

# 유한요소법을 이용한 고속응답 솔레노이드 밸브의 거동해석

권기태\* · 한화택\*\*

## Dynamic Analysis of Fast-Acting Solenoid Valves Using Finite Element Method

Ki-Tae Kwon, Hwataik Han

**Key Words:** Fast-Acting Solenoid Valve(고속응답 솔레노이드 밸브), Magnetic Circuit(자기회로), Finite Element Method(유한요소법), Fuel Injector(연료 분사기), Magnetization(자화)

### Abstract

It is intended to develop an algorithm for dynamic simulation of fast-acting solenoid valves. The coupled equations of the electric, magnetic, and mechanical systems should be solved simultaneously in a transient nonlinear manner. The transient nonlinear electromagnetic field is analyzed by the Finite Element Method (FEM), which is coupled with nonlinear electronic circuitry. The dynamic movement of the solenoid valve is analyzed at every time step from the force balances acting on the plunger, which include the electromagnetic force calculated from the Finite Element analysis as well as the elastic force by a spring and the hydrodynamic pressure force along the flow passage. Dynamic responses of the solenoid valves predicted by this algorithm agree well with the experimental results including bouncing effects.

#### 기호설명

<p>A : 자기 벡터 포텐셜</p> <p>B : 자속 밀도</p> <p>H : 자계의 세기</p> <p><math>J_0</math> : 초기전류밀도</p> <p><math>J_e</math> : 자성체에 발생하는 와전류밀도</p> <p><math>J_m</math> : 자화전류밀도</p> <p>M : 자화</p> <p>R : 저항</p> <p>C : 콘덴서 용량</p> <p>E : 전위</p> <p>I : 전류</p> <p><math>L_n</math> : 누설 인덕턴스</p>	<p>z : 플런저의 변위</p> <p><math>z_0</math> : 플런저의 초기변위</p> <p>c : 댐핑계수</p> <p>k : 스프링계수</p> <p><math>F_m</math> : 공극부에 발생하는 자기력</p> <p><math>F_p</math> : 유체점성에 의해 발생하는 유체반력</p> <p>h : 유로의 수직높이</p>
그리스문자	
	<p><math>\mu_0</math> : 자유공간 투자율</p> <p><math>\sigma</math> : 도전률</p> <p><math>\eta</math> : 유체 점성계수</p>

### 1. 서론

전기에너지를 작은 변위의 직선운동으로 변환하는 장치로 사용되는 솔레노이드 밸브(solenoid

\* 국민대학교 자동차전문대학원  
\*\* 국민대학교 기계자동차공학부

valve)는 구조가 간단하고 경제적이며, 정밀제어가 가능하기 때문에 스위치, 릴레이, 밸브 등 여러 산업분야에서 널리 이용되고 있다. 특히, 자동차 연료분사기로 사용되는 솔레노이드 밸브와 같이 정밀한 유량제어가 가능한 고속응답 솔레노이드 밸브에 개발이 많이 요구되고 있다.<sup>(1-3)</sup>

짧은 열림지연시간(opening delay time)을 가진 고속응답 솔레노이드 밸브에서는 빠른 자화 때문에 와전류(eddy current)와 같은 동적 효과를 고려한 시변계 유한요소해석을 해야 한다. 특히, 전기, 자기 및 기계 시스템의 결합된 형태로 나타나기 때문에 비정상상태 해석에서 각 시스템간의 결과치를 서로 교환하면서 해석이 이루어져야 한다. 하지만 기계공학분야의 기존의 연구에서는 전자기장 시변계 유한요소해석을 하지 않고 단순화하거나 실험에 의존하고 있다.<sup>(1,2,3)</sup> 반면, 전기공학분야에서는 솔레노이드의 유한요소해석은 이루어지나 기계거동에서 충돌시 발생하는 금속의 강성이나 댐핑효과, 유체의 점성에 의한 효과를 고려하지 않아 플런저의 거동해석에 한계를 보이고 있다.<sup>(4,5)</sup>

본 논문에서는 자기, 전기 시스템 해석을 위해 자기방정식과 회로방정식을 결합하고 연자성 소재의 비선형특성을 고려한 비선형 시변계 유한요소해석을 수행하고 여기에서 계산된 자기력을 기계시스템의 운동방정식에 입력하여 진동해석을 수행하는 방법을 사용한다. 또한 개발된 기법을 프로그램화하여 수치해석결과를 구하고 솔레노이드 밸브의 고속 응답특성을 측정할 수 있는 실험장치를 이용해 얻은 실험결과와 비교함으로써 본 해석기법의 타당성을 검증하고자 한다.

## 2. 수치 모델링

솔레노이드 밸브는 자기, 전기, 기계시스템이 서로 결합된 형태로 작동하기 때문에 동적 거동을 시뮬레이션 하기 위해서는 각 시스템을 연계하여 해석해야 한다.

Fig. 1은 전체적인 수치해석 흐름도를 보이고 있다.

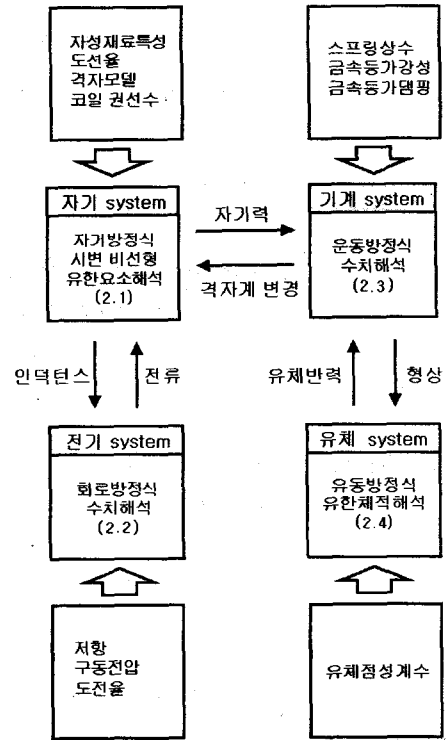


Fig. 1 Flow chart for numerical modeling procedure

### 2.1 자기장의 유한요소 모델링

Maxwell 방정식에서 자화를 고려한 시변계 자기 방정식은 식 (1)과 같이 주어진다.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \hat{A}) = \hat{j}_0 + \hat{j}_e + \hat{j}_m \quad (1)$$

식 (1)을 축대칭 2차원 문제로 가정하고 전위항과 자성체의 히스테리시스(hysteresis) 특성을 무시하면 식 (2)와 같이 정리할 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\frac{1}{\mu_0} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{A_\theta}{r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right) \right] = - \frac{1}{\mu_0} \left[ \frac{\partial M_r}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial r} \right] + \sigma \frac{dA_\theta}{dt} - J_{0\theta} \quad (2)$$

식 (2)를 각 요소 e에 대해 Galerkin법으로 정식화하면 식 (3)과 같이 요소행렬 방정식을 구할 수 있다.

$$[S_0]^{(e)}\{A\}^{(e)} + [P]^{(e)}\frac{d}{dt}\{A\}^{(e)} - \{Q\}^{(e)}I^{(e)} = \{J_m\}^{(e)} \quad (3)$$

식 (3)의 요소 행렬 방정식을 조합하여 전체 행렬 방정식을 구성한 다음 경계조건을 적용하면 선형연립방정식 문제로 계산할 수 있다.

## 2.2 전기회로의 모델링

고속응답 솔레노이드 밸브에 전류를 공급하는 구동회로는 Fig. 2와 같이 구성되어 있다.

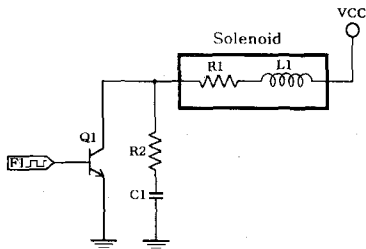


Fig. 2 Electric driving circuit for solenoid valve

Fig. 2 구동회로의 회로방정식은 식 (4)와 같다.

$$V = (R_{sol} + R_{ext})I_{(t)} + E + \frac{1}{C} \int I_{(t)} dt + L_n \frac{dI_{(t)}}{dt} \quad (4)$$

여기서,  $L_n$ 는 누설 인덕턴스이고  $E$ 는 유도기전력(induced electromotive force)이다.

식 (4)의 회로 방정식에서 누설 인덕턴스를 무시하고 코일 안에서 발생하는 유도기전력을 시간에 따른 자속의 변화로 표현하여 각 요소에 대한 회로방정식의 요소 행렬식을 구하면 식 (5)과 같이 된다.

$$V = [G]^{(e)} \frac{d}{dt}\{A\}^{(e)} + R_t I_{(t)} + \frac{1}{C} \int I_{(t)} dt \quad (5)$$

식 (2)와 식 (4)에 포함된 시간미분항을 후퇴차분법(backward difference method)을 적용하면 식 (6)과 같이 전체 행렬 방정식으로 구성된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [S_0] + \frac{1}{\Delta t}[P] & -[Q] & 0 \\ \frac{1}{\Delta t}[G] & R_t & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^{t+\Delta t} \\ I^{t+\Delta t} \\ q^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}[P] & 0 & 0 \\ \frac{1}{\Delta t}[G] & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^t \\ I^t \\ q^t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} J_m^{t+\Delta t} \\ V^{t+\Delta t} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

## 2.3 기계적 거동 모델링

솔레노이드 플런저(plunger)의 거동은 플런저의 이동 방향과 자기 시스템에서 발생하는 자기력 방향이 z축만으로 구속되었다는 가정에서 자기력  $F_m$ , 플런저의 질량  $m$ , 스프링  $k_1$ 으로 구성된 1자유도 운동방정식으로 모델링이 가능하다. 또한 플런저의 동작이 일정거리의 구속조건을 가지고 있기 때문에 충돌시 유체에 의해 발생하는 유체반력(hydrodynamic force)  $F_p$ , 급속 충돌을 모사하기 위한 급속의 등가 강성(equivalent stiffness)과 등가 댐핑(equivalent damping)  $k_2, c_2, k_3, c_3$  등도 고려하였다.

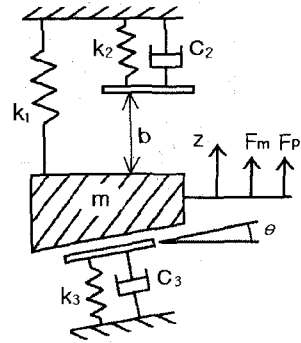


Fig. 3 Dynamic model for plunger movement

플런저의 동적모델은 Fig. 3과 같고<sup>(6)</sup> z를 플런저의 변위로 하고 Newton 법칙을 적용하여 운동방정식을 구하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$m\ddot{z} = -(k_3 + k_1 + k_2)z - (c_3 + c_2)\dot{z} + F_m + F_p + k_2b - k_1z_0 \quad (7)$$

플런저에 작용하는 자기력  $F_m$ 은 Maxwell 응력

텐서를 사용하여 식 (8)과 같이 나타낸다.<sup>(4)</sup>

$$F_m = \int_s \frac{1}{2\mu_0} [(B_z^2 - B_r^2)n_z + 2n_r B_r B_z] ds \quad (8)$$

여기서, n 은 공극부 요소수이고 s 는 각 요소의 면적이다.

## 2.4 유체 모델링

솔레노이드 밸브의 플런저 충돌부의 형상은 Fig. 4 과 같다. 충돌시 발생하는 유체효과를 점선을 따라 축대칭 1차원 문제로 가정하면 충돌부 사이에서 발생하는 압력은 식 (9)의 편미분 방정식으로 나타낸다.<sup>(7)</sup>

$$6\eta \frac{\partial}{\partial x} (Urh) + 12\eta r \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} rh^3 \right) \quad (9)$$

여기서, U 는 플런저 이동속도의 접선성분, h 는 유로의 수직높이,  $\partial h / \partial t$  는 플런저 이동속도의 법선성분, 그리고 P 는 유체압력이다.

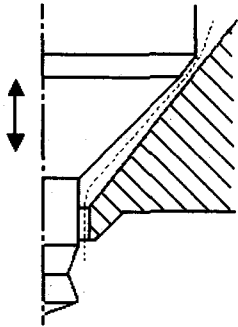


Fig. 4 Shape of impact part

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 자기 포텐셜과 자속밀도 분포

고속응답 솔레노이드 밸브의 동적 해석을 위해 MATLAB을 이용하여 프로그래밍 하였다. 이때 계산에 사용한 자성재료의 초기 투자율 곡선 (initial permeability curve)은 Fig. 5와 같다.

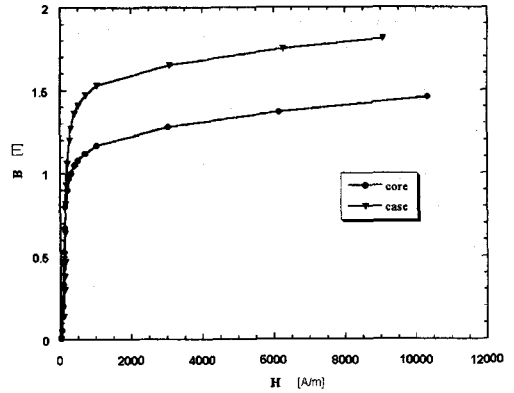


Fig. 5 BH-curve of the magnetic material

Fig. 6과 Fig. 7은 공급전압 인가 후 2.0ms 경과 시점에서의 자기벡터 포텐셜 A (magnetic vector potential)와 자속밀도 B (magnetic flux density)에 대한 분포를 보이고 있다.

Fig. 7에서 보는 바와 같이 솔레노이드 내부의 자화가 자기회로의 단면에 대해 불균일하게 발생하고 있어 자화를 균등하게 가정한 자기회로의 수치계산이 적절하지 못함을 알 수 있다.

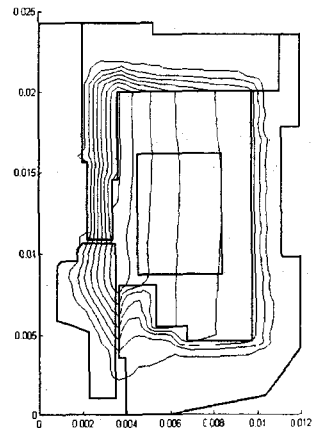


Fig. 6 Distributions of magnetic vector potential A (t = 2.0ms)

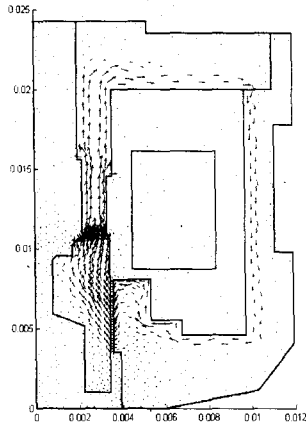


Fig. 7 Distributions of magnetic flux density B (t = 2.0ms)

### 3.2 충돌부에 발생하는 압력분포

식 (9)로부터 압력분포를 구하고 플런저의 충돌부에 발생하는 유체반력을 계산하였다.

Fig. 8은 플런저 행정이 각각  $30\mu\text{m}$ 과  $77\mu\text{m}$  일 때의 계산결과이며 압력강하는 상대적으로 유로면적이 작은 충돌부( $0.0019\text{m}$ )와 핀틀( $0.0035\text{m}$ ) 부근에서 크게 발생하고 있다.

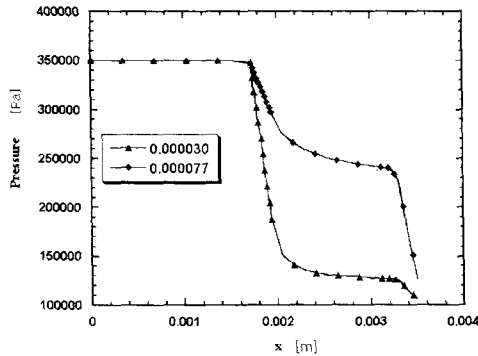


Fig. 8 Distribution of pressure at impact part

### 3.3 구동시 플런저의 거동

솔레노이드 밸브 구동실험은 전류 탐침(probe)을 사용해 전류의 변화량을 측정하였고 플런저

의 거동측정은 플런저에 연결된 핀틀(pintle) 주위에 유도 코일을 두어 플런저의 거동시 발생하는 유도기전력을 증폭하여 측정하였다.

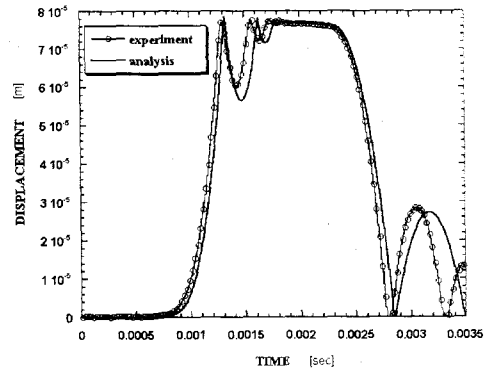


Fig. 9 Plunger displacement (without fuel supply)

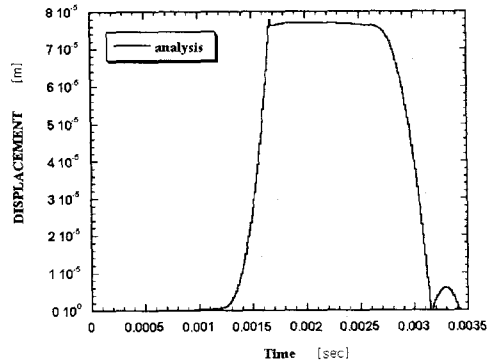


Fig. 10 Plunger displacement (with fuel supply)

Fig. 9와 Fig. 10은 연료가 공급되지 않을 때와 공급될 때의 플런저 거동에 대한 실험결과와 수치해석 결과를 비교해서 보여주고 있다. Fig. 9의 플런저 거동 곡선에서는 밸브에 사용된 스프링상수(spring coefficient) 등과 같이 측정을 하지 못한 몇가지 변수를 양산제품의 사양치로 대치한 아쉬움이 남으나 자기, 회로 해석과 결합해 충돌시 발생하는 플런저의 바운싱(bouncing) 효과까지 고려됨으로서 완제품에 대한 실시간 해석이 가능하게 되었다. Fig. 10에서는 솔레노이드 밸브 안에

유체가 공급될 경우 충돌사 발생하는 유체의 점성효과로 플런저의 바운싱 효과가 크게 작아짐을 알 수 있었다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 고속응답 솔레노이드 밸브의 동적 시뮬레이션 기법을 개발하고 실험장치를 사용한 자기력 및 실제동작 특성실험의 결과와 개발된 해석 프로그램의 수치해결을 비교 검증하였다. 연자성 재료 내부에 발생하는 자계의 동적 효과를 시변계 유한요소해석으로 계산함으로써 밸브 내부에 발생하는 와전류를 계산할 수 있었고 특히, 전자기장 해석에서 투자율대신 자화를 고려하여 미소 자화경우에도 안정된 결과를 얻을 수 있었다. 또한 플런저의 운동해석에서 유체 점성에 의해 발생하는 충돌부의 유체반력을 축대칭 1차원 유동방정식 문제로 계산하여 플런저의 충돌 및 반발 특성을 해석할 수 있었다.

개발된 해석 프로그램은 솔레노이드 밸브의 설계사양과 연자성재료의 자성특성 실험치만으로 플런저의 거동을 예측할 수 있기 때문에 솔레노이드 밸브의 개발이나 원가절감을 위한 제품설계시 각 설계인자의 변경에 대한 밸브 동작특성의 변화 경향을 파악하는데 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

## 참 고 문 헌

- (1) 홍순철, 이장희, 김창수, "디젤엔진의 Common Rail Injection System 구현을 위한 솔레노이드 밸브 제어기술 개발," 한국자동차공학회 추계 학술대회, 97380257, 1997.
- (2) 이형승, 이용규, 김한조, 김웅서, "솔레노이드 구동 수소인젝터의 성능예측," 한국자동차공학회 논문집, 제5권, 제1호, pp. 174-185, 1997.
- (3) 황재원, 갈한주, 박재근, 채재우, "고속용 솔레노이드 설계를 위한 수치해석적 연구", 한국자동차공학회논문집 제7권 제3호, pp.94-102
- (4) 정인성, 허진, 윤상백, 현동석, "솔레노이드 액츄에이터의 형상최적화에 관한 연구," 전기학회 논문집, 제47권, 제9호, pp. 1325-1330, 1998.
- (5) Tonk-Ki Park, Jeong-Hwan Jin, Se-Jin Seong, "A Study on the Optimal Design for Plunger Type Solenoid Using Finite Element Method", IPEMC'97, 1997
- (6) Efredn Moreno Benavides, Juan Ramon Arias Perez, Ramon Perez Herrero, "Numerical Simulation of the Injection Process in a Two Stroke Diesel Engine", SAE Technical Paper Series, 2000-01-0291, 2000.
- (7) J.H. Spurk, T. Betzel, N. Simon, "Interaction of Nonlinear Dynamics and Unsteady Flow in Fuel Injectors", SAE, 920621, 1992.