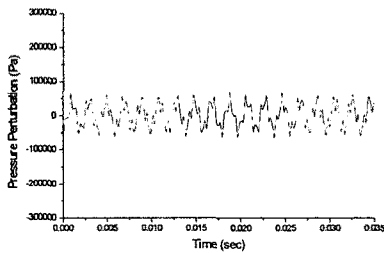
노즐부를 포함한 준 1차원 형상의 로켓엔진 연소실 모델에 대한 음향-연소장 및 음향불안정 특성을 예측·평가하였다. 음향불안정 메커니즘의 지배적인 인자들인 초기 압력섭동 진폭, 정상상태 연소량, 연소응답 함수 등의 변화에 따른 연소불안정 해석결과를 바탕으로 고주파 음향파동의 일반적인 거동 특성을 반영하는가의 여부를 검토하고 본 연구에서 제안한 연소불안정 해석 방법론의 이론적인 타당성과 응용가능성을 입증하고자 하였다. 해석대상 액체추진 로켓엔진의 기하학적 형상은 연소실 원통부 반경 0.210 (m), 연소실 원통부 축방향 길이 0.199 (m), 노즐 수축각 15도, 입구면에서 노즐목까지의 총 길이 0.447 (m), 노즐목 반경 0.155 (m) 등으로 설정하였다. 작동조건은 평균 압력 13기압, 평균 온도 2700 (K), 기상의 비열비 1.4, 기상의 평균 음속 1045 (m/sec) 등으로 가정하였다. 준 1차원 음향모델은 연소실 축방향 좌표상의 74개 등간격 격자점으로 구성하였다. 길이방향 음향장에서 각 유동변수인 밀도, 속도성분, 압력의 모드별 초기 섭동량은 준 1차원 형상에 대한 압력섭동의 파동방정식을 수치적으로 계산하고 포텐셜 유동을 가정하여 계산하였다. 해석대상 액체추진 로켓엔진의 축대

칭 모델을 이용하여 화학반응 및 연소과정을 포함하는 분무 연소장을 수치적으로 해석한 후 축방향 단면적의 평균값을 구하여 각 유동변수 및 연소 발생항의 공간구배를 반영하였다. Kerosene과 액체산소를 추진제 조합으로 사용하되 연료와 산화제 모두 액상의 형태로 분사되도록 설정하였으며, 연료 액적의 경우 10, 82, 155, 227, 300 (μm), 산화제 액적의 경우 10, 45, 80, 155, 230 (μm)의 초기 액적반경 분포를 갖도록 하였다. 연소실 원통부만을 고려한 길이방향 음향파동의 고유주파수는 제1모드가 1312 (Hz), 제2모드가 1969 (Hz), 제3모드가 3282 (Hz)인 반면, 노즐부를 포함시켜 유한요소 수치해석을 통해 구한 해석대상 로켓엔진 형상의 고유주파수는 제1모드가 502 (Hz), 제2모드가 1720 (Hz), 제3모드가 2893 (Hz)로 나타났다. 일반적으로 이론적인 방법에 의한 고유주파수의 계산은 위에서의 원통부에 대한 계산에 형상적인 요인으로 변수분리가 불가능한 노즐 수축부에 대하여 Sirignano에 의해 정립된 어드미턴스 함수를 수축부 입구에서 경계조건으로 부여하며 이에 따른 주파수의 변화를 계산한다. 일반적인 축대칭형 노즐의 경우에는 유사한 값을 나타내나 수동제어장치 등이 포함되는 경우에는 매우 다른 값을 보인다. 이와 같은 상당한 고유주파수의 차이는 연소실 내 기하학적 형상에 의한 것이며, 수치해석을 통해 기하학적 변형을 포함하는 음향장의 고유주파수를 별도로 계산해야 할 필요성이 있음을 의미한다.

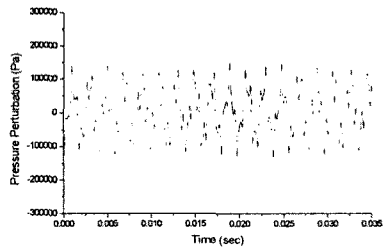
위에서 언급한 바와 같이 초기 압력섭동 진폭, 정상상태 연소량, 액적의 연소반응 특성의 변화에 따른 음향불안정의 거동 특성 변화에 대해 수치적으로 고찰하였다. 초기 압력섭동 진폭은 평균 작동 압력의 5%, 10%, 15% 등으로 변화시켰다. 정상상태 연소량은 축대칭 수치

해석 결과를 100% 연소량으로 하여 1/10 및 10배의 연소량 등 총 3가지 경우의 연소량 변화를 고려하였다. 압력섭동에 대한 연소응답은 Rayleigh 기준에 기초하여 동일위상(in-phase) 및 상이위상(out-of-phase) 연소응답에 따른 연소불안정 거동 특성 변화를 계산하였다. 식(3)의 연소불안정 지배방정식의 수치계산은 Rosenbrock의 4차 ODE 수치적분 알고리즘을 이용하여 수행하였다.

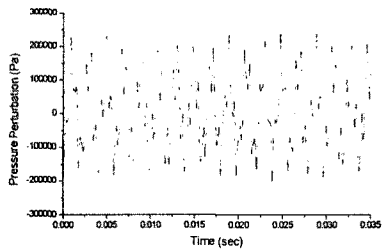
그림 2는 100% 정상상태 연소량의 경우 초기 압력섭동 진폭의 변화에 따른 입구면 부근 특정점에 대해 압력섭동의



(a) 5%



(b) 10%



(c) 15%

그림 2. 초기 압력섭동 진폭변화에 따른 입구면 부근의 압력섭동의 거동 (100% 정상상태 연소량)

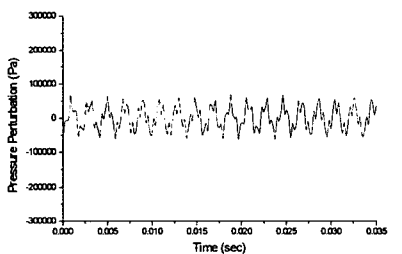
시간추이를 나타낸 것이다. 초기 압력섭동 진폭에 상관없이 그림 2(a-c) 모두에서 압력섭동의 시간에 따른 변화는 특정한 주파수를 갖는 파형을 갖게 되며, 연소에 의한 발생항 등을 고려하지 않은 순순한 음향장의 파형과 상당히 유사하다. 본 연구에서는 앞서 언급한 바와 같이 식(5)와 같은 Priem과 Heidmann의 연소응답 함수식을 사용하여 정상상태 연소량, 평균 압력, 압력섭동의 함수로 연소에 의한 발생항을 처리하였다. 즉, 본 연구에서는 기상의 압력섭동과 액적의 연소응답 사이의 위상차는 고려되지 않았으며 결과적으로 기상의 압력섭동과 연소응답은 완전한 동일위상의 거동을 보이게 된다. 따라서 이 경우 Rayleigh의 연소불안정 구동기준에 따라 오직 연소응답의 크기만이 연소불안정에 의한 음향파동의 구동 혹은 감쇠여부를 결정짓는 유일한 변수가 된다. 본 해석과정에서는 연소불안정의 구동원인 연소관련 발생항만을 고려하고 노즐을 제외한 점성 등 연소불안정의 감쇠요인은 배제하였으므로, 그림 2에서와 같이 100%의 연소량에 대해 5%, 10%, 15%의 압력섭동을 가한 경우 연소불안정 구동원은 노즐에 의한 감쇠를 극복하지 못하여 음향파동의 진폭을 증폭시킬 수 없었던 것으로 해석된다.

100% 정상상태 연소량의 1/10배의 연소량을 가정하고 해석을 수행한 경우 입구면 부근(그림3)과 노즐목 부근(그림4) 특정점에서의 압력섭동 시간추이는 그림 2와 유사한 결과를 보여주었다. 그림 2와 그림 3으로부터 연소응답에 의한 연소불안정 구동원이 노즐에 의한 감쇠를 이기고 음향불안정 구동을 위한 한계치 혹은 최소치에 미치지 못하는 경우, 연소불안정에 의한 음향섭동의 증폭은 발생하지 못한다는 결론을 얻게 된다. 이러한 결론은 Rayleigh의 연소불안정 구

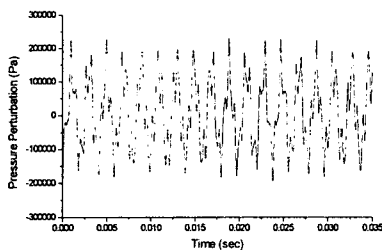
동기준에도 부합하는 것이다.

그림 5의 (a)와 (b)는 각각 입구면 부근과 노즐목 부근 특정점에서의 압력섭동 시간추이의 해석 결과인 그림 3과 그림 4에 대한 FFT(Fast Fourier Transform) 해석결과이다. 그림 5의 (a)와 (b)를 비교하면 제 1 길이방향 음향 모드에 비해 제 2 혹은 제 3 길이방향 모드의 진폭이 증가하였는데 이는 노즐 수축부의 단면적 감소에 따른 영향의 결과이다. 그림 5와 앞서 언급한 노즐 수축부를 포함한 음향장 해석의 고유주파수를 비교하면 입구면 혹은 노즐목 부근 모두에서 음향과동 구동주파수의 변화는 거의 일어나지 않았음을 알 수 있다.

그림 6과 그림 7은 입구면과 노즐목 부근, 특정점에서의 압력섭동의 시간추이를 각각 나타낸 것으로 100% 정상상태 연소량의 10배에 해당하는 연소 발생향을 고려한 경우이다. 초기 압력섭동

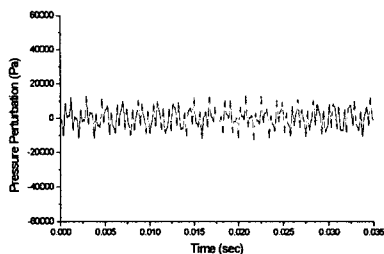


(a) 5%

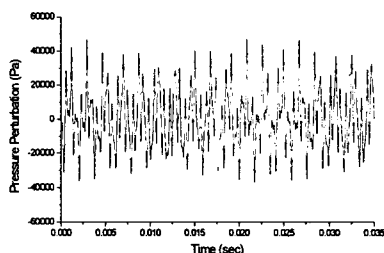


(c) 15%

그림3. 초기 압력섭동 진폭변화에 따른 입구면 부근의 압력섭동의 거동 (10% 정상상태 연소량)

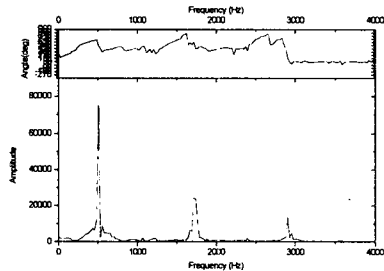


(a) 5%

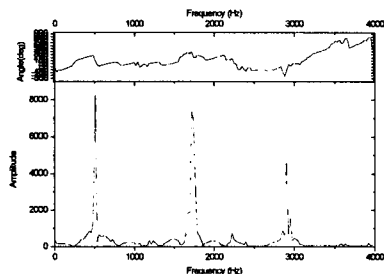


(c) 15%

그림4. 초기 압력섭동 진폭변화에 따른 노즐목 부근의 압력섭동의 거동 (10% 정상상태 연소량)



(a) 입구면 부근



(b) 노즐목 부근

그림5. 입구면과 노즐목 부근 음향과동의 고유주파수 및 진폭

(10% 정상상태 연소량)

진폭에 상관없이 모든 경우에서 연소불안정에 의한 압력섭동의 증폭현상이 나타나고 있으며, 노즐목 부근보다 입구면 부근에서 압력섭동의 진폭이 보다 크게 증폭됨을 확인하였다. 즉, 연소에 의한 음향불안정 구동원이 노즐에 의한 감쇠를 극복할 뿐만 아니라 음향불안정 구동을 위한 최소 기준치 이상임을 보여주는 결과이다. 더불어 초기 압력섭동의 진폭 증가에 따라 음향파동의 증폭도 보다 크게 발생하였다. 충분히 큰 연소응답에 의해 압력섭동으로 구현되는 음향파의 증폭이 발생하고 이에 따라 시스템의 불안정성이 나타남은 Rayleigh의 기준으로 부터 예상가능하며 정성적으로 타당한 결과이다.

앞서 언급한 바와 같이 본 연구에서는 식(5)의 Priem과 Heidmann의 연소응답 관계식을 사용하여 정상상태 연소량, 평균 압력, 압력섭동의 함수로 연소응답을 표현하였는데 이 경우 기상의 압력섭동

과 연소응답은 완전한 동일위상의 관계를 갖는다. 따라서 그림 6과 그림 7에서 본 바와 같이 충분히 큰 연소응답이 주어지는 경우에는 진폭과 위상관계에 의해 Rayleigh의 기준에 의거하여 시스템의 불안정 혹은 음향불안정의 구동현상이 나타난다. 여기서는 압력섭동과 연소응답의 위상관계에 따른 연소불안정의 구동여부를 Rayleigh의 기준에 맞춰 좀 더 명확히 입증하기 위해 식(5)의 압력섭동에 대한 연소응답의 계수인 α_v 의 부호를 바꾸어 이전과 같은 방식으로 수치해석을 수행하였다. α_v 의 부호를 바꾸는 것은 $\alpha_{v_{new}} = -\alpha_{v_{old}}$ 와 같이 연소응답 계수의 절대값은 유지시킨 채로 부호만 바꾸는 것으로 완전한 동일위상 관계를 180도 위상차를 갖는 완전한 상이위상 관계로 전환시키는 효과를 얻게 된다. 그림 8은 이와 같은 과정을 거쳐 5% 초기 압력섭동을 부여한 경우(그림 8(a))와 15% 초기 압력섭동을 부여한 경우(그림 8(b))에 동일 지점에서의 음향섭동의 진폭변화를 나타낸 것이다. 그림 8(a)의 경우에는 그림 4에서와 같이 충분히 큰 연소응답이 확보되지 않았으므로 마치 순수한 음향장의 파동과 같이 시간에 따른 음향섭동의 진폭변화가 나타나지 않은 반면, 그림 8(b)의 경우에는 충분히 큰 연소응답이 완전한 상이위상으로 작용함으로써 시스템의 불안정성을 감소시킬 뿐만 아니라 결과적으로는 압력섭동의 감쇠로 나타나는 결과를 보여주고 있다.

이상의 결과를 정리하면 액적의 연소과정으로 대변되는 연소불안정 구동원이 시스템의 불안정성에 영향을 미치기 위해서는 일차적으로 충분히 큰 연소응답이 요구된다는 것을 확인하였다. 더불어 충분히 큰 연소응답이 발생하는 경우 액적의 연소과정과 기상의 압력섭동 사이의 상호 되먹임 과정이 동일위상 관계에

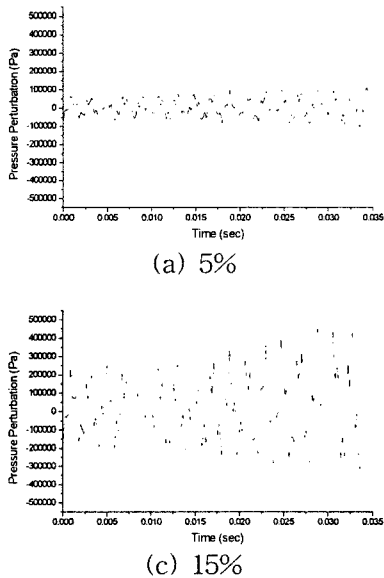
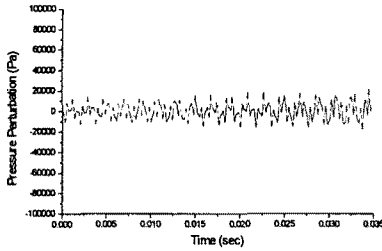
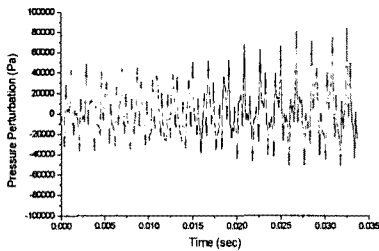


그림6. 초기 압력섭동 진폭변화에 따른 입구면 부근의 압력섭동의 거동 (100% 정상상태 연소량)

있는가 혹은 상이위상 관계에 있는가에

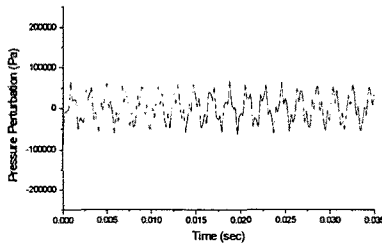


(a) 5%

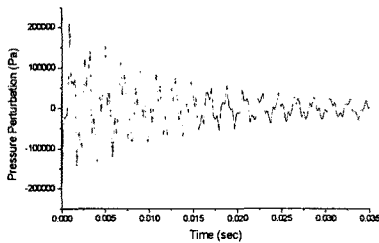


(c) 15%

그림7. 초기 압력섭동 진폭변화에 따른 노즐목 부근의 압력섭동의 거동 (1000% 정상상태 연소량)



(a) 5%



(b) 15%

그림8. 연소응답의 위상 및 초기 압력섭동에 따른 음향파동의 변화 (1000% 정상상태 연소량)

라 충분히 큰 연소응답이 시스템에 미치는 영향은 음향섭동의 증폭과 감쇠의 정반대 현상으로 나타났다. 결과적으로 위에 기술한 내용은 Rayleigh의 연소불안정 해석기준에 부합하는 것이며, 이로써 본 연구에서 제시한 음향불안정 해석이론 및 방법론의 타당성을 입증하는 연구 결과를 얻었다.

5. 결론

본 연구에서는 선형 파동에 기초한 음향모델과 연소응답의 조합을 통해 새로운 이론-수치적인 고주파 연소불안정 모델을 제시하였다. 음향장 이론해와 수치해의 비교하여 모델의 정확도를 검증하고 준1차원 모델에의 적용예를 통해 Rayleigh 연소불안정 기준에 부합하는 고주파 연소불안정 해석·예측결과를 제시함으로써 이론-수치적인 고주파 연소불안정 모델의 타당성과 정확도를 입증하였다. 향후, 다차원 형상과 구체적인 연소모델을 포함하는 실용적 고주파 연소불안정 해석방법으로 확장할 예정이다.

참고문헌

- (1) V. Yang and W.E. Anderson (eds), Liquid Rocket Engine Combustion Instability, Chap.4, AIAA, 1995
- (2) Fred E. C. Culick, Acoustic Oscillations in Solid Propellant Rocket Chambers, Astronautica Acta, Vol. 12, No. 2, pp. 113-126, 1966
- (3) Habiballah, M., Dubois, I., Vingert, L., Lourme, D., and Scherrer, D., "High Frequency Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Engine - A Review of Studies Carried Out at ONERA for the Ariane Launcher," AIAA

- Paper 92-0774, 1992
- (4) Vigor Yang and Williams E. Anderson (eds), *Liquid Rocket Engine Combustion Instability*, Chap. 1, AIAA, 1995
 - (5) Crocco, L., and Cheng, S. I., *Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors*, AGARD Monograph, No. 8, Butterworths, London, 1956, Chaps. 1-3
 - (6) Culick, F., and Yang, V., "Combustion Instabilities in Liquid Rockets," *AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 169, pp. 3-37, 1995
 - (7) Yang, V., Kim, S., and Culick, F., "Third-Order Nonlinear Acoustic Instabilities in Combustion Chambers, Part I : Longitudinal Modes," *AIAA Paper 87-0152*, 1987
 - (8) T'ien, J., and Sirignano, W., "Unsteady Thermal Response of the Condensed-Phase Fuel Adjacent to a Reacting Gaseous Boundary Layer," *Thirteenth Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, 1971
 - (9) Dubois, I., and Habiballah, M., "Numerical Simulation of High Frequency Instability in an Oxygen/Hydrogen Rocket Engine," *AIAA paper 91-1860*, 1991
 - (10) Jeng, S., and Litchford, R., "Liquid Rocket Spray Combustion Stability Analysis," *AIAA Paper 92-3227*, 1992
 - (11) Kim, Y., Chen, C., and Ziebarth, J., "Prediction of High Frequency Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Engines," *AIAA Paper 92-0775*, 1992
 - (12) Yoon, W.S., and Chung, T.J., "Nonlinearly Unstable Waves Dominated by Entropy Mode," *J. of Acoust. Soc. Am*, Vol. 96, No. 2, pp. 1096-1103, 1993
 - (13) G.Y. Lee and W.S. Yoon, *High Frequency Wave Instability and Combustion Responses*, AIAA-2000-3296
 - (14) W.S. Yoon, G.Y. Lee, and H.K. Kim, *Direct Prediction of Unstable Waves in Combustion Chamber*, *Proceedings of The Third Asia-Pacific Conference on Combustion*, June 24-27, Seoul, Korea, pp. 449-452, 2001
 - (15) F.E.C. Culick, *A Review of Calculations for Unsteady Burning of a Solid Propellant*, *AIAA Journal*, Vol. 6, pp 2241-2255, 1968
 - (16) E.H. Cardiff and M.M. Micci, *Distributed Combustion Response Function Modeling and Measurement*, *AIAA 99-2497*
 - (17) Finlinson, Jerry, C., Stalnaker, Rechard, and Blomshield, Fred, S., *HMX and RDX T-Burner Pressure Coupled Response from 200 to 1000 psi*, *AIAA-98-0556*
 - (18) K.C. Hsieh, J.S. Shuen, and V. Yang, *Droplet Vaporization in High-Pressure Environments I: Near Critical Conditions*, *Combustion Science and Technology*, Vol. 76, pp. 111-132, 1991
 - (19) Patrick Lafon, Vigor Yang, and Mohammed Habiballah, *Pressure-Coupled Vaporization and Combustion Responses of Liquid Oxygen (LOX) Droplets in Supercritical Hydrogen Environments*
 - (20) Priem, R., and Heidmann, M., *Propellant Vaporization as a Design Criterion for Rocket Engine Combustion Chambers*, *Tech. Rept., NASA TR-67*, Sept. 196