

동적 민감도 해석을 이용한 판토틀래프의 동특성 개선

김진우* · 박동진** · 왕영용** · 한창수***

Improving the Dynamic Characteristics of the Pantograph Using the Sensitivity Analysis

Jinwoo Kim, Tongjin Park, Youngyong Wang and Changsoo Han

Key Words : pantograph(판토틀래프), high-speed rail vehicle(고속전철), contact force(접촉력), loss of contact(이선), sensitivity analysis(민감도 해석), direct difference(직접 미분)

Abstract

In this paper, the dynamic response of the pantograph system that supplies electrical power to a high-speed rail vehicle were investigated. The analysis of the catenary based on the Finite Element Method (FEM) is executed to develop a pantograph fits well in high-speed focused on the dynamic characteristic analysis of the pantograph system. By simulation of the pantograph-catenary system, the static deflection of the catenary, the stiffness variation in contact lines, the dynamic response of the catenary undergoing constant moving load and the contact force analysis were executed. In order to consider the design variables that effects on the dynamic characteristic of the pantograph system performed the dynamic sensitivity analysis. From the pantograph-catenary analysis, the design parameters of a pantograph could be improved. From the results of the sensitivity analysis, a pantograph with improved parameters is suitable for a high-speed rail vehicle from the design-parameter analysis.

기호설명

m_1	: 판토틀래프 프레임 질량
m_2	: 판토틀래프 플러저 질량
m_3	: 판토틀래프 팬헤드 질량
c_1	: 프레임 댐퍼
c_2	: 플러저 댐퍼
c_3	: 팬헤드 댐퍼
k_1	: 프레임 스프링 강성
k_2	: 플러저 스프링 강성
k_3	: 팬헤드 스프링 강성
F_L	: 정적 압상력
F_2, F_3	: 플러저와 팬헤드의 양력
$P(t)$: 접촉력

1. 서론

고속전철에서 집전 시스템은 가선계와 판토틀래프로 구성되어 있다. 350Km 의 고속으로 운행되는 고속전철에서 안정적인 운행을 위하여 연속적이고 일정한 집전이 이루어져야 한다. 하지만 고속전철의 운행 속도가 증가함에 따라, 가선계의 동적변화의 폭을 증가시키고, 그 결과로 가선계와 집전계 사이에 이선을 발생시키며, 이에 따라 전기적 충격과 마모로서 집전장치를 손상시킨다. 이러한 현상으로 인하여 전철의 고속화에 어려움이 발생하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 고속에 적합한 가선으로 대체되거나, 또는 판토틀래프 자체를 개량하여 동적인 움직임이 최소화 할 필요가 있다. 하지만 가선의 대체는 비용이 막대하므로 판토틀래프의 설계를 개선하는데 본 연구의 중점을 둔다. 판토틀래프의 동적 특성은 가선계와 판토틀래프 상호작용에 의해 발생하는 접촉

* 회원, 한양대학교 대학원 기전공학과
 ** 한양대학교 대학원 정밀기계공학과
 *** 회원, 한양대학교 기계공학과

력이 좌우한다. 접촉력은 판토크래프의 집전 성능을 나타내는 중요한 인자중의 하나이며, 이 값의 변화량의 폭을 작게 유지하는 것이 가장 중요한 과제이라 할 수 있다.

본 논문에서는 가선계의 유한 요소 모델에서부터 얻은 가선계 강성을 함수화 하여 판토크래프의 동특성 분석을 위한 동특성 설계 변수로 가정하였다. 설계 변수는 판토크래프의 3 자유도 동역학적 모델을 이용하여, 팬헤드의 질량, 강성, 댐퍼, 플런저 부분의 질량, 강성, 댐퍼, 그리고 상부암과 하부암의 질량, 강성, 댐퍼를 선정하였다. 접촉력의 변화에 따라 이선이 발생되며, 선정된 9 개의 설계 변수를 대상으로 동적 민감도 해석을 수행하여 이를 바탕으로 본 연구에서는 판토크래프의 집전 성능 향상을 위한 동특성 설계변수를 개선하고자 한다.

2. 가선 및 판토크래프의 모델링

2.1 가선계의 모델링

설계변수 변화에 따른 가선의 동적인 특성을 이해하기 위해서 실제와 가까운 가선계의 모델링을 한다. 단순 가선계의 구조는 Fig. 1 과 같다.

접촉선(contact wire)은 고주파 응답성분을 고려하여 일정한 장력이 가해지고 있는 인장보로 간주하였다. 조가선(messenger wire)은 접촉선과 마찬가지로 일정한 장력이 가해지고 있는 인장보로 간주하였다.

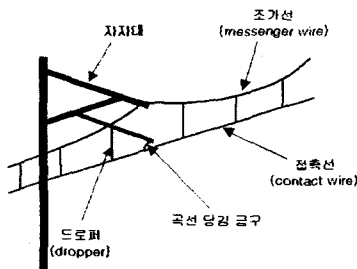


Fig. 1 Simple catenary system

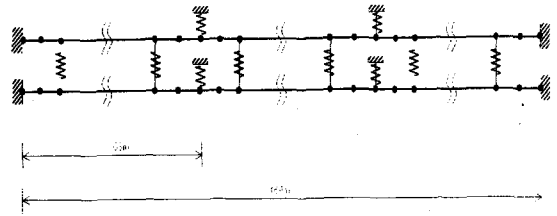


Fig. 2 Finite element model of the catenary

드로퍼(dropper)는 질량과 스프링으로 모델링을 하였다. 곡선당김금구의 모델링은 접촉선에서 질량과 스프링으로 모델링을 하였다. 지지대는 조가선을 지지하는 기둥으로 모델링 시에는 외팔보로 간주할 수 있다. 곡선당김금구와 마찬가지로 등가한 질량과 스프링으로 모델링을 하였다. 이 요소들을 모델링 하여 나타낸 그림은 Fig. 2 와 같다.

2.2 판토크래프의 모델링

한국형 고속전철에 사용되는 판토크래프는 TGV 에서 사용되고 있는 GPU 타입의 판토크래프를 개량한 것으로서 운행속도 350km/h 에서도 사용될 수 있도록 설계되고 있다. Fig. 3 은 그 외형을 보여주고 있다.

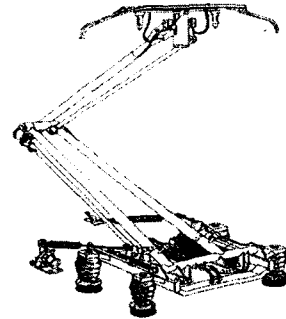


Fig. 3 GPU-type pantograph

판토크래프는 프레임, 크로스바, 팬헤드부로 나눌 수 있다. 프레임의 하부에는 판토크래프에 일정한 압상력을 제공하는 주 스프링과 판토크래프의 하강시 사용되는 공압 실린더가 설치되어 있다. 크로스바는 플런저 위에 설치되어 팬헤드부를 지지하고 있다. 팬헤드는 가선과 직접 접촉하여 전력을 받아들이는 부분이다.

본 연구에서는 프레임 부분을 축 주위로 회전하는 두 개의 질량으로 모델링하고 여기에 링크구조로부터 얻어지는 구속 조건식을 부여하였다. 크로스바와 팬헤드는 수직방향의 움직임만 갖는 질량으로 각각 모델링하고, 각 질량사이에는 스프링 강성과 댐퍼를 모델링 하였다. Fig. 4 는 판토히그래프의 다물체 해석 모델을 나타내고 있다.

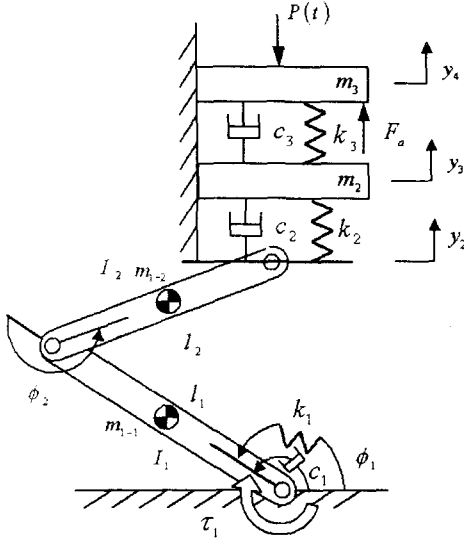


Fig. 4 Pantograph multi-body modeling

이 모델로부터 운동방정식을 구하면 다음과 같다. 먼저 프레임 부분은,

$$I \ddot{\alpha} = \underline{b} + \underline{\tau}'' + \underline{\tau}''' \quad (1)$$

$$\underline{\tau}''' = \begin{bmatrix} -c_1 \omega_1 - k_1 \phi_1 \\ -k_2 (y_2 - y_3) l_2 \cos \theta - c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_3) l_2 \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 2m_1 l_1 d_2 \sin \phi_2 \omega_2 + m_2 l_1 d_2 \sin \phi_2 \omega_2^2 \\ -m_2 l_1 d_2 \sin \phi_2 \omega_1^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$I' = \begin{bmatrix} I_1 + m_1 d^2 + I_2 + m_2 (l_1^2 + d_2^2 + 2l_1 d_2 \cos \phi_2) & I_2 + m_2 (l_1 d_2 \cos \phi_2 + d_2^2) \\ I_2 + m_2 (l_1 d_2 \cos \phi_2 + d_2^2) & I_2 + m_2 d_2^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\underline{\tau}'' = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

크로스바와 팬헤드에 대해서는

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_2 (y_3 - y_2) + c_2 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + c_1 (\dot{y}_3 - \dot{y}_0) = 0$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + k_3 (y_4 - y_3) + c_3 (\dot{y}_4 - \dot{y}_3) = -F_c + F_a \quad (6)$$

이들 운동방정식을 풀 때 다음 구속조건식이 적용된다.

$$y_2 = l_1 \sin \phi_1 + l_2 \sin(\phi_1 + \phi_2) \quad (7)$$

여기서,

$$\phi_2 = \theta - \phi_1 + 2\pi - 15^\circ \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-A + \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - B} \right)$$

$$A = 2\ell_1 \ell_2 \sin \phi_1$$

$$B = 2\ell_2 \ell_4 + 2\ell_1 \ell_2 \cos \phi_1$$

$$C = \ell_3^2 - \ell_1^2 - \ell_2^2 - \ell_4^2 - 2\ell_1 \ell_4 \cos \phi_1$$

판토히그래프의 상승 및 하강과 일정한 압력으로 전차선을 밀어주는 정적 압상력(static uplift force)은 프레임의 하부에 장착된 공압실린더와 주 스프링에 의해 조절된다. 여기서 m_3 는 집전판에서부터 2차 서스펜션의 스프링 이전까지의 부품이 해당되며, m_2 는 2차 서스펜션의 스프링 이후부터 주플런저의 스프링 이전까지의 부품이 해당된다. 그리고 m_1 은 주플런저의 스프링 이후부터 나머지 부분이 해당된다. 또한 집전판에는 접촉력 $P(t)$ 가 작용하고 m_1 에는 정적 압상력 F_L 이 작용하며, 집전판과 집전판 지지부에는 공력에 의한 압상력이 작용한다. 여기서 공력에 의한 압상력은 주행속도의 제곱에 비례한다. 판토히그래프 각 부위의 상하방향 운동변위는 y_2, y_3, y_4 로 표현된다.

2.3 판토히그래프 모델링 검증

위에서 구한 판토히그래프 모델링의 타당성을 검증하기 위해서 실제 판토히그래프에 대한 가진 시험 결과와 비교하였다.

이 시험은 팬헤드의 상부에서 가진기에 의해 일정한 주파수와 진폭으로 가진하여 판토히그래프 각부의 가속도를 측정하였다. 이 결과와 비교하기 위해 판토히그래프의 모델에 시험조건과 동일한 주파수와 진폭으로 팬헤드 질량에 힘을 가하고 가속도 값을 시뮬레이션 하였다.

여기서는 두 가지 시험 조건에 대한 결과를 보여주고 있는데 각각 2.6Hz, 18mm와 6.5Hz, 0.5mm의 가진에 대한 실제시험 결과와 모델링에 의한 모의시험 결과를 비교하였다. 두 가지 경우 모두 모델링에 의한 계산값이 실제 측정값과 매우 유사한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다.

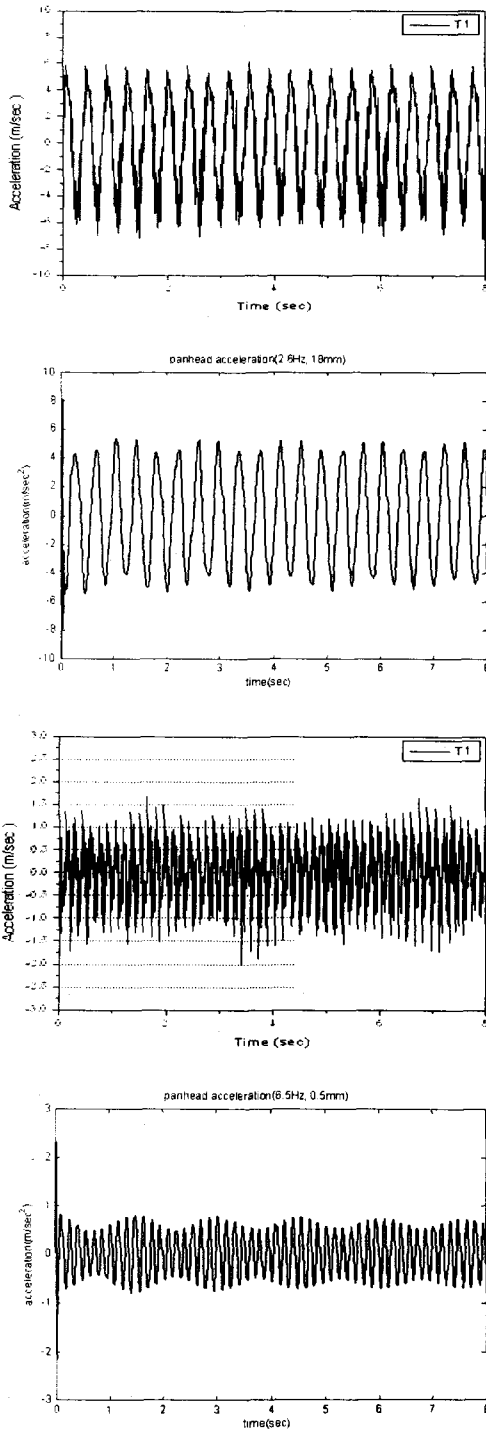


Fig. 5 Comparison of the vibration test of the pantograph

이로부터 모델링의 타당성을 확인하였으며, 이 모델을 이용하여 판토히그래프의 민감도 해석결과를 적용한다.

3. 민감도 해석

판토히그래프의 동적 민감도 해석을 위하여, 본 연구에서는 Fig. 6 과 같이 판토히그래프의 선형 모델을 이용하여 민감도 해석을 수행하였다.

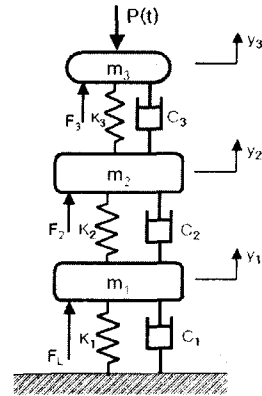


Fig. 6 Pantograph linearized modeling

민감도 해석을 수행하기 위해서는 상태 민감도 방정식을 설계변수에 관한 함수들로 표현하여야 한다. 본 연구에서 적용된 시스템의 상태변수는 다음과 같다.

$$z = [y_1 \quad \dot{y}_1 \quad y_2 \quad \dot{y}_2 \quad y_3 \quad \dot{y}_3]^T \quad (8)$$

여기서, z 는 상태변수 벡터, y 와 \dot{y} 는 각 질량의 변위와 속도를 나타낸다. 또한 적용된 시스템의 설계변수는 아래와 같다.

$$b = [b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6 \quad b_7 \quad b_8 \quad b_9]^T \quad (9)$$

$$= [m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad k_1 \quad k_2 \quad k_3]^T$$

식 (10)은 판토히그래프 시스템에 대한 운동방정식이며, 1 차 미분방정식의 형태를 나타내고 있다.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \frac{-(k_1+k_2)y_1}{m_1} - \frac{(c_1+c_2)\dot{y}_1}{m_1} + \frac{k_2y_2}{m_1} + \frac{c_2\dot{y}_2}{m_1} + \frac{F_L}{m_1} \\ \dot{y}_2 \\ \frac{k_2y_1}{m_2} + \frac{c_2\dot{y}_1}{m_2} - \frac{(k_2+k_3)y_2}{m_2} - \frac{(c_2+c_3)\dot{y}_2}{m_2} + \frac{k_3y_3}{m_2} + \frac{c_3\dot{y}_3}{m_2} + \frac{F_2}{m_2} \\ \dot{y}_3 \\ \frac{k_3y_2}{m_3} + \frac{c_3\dot{y}_2}{m_3} - \frac{(k_3+k_4)y_3}{m_3} - \frac{c_3\dot{y}_3}{m_3} + \frac{F_3}{m_3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

민감도 해석을 위한 1 차 미분 민감도 방정식의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial z}{\partial b} = \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{dz}{db} + \frac{\partial f}{\partial b} \quad (11)$$

식 (11)은 다음과 같이 보다 더 간결한 행렬 형태로 표시할 수 있다.

$$\dot{z}_b = f_z \cdot z_b + f_b \quad (12)$$

여기서, $z \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^n$, $f \in \mathbb{R}^n$, $z \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $f_z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 이고, $f_b \in \mathbb{R}^{n \times m}$ · n 은 상태변수의 개수를 나타내며, m 은 설계변수의 개수를 나타낸다. 판토크라프 모델의 상태변수는 $n=6$ 이 되며, 민감도 해석을 수행하기 위한 대상 파라미터는 $m=9$ 가 된다. 상태 민감도 해석을 위해서는 초기 상태 민감도 값을 이용하여 상태방정식과 상태 민감도 방정식을 동시에 적분하여야 한다. 주어진 시스템의 운동방정식이 선형일 경우, 민감도 방정식의 f_z 는 다음과 같이 시스템 행렬 A로 나타낼 수 있다.

$$\dot{z}_b = A \cdot z_b + f_b \quad (13)$$

시스템 행렬 A는 다음과 같이 나타내어진다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1+k_2 & c_1+c_2 & k_2 & c_2 & 0 & 0 \\ m_1 & m_1 & m_1 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_2 & c_2 & k_2+k_3 & c_2+c_3 & k_3 & c_3 \\ m_2 & m_2 & m_2 & m_2 & m_2 & m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & k_3 & c_3 & k_3+k_2 & c_3 \\ & & m_3 & m_3 & m_3 & m_3 \end{bmatrix}$$

f_b 는 설계변수에 관한 상태 민감도 해석을 위하여 필요하며, 식 (14)와 같다.

$$f_b = [f_{b1}, f_{b2}, f_{b3}, f_{b4}, f_{b5}, f_{b6}, f_{b7}, f_{b8}, f_{b9}]_{6 \times 9} \quad (14)$$

4. 민감도 해석 결과

가선계에 대한 민감도 해석은 시간영역 내에서 수행되었으며, 접촉력은 100km/h ~ 400km/h의 속도 범위 내에서 시뮬레이션 하였다. 본 연구에서는 각각의 설계변수에 대한 표준편차와 평균 접촉력의 결과로 설계민감도 결과를 나타내었다.

4.1 주 동특성 설계변수

상태 민감도 해석에 기초하여 판토크라프 시스템을 지배하는 설계변수를 확인하였다. 이 결과는 1%의 섭동(perturbation)을 가한 후 정규화(normalizing)과정을 거쳐 얻어낸 결과이다.

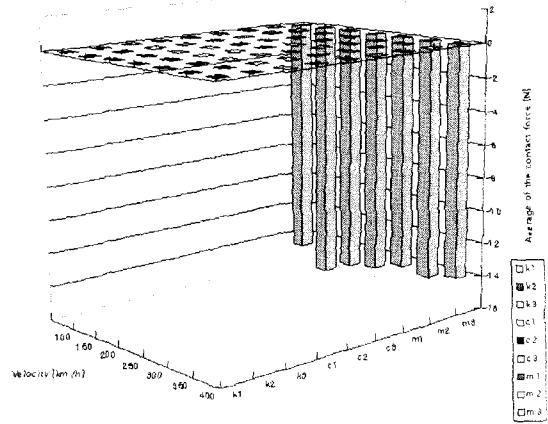


Fig. 7 Average value of normalizing sensitivity with respect to the design variables

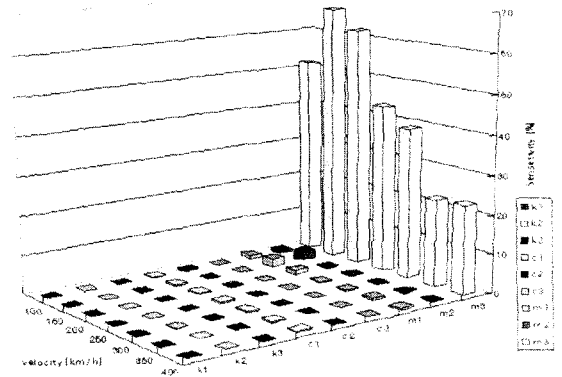


Fig. 8 Standard deviation of normalizing sensitivity with respect to the design variables

Fig. 7 은 각각의 설계변수에 대한 평균 접촉력을 나타낸다. 평균접촉력이 음이면 이선에 영향을 주는 설계변수이다. Fig. 8 은 각각의 설계변수에 대한 접촉력의 표준편차를 나타내며, 이 결과로부터 고속 주행에서의 접촉력은 동특성 설계변수 질량 m_3 , m_2 , 감쇠계수 c_1 , 스프링 계수 k_1 에 의해 주로 민감하다는 것을 알 수 있다.

4.2 설계변수 개선

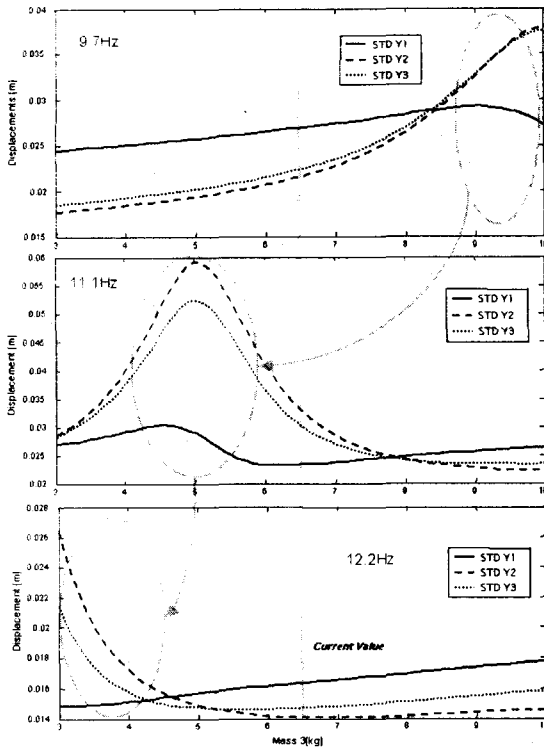


Fig. 9 Standard deviation of the pantograph displacement for mass m_3 by frequency inputs

민감도 해석의 결과 설계변수 m_3 , m_2 , c_1 , k_1 가 접촉력 변화에 영향을 주는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 접촉률을 향상시키기 위하여 질량 m_2 , m_3 및 스프링 계수 k_1 을 조정하였다. Fig. 9 는 설계변수 m_3 를 변화시켰을 때 각 변위의 표준편차를 보여준다.

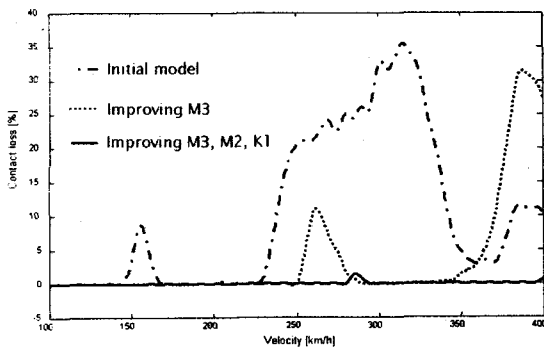


Fig. 10 Comparison of the contact loss ratio of the different pantograph cases

판토크래프의 y_3 변위에 대한 편차가 적으면 적을수록 접촉력이 일정하게 유지된다. 이러한 관점에서, 표준편차 값이 최소값이 유지될 수 있는 설계변수 값을 선정한다. Fig. 10 은 기존의 판토크래프 모델과 민감도 해석에 의한 개선된 판토크래프의 이선율의 결과를 나타낸다. 설계변수를 변경함으로써 이선율이 개선될 수 있음을 확인하였다.

5. 결론

본 연구에서, 압상력과 공력이 일정하다는 가정하에 동특성 설계민감도 해석을 수행하였다. 민감도 해석의 결과를 이용하여 판토크래프의 동적 성능을 향상시킬 수 있다.

본 연구에 대한 결론은 다음과 같다.

1. 고속 주행시 개선계의 모델은 굽힘강성과 텐션을 가진 빔 모델링을 이용하였다.
2. 판토크래프의 모델링은 다물체 동역학 모델링을 이용하였으며, 실제 실험결과와 비교함으로써 검증하였다.
3. 접촉력에 대한 민감도 해석을 통하여, 이선율을 감소시키기 위한 설계변수를 개선하였다.

참고문헌

- (1) 김병진, 박동진, 정경렬, 한창수, 2000, "판토크래프 동특성 연구를 위한 개선계 해석", 대한기계학회 2000년도 동역학 및 제어부문 하계학술대회 논문집, 2000. 7.13~14, pp. 459~464,
- (2) 김진우, 박동진, 한창수, 정경렬, 2001, "고속전철용 판토크래프의 동적특성 연구", 대한기계학회 2001년도 동역학 및 제어부문 하계학술대회 논문집, 2001. 6.27~29, pp. 571~577,
- (3) Jang, J.H and Han, C.S., 1997, "Sensitivity Analysis of Side Slip Angle for a Front Wheel Steering Vehicle: a Frequency Domain Approach," KSME International Journal, Vol. 11, No. 4, KSME, pp. 367~378.
- (4) Jang, J.H and Han, C.S., 1997, "The State Sensitivity Analysis of the Front Wheel Steering Vehicle: In the Time Domain," KSME International Journal, Vol. 11, No. 6, KSME, pp. 595~604.
- (5) Jang, J.H. and Han, C.S., 1997, "The Sensitivity Analysis of Yaw Rate for the Front Wheel Steering Vehicle : In the Frequency Domain," KSME International Journal, Vol. 11, No. 1, KSME, pp. 56~66.
- (6) T.X.Wu, M.J.Brennan, 1998, "Basic Analytical

- Study of Pantograph-catenary System Dynamics”, *Vehicle System Dynamics*, 30, pp.443~456
- (7) T.X.Wu. M.J.Brennan, 1997, “Active vibration control of a railway pantograph”, *Proc. IMechE*, Vol 211, Part F.
- (8) A. Balestrino, O. Bruno, A. Landi, and L. Sani, 2000, “Innovative Solutions for Overhead Catenary-Pantograph System : Wire Actuated Control and Observed Contact Force”, *Vehicle System Dynamic*, 33(2000), pp. 69-89.
- (9) C. N. Jensen, H.True, 1998, “Dynamics of an Electrical Overhead Line System and Moving Pantographs”, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 28, pp.104~113.
- (10) G. Diana, F. Fossati, and F. Resta, 1998, “High Speed Railway : Collecting Pantographs Active Control and Overhead Lines Diagnostic Solutions”, *Vehicle System Dynamic*, Vol. 30, pp. 69-84.
- (11) D. N. O’Connor, S. D. Eppinger, W. P. Seering, D. N. Wormley, 1997, “Active Control of a High-Speed Pantograph”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 119, pp.1-4.
- (12) K. Manabe, 1994, “Periodical Dynamic Stabilities of a Catenary-Pantograph System”, *QR of RTRI*, vol.35, No.2, pp. 112-117.
- (13) T. Yagi, A. Stensson and C. Hardell, 1996, “Simulation and Visualization of the Dynamic Behavior of an Overhead Power System with Contact Breaking”, *Vehicle System Dynamic*, Vol. 25, pp. 31-49.
- (14) J. R. Ockendon and A. B. Taylor, 1971, “The dynamics of a current collection system for an electric Locomotive,” *Proceedings of the Royal Society of London*, Series A 211, p. 336-357.
- (15) T. Vinayagalingam, 1983, “Computer evaluation of controlled pantographs for current collection from simple catenary overhead equipment at high speed,” *ASME Journal of Dynamics Systems Measurement and Control*, Vol 105, p. 287-294.
- (16) A. Balestrino, O. Bruno, A. Landi, and L. Sani, 2000. “Innovative Solutions for Overhead Catenary-Pantograph System : Wire Actuated Control and Observed Contact Force”, *Vehicle System Dynamic*, Vol. 33, p. 69-89.