

두 가지 동적 진동실험을 통한 Carbon-epoxy와 Graphite-Epoxy복합재료의 동적 탄성계수 측정

이동환*·박세만**·박명균**

Experimental Determinations of Elastic Constants Composite Materials, Carbon-epoxy and Graphite-epoxy, Using Two Dynamic Vibratory Techniques

D. H. Lee, S. M. Bahk, M. K. Park

Key Words: Acoustic Resonance Method(음향공진법), Impulse technique(충격기법), Natural Frequency(고유 진동수)

Abstract

Structures in current use are required of weight reduction and strength in many instances. This naturally necessitates frequent applications of composite materials in many areas. Elastic constants are one of key parameters in determining design guidelines for the specific applications of particular materials. In this research two vibratory techniques (acoustic resonance method and impulse technique) are utilized to evaluate elastic constants. Both techniques are suitable for the measurements of dynamic elastic constants. The Impulse technique provides a quick method for the measurement while the acoustic resonance method produces the values of elastic constants which agree better with theoretical values.

1. 서 론

대부분의 섬유강화 복합재료들은 기존의 금속재료들보다 강도와 강성이 높다. 이들 재료들은 낮은 비중 때문에, 높은 비강도와 비강성의 값을 가지게 된다.⁽¹⁾ 그리고 이 복합재료는 일반적으로 좋은 피로 특성을 가지고 있기 때문에 무게를 줄

여야 하는 우주항공 재료나 자동차의 재료로 사용되고 있다. 예로서 현재 에어버스사에서 생산되는 비행기와 보잉사에서 최근에 나온 보잉777 여객기의 수평, 수직 뒷날개에 사용되고 있다. 그 밖에도 스포츠 레저 산업에서도 많이 사용되고 있다.⁽²⁾ 복합재료의 사용은 설계자에게 많은 종류의 공학적 문제를 해결할 수 있는 넓은 범위의 해결책을 제공해 준다.⁽³⁾ 이러한 복합재료들은 높은 비강성을 함께 가지고 있으므로 구조재료로 사용할 경우 높은 고유진동수를 가져오며 외부의 요인에 의해 진동이 발생할 경우 쉽게 진동을 흡수하므로 동력 전달축 등에 사용된다. 또한 낮은 열팽창계수를 가지므로 우주선과 같이 높은 온도와 낮은 온도에서 동시에 사용되는 구조재료로 이용되면 치수의 안정성을 가져오게 된다. 또 하

* 비회원, 명지대학교 기계공학과 대학원

** 회원, 명지대학교 기계공학과

** 회원, 명지대학교 기계공학과

나의 복합재료의 장점으로 일반적인 강철이나 알루미늄은 등방성 물질이나 복합재료는 이방성 물질이므로 섬유 방향으로 가장 높은 강성과 강도를 가지게 된다. 즉 이것은 복합재료는 우리가 원하는 방향으로 강성과 강도를 조절할 수 있다는 것이다. 공진 주파수의 측정을 통한 탄성계수의 평가에 있어서도 연속적으로 일정한 정현파를 변화하여 가진해 줌으로서 공진점을 찾아내는 방법과 충격 가진법과 같이 한번의 가진으로 고차의 모드까지 모든 공진점을 찾아내는 방법이 널리 사용되고 있다. 공진법은 재료의 고유진동수와 동일한 진동을 외부에서 가할 때 일어나는 공진 현상을 이용하여 재료의 탄성계수를 측정하는 방법이다. 동적, 비파괴 방법으로 재료 내에서의 초음파의 전파속도나 재료 자체의 공진 주파수의 측정으로부터 탄성계수를 측정하는 방법이 현재 널리 사용되고 있으며 또한 연구되어지고 있다. S. Spinner⁽⁴⁾⁽⁵⁾ W. E. Tefft⁽⁶⁾는 등방성 재료의 탄성계수를 스피커로 가진 하고 전속바늘로 신호를 받아 각각의 공진점을 찾아 계산하였고, J. S. and Poole, J. M.⁽⁷⁾은 합금물질에 대한 동적 탄성계수 측정을 충격기법과 연속적 방법에 의해 행하였으며, R. F. Gibson⁽⁸⁾은 이러한 공진법을 복합재료에 적용하여 수식을 유도하였으며 실험적 해석과 유한요소 해석, 또한 점탄성 개념을 도입하여 복소탄성계수를 측정하였다. 공진 주파수를 구하는 방법에 있어서도 전통적 방법인 Euler-Bernoulli 방정식에 의한 빔의 해석이 초기에 주류를 이룬 반면, 근래에는 Rayleigh-Ritz 방법에 의한 전단응력과 관성모멘트를 고려한 Timoshenko 빔 해석이 주류를 이룬다. 본 연구에서는 충격 가진법과 음향 공진법을 사용하여 구한 공진 주파수를 Euler빔과 Timoshenko빔으로 유도된 각각의 결과에 대입하여 탄성계수를 구함으로써 전단변형과 관성효과의 영향을 고려한 차이를 실험적으로 증명하려 하였다.

2. 본 론

2.1 Euler-Bernoulli beam theory

일반적인 빔 방정식인 전통적 방법 그리고 얇은 빔 이론으로 알려진 오일러-베르누이 빔 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

상기 방정식에 자유 단의 경계조건을 적용하면,

$$\therefore \cos \beta L \cosh \beta L = 1$$

$$\begin{aligned} \beta_1 L &= 4.730041, & \beta_2 L &= 7.853205 \\ \beta_3 L &= 10.995008 \end{aligned}$$

상기 방정식에 한쪽고정, 한쪽 자유 단의 경계조건을 적용하면,

$$\therefore \cos \beta L \cosh \beta L = -1 \quad (2)$$

위와 같은 진동 방정식을 유도할 수 있다.

이 방정식의 해는

$$\begin{aligned} \beta_1 L &= 1.875104, & \beta_2 L &= 4.694091 \\ \beta_3 L &= 7.854757 \end{aligned}$$

탄성계수는 다음 식에서 구할 수 있다.

$$E = \frac{\rho A I^4 (2\pi f)^2}{(\beta_n L)^4 I} \quad (3)$$

2.2. Timoshenko beam theory

일반적인 빔 방정식인 전통적(Euler-Bernoulli) 방법에 전단변형과 회전관성 모멘트 효과를 고려한 이론이 티모센코 빔 이론 또는 두꺼운 빔 이론이며 빔 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left(\rho I + \frac{EI\theta}{kG} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} \\ + \frac{\rho^2 I}{kG} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \left(\rho I + \frac{EI\theta}{kG} \right) \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial t^2} \\ + \frac{\rho^2 I}{kG} \frac{\partial^4 \psi}{\partial t^4} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

빔이 진동수 ω 의 조화가진을 받는다고 가정하면

$$y = Y e^{i\omega t}$$

$$\psi = \Psi e^{i\omega t}$$

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (6)$$

로 놓을 수 있으며 여기서 ξ 는 빔의 무차원 길이이다.

식(6)을 식(4), (5)에 넣고 정리하면

$$Y'''' + b^2(r^2 + s^2)Y'' - b^2(1 - b^2 r^2 s^2)Y = 0$$

$$\Psi'''' + b^2(r^2 + s^2)\Psi'' - b^2(1 - b^2 r^2 s^2)\Psi = 0 \quad (7)$$

$[(r^2 - s^2)^2 + 4/b^2]^{1/2} > (r^2 + s^2)$ 일 때
식(7)의 일반해는

$$Y(\xi) = C_1 \cos b a \xi + C_2 \sin b a \xi + C_3 \cosh b a \xi + C_4 \sinh b a \xi$$

$$\Psi(\xi) = C_1' \sin b a \xi + C_2' \cos b a \xi + C_3' \sinh b a \xi + C_4' \cosh b a \xi \quad (8)$$

$[(r^2 - s^2)^2 + 4/b^2]^{1/2} < (r^2 + s^2)$ 일 때는

$$Y(\xi) = C_1 \cos b a \xi + C_2 \sin b a \xi + C_3 \cos b \beta \xi + C_4 i \sin b \beta \xi$$

$$\Psi(\xi) = C_1' \sin b a \xi + C_2' \cos b a \xi + C_3' i \sin b \beta \xi + C_4' \cos b \beta \xi \quad (9)$$

각각의 경계조건은

· 자유단 :

$$\Psi = 0$$

$$\frac{1}{L} Y' - \Psi = 0$$

· 단순지지 :

$$Y = 0$$

$$\Psi' = 0$$

· 고정단 :

$$Y = 0$$

$$\Psi = 0$$

이다.

충격 가진법에서 사용할 경계조건 한쪽고정, 한쪽 자유 단을 적용하면

$$2 + [b^2(r^2 - s^2)^2 + 2] \cosh b a \cos b \beta - \frac{b(r^2 + s^2)}{(1 - b^2 r^2 s^2)^{1/2}} \sinh b a \sin b \beta = 0 \quad (10)$$

식(10)과 같은 진동방정식이 유도되고, 음향 공진법에서 사용할 양단 자유의 경계조건을 적용하면

$$2 - 2 \cosh b a \cos b \beta + \frac{b}{(1 - b^2 r^2 s^2)^{1/2}} [b(r^2 - s^2)^2 + (3r^2 - s^2)] \sinh b a \sin b \beta = 0 \quad (11)$$

식(11)과 같은 진동 방정식이 유도된다.

2.3. 굽힘 공진 주파수와 비틀림 공진 주파수의 식

굽힘 공진주파수와 종 탄성계수사이의 관계를 1차 모우드이고 시편의 길이가 L 인 사각 막대의 경우에 대하여 정리하면 식(12)같이 나타낼 수 있다.

$$E = 0.94642 \frac{\rho f_F^2 L^4}{I^2} T \quad (12)$$

비틀림 공진주파수와 횡 탄성계수사이의 관계를 1차 모우드이고 시편의 길이가 L 인 사각 막대의 경우에 대하여 정리하면 식(13)같이 나타낼 수 있다.

$$G = \rho (2L f_T)^2 R \quad (13)$$

3. 실험 방법

3.1 실험장치

충격 가진법 실험은 일반 상온에서 동적신호해석기(Dynamic Signal Analyzer or FFT)와 충격망치(Impulse Hammer)를 이용하는 충격기법(Impulse Technique)을 사용하였다.

그림1은 본 실험에 사용된 실험장치의 개략도이다.

방진테이블에 지그를 고정하고 지그에 시편을 고정시킨 다음 Impulse hammer(Model HP35207A)로 시편을 가진 시킨 후 Gap sensor(Model ONO SOKKI VT-120)를 사용하여 신호를 받았다.

Impulse hammer는 노이즈가 없는 정확한 신호를 가진 시킬 수 있는 곳 또한 모우드 변화를 찾기 위해서 좌우로 이동할 수 있는 이송장치에 고정하였으며 10회 평균값을 얻기 위해 스프링에 고정, 일정한 힘으로 시편을 가진 시킴으로써 손으로 가진 했을 때의 부정확함을 피할 수 있었다.

Impulse hammer와 Gap sensor에 의한 신호는 Dynamic signal Analyzer(Model HP35670A)를 사용하여 FRF(Frequency Response Function) 분석을 행하였다.

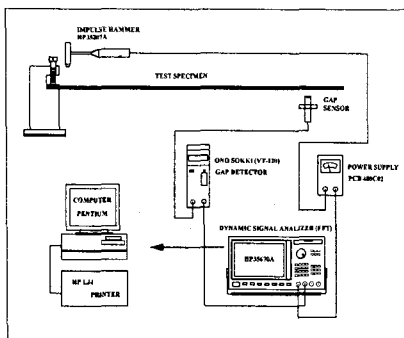


Fig 1. General Block Diagram of Instrumentation for impulse technique.

음향 공진법의 측정장치는 재료에 연속적인 진동을 가해주는 가진기 부분(Driver), 재료의 진동을 수신하기 위한 Pick-up부분으로 나뉜다. 전체장비의 구성은 그림2와 같다.

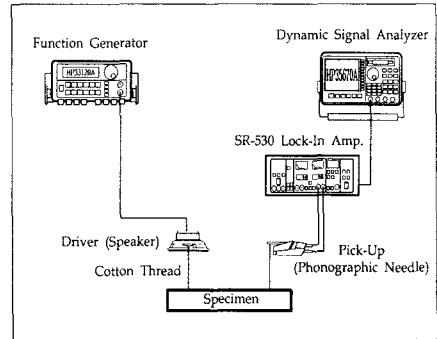


Fig. 2 General Block Diagram of Instrumentation for resonance method.

진동을 가해주는 가진기로는 고음용 스피커(Tweeter Type Speaker)를 사용하였고, 함수발생기(Function Generator)로는 HP33120A Synthesized Function /Sweep Generator를 사용하였는데 15MHz까지 주파수의 분해능은 0.0001Hz이고, 외부출력은 10V의 출력을 얻을 수 있다. 그러므로 출력을 높이기 위한 증폭기는 사용하지 않았다. Pick-up 장치로는 주파수 범위가 20~20000Hz 범위의 전축바늘(Phonographic needle)을 사용하였고 HP35670A Dynamic Signal Analyzer를 사용하여 신호를 분석하였다. 측정장치에서 가장 중요한 부분은 driver와 pick-up부분이다. driver로는 고음용 스피커, 고출력 압전 변환기(high-power piezoelectric transducer)등이 이용될 수 있는데 이중 가장 구하기 쉬운 고음용 스피커를 사용하였다.

pick-up에서 얻어진 신호는 매우 미약하기 때문에 이의 효율적인 검출을 위하여 전축바늘을 여러 가지 종류로 구하여 이중 최대의 효율을 낼 수 있는 세라믹 바늘을 사용하였다.

신호의 소리와 잡음을 높이기 위하여 SR-530 Lock-in amplifier를 사용하였다.

매듭의 상대적인 위치를 변화시키면 다른 진동

모우드의 공진 주파수를 측정할 수 있는데 즉 두 개의 매듭이 재료의 중앙에 위치하면 flexural vibration을 측정할 수 있고, 재료의 끝에 그리고 매듭의 위치는 대각으로 하게 되면 torsional vibration을 측정하기에 적당하다.

3.2 실험시편

실험에 사용된 시편은 Tetrahedron사의 Hot Press 를 사용하여 5F/min heating, 350F, 2hr, 5F/min Cooling, Pressure 85 psi 경화조건으로 Hexcel사의 DMS-2224, Class-1, Type-T, Grade-2인 단일 방향 Carbon-epoxy와 Graphite-epoxy 수지 칩투 가 공재를 $V_f=0.6$ 으로 시편의 두께가 4.00 ~ 4.50 mm가 되도록 적당히 적층하여 제작하였다.

Carbon-epoxy, Graphite-epoxy 시편은 각각 0° 와 90° 의 시편을 사용하였는데 그 기준은 시편의 길이방향과 섬유 방향이 서로 평행인 경우를 0° , 길이방향과 섬유 방향이 서로 수직인 경우를 90° 로 놓고 섬유 방향에 따른 강도의 변화를 관찰하고자 하였다.

4. 실험결과 및 고찰

충격 가진법으로 이방성 재료인 복합재료의 길이방향과 수직 방향에 해당하는 탄성계수 값을 구하기 위해 Carbon-epoxy와 Graphite-epoxy 복합재료를 길이방향과 수직인 방향으로 절단하여 Carbon-epoxy와 Graphite-epoxy 복합재료의 길이방향과 수직인 방향의 공진 주파수를 측정하고 측정된 공진 주파수를 이론식(3)에 대입하여 탄성계수를 산출하였다.

음향 공진법으로 재료의 탄성계수를 측정하기 위해서는 재료의 굽힘 공진 주파수 (f_b)와 비틀림 공진 주파수 (f_t)의 측정이 필요하다. 각각 측정된 굽힘 공진 주파수와 비틀림 공진 주파수를 음향 공진법에 의한 이론식(12), (13)에 대입하여 탄성계수를 측정하였다.

며 이 값으로 탄성계수를 계산 할 수 있다.

Table 1과 Table 2는 충격 가진법과 음향 공진법에 사용된 실험시편의 기본 dimension과 이를

통해 계산된 밀도 값을 나타내며 Table 3은 각 실험값 및 계산값을 비교하기 위해 properties data sheet를 인용하여 사용하였다.

Table 1. standard dimensions of specimens for impulse technique.

사용시편 /구분	길이 (mm)	폭 (mm)	두께 (mm)	밀도 (g/cm ³)
Carbon-epoxy (0°)	111.73	12.01	3.80	1.58
Carbon-epoxy (90°)	111.86	12.07	4.18	1.56
Graphite-epoxy (0°)	118.83	11.70	4.21	1.55
Graphite-epoxy (90°)	115.84	11.74	4.30	1.51

Table 1, 2와 Table 3의 properties data sheet를 비교해 볼 때 밀도의 차가 충격 가진법의 시편의 경우 0.01~0.03 g/cm³의 차이를 보였으며 음향 공진법의 경우 90° 시편에서 0.1g/cm³의 조금 큰 밀도 차를 보이고 있다. 보다 정확한 실험을 위해서 서로 같은 밀도를 가진 시편을 사용하여야 한다고 생각되어지지만 본 실험에서 사용된 실험시편을 제조상의 fiber의 밀도 차로 탄성계수의 정확한 측정에 오차가 발생하였으리라 생각된다.

Table 2. Standard dimension of specimen for resonance method.

사용시편 /구분	길이 (mm)	폭 (mm)	두께 (mm)	밀도 (g/cm ³)
Carbon-epoxy (0°)	140.92	12	4	1.511
Carbon-epoxy (90°)	140.12	12	4	1.659

Table 3. Properties of Materials.

사용시편 /구분	Fiber volume ratio(V_f)	밀도 (g/cm ³)	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)
Carbon-epoxy	0.63	1.58	142	10.3
Graphite-epoxy	0.60	1.58	145	10

Table 1과 Table 2에서 시편의 길이가 다른 것은 충격 가진법을 사용했을 때 시편이 지그안으로 들어간 길이 30mm를 뺀 값 때문이다.

Table 4, 5는 각 실험방법에 대해 길이방향으로 절단한 시편(0°)의 공진 주파수와 탄성계수의 값과 길이방향과 수직인 방향으로 절단한 시편(90°)의 공진 주파수와 탄성계수 값을 나타내었다.

Table 4의 실험적 값들은 Carbon-epoxy에 대해서는 1.5~20 GPa, Graphite-epoxy에 대해서는 2~35GPa의 큰 차이를 보였다.

Table 5에서 Carbon-epoxy 복합재료의 경우 E_1 은 120~140GPa, E_2 은 10~12GPa, G_{23} , G_{13} 은 3~6GPa 정도의 값을 가지는데 측정된 탄성계수 값은 그 범위내에서 모두 측정되었다.

Table 4. Experimental and Theoretical values of tests from impulse technique.

구분	이론값		실험값	
	공진 주파수 (Hz)	탄성계수 (GPa)	공진 주파수 (Hz)	탄성계수 (GPa)
Carbon-epoxy(0°)	447	131.0	412	111.0
Carbon-epoxy(90°)	144	11.2	133	9.5
Graphite-epoxy (0°)	466	145	430	124
Graphite-epoxy(90°)	133	10	126	8.9

Table 5. Experimental and Theoretical values of tests from Acoustic resonance Method.

구분	이론값		실험값			
	공진 주파수 (Hz)	탄성계수 (GPa)	굽힘 공진 주파수 (Hz)	탄성계수 (GPa)	비틀림 공진 주파수 (Hz)	탄성계수 (GPa)
Carbon-epoxy (0°)	1927	131.0	1856	122	3816	5.529
Carbon-epoxy (90°)	544	11.2	564	12.02	3008	3.729

Table 6은 각 시편 측정 공진 주파수에 오일러

빔 방정식과 티모센코 빔 방정식을 각각 적용하여 구한 탄성계수 값을 나타내었다.

본 연구에 사용된 시편은 두께/길이가 0.028~0.037 > 0.025이므로 Timoshenko 빔 일 때 보다 이론 값과 근접해 있음을 두 방법 모두에서 증명할 수 있었다. 그러나 1mode에서만 실험값이었으므로 그렇게 큰 차이를 볼 수 없었다.

Table 6. Comparison between Euler beam eq. and Timoshenko beam eq. for Carbon-epoxy.

실험 방법	시편	공진 주파수 (Hz) (1mode)	Timoshenko 탄성계수 (GPa)	Euler 탄성계수 (GPa)
충격 가진법	Carbon-epoxy (0°)	412	111.0	108.8
	Carbon-epoxy (90°)	133	9.5	9.48
음향 공진법	Carbon-epoxy (0°)	1856	122	121.4
	Carbon-epoxy (90°)	564	12.02	12.02

4. 결론

본 연구는 휨진동을 충격 가진법과 음향 공진법을 복합재료에 적용하여 탄성계수를 측정된 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 두 실험 방법(충격 가진법과 음향 공진법)은 모두 동적 탄성계수를 측정하는 좋은 방법이었다. 그러나, 충격 가진법인 경우 음향 공진법에 비해 보다 신속하게 그 탄성계수를 측정할 수 있었으며 그 값은 음향 공진법이 보다 이론값과 일치함을 알 수 있었다.

2) 두 방정식에 의해 구한 값의 차이는 두께/길이 > 0.025 경우인 본 연구에선 Timoshenko 빔 방정식이 Euler 방정식보다 정확한 차이를 보기 위해선 고차 모드의 연구가 이루어져야 하리라 사료된다.

3) 충격가진법으로 각각의 공진 주파수를 통한 탄성계수는 오일러 빔 방정식과 티모센코 빔 방정식에 의해 구해보았고 두께대 길이비가 0.034~0.037인 Carbon-epoxy시편과 Graphite-epoxy

시편인 경우 0.02~0.4GPa의 차이를 보였다.

4) 공진 주파수의 측정은 고정 단의 경계조건의 충족, 지지대의 강성, 센서의 종류 등에 따라 조금씩의 오차가 발생할 수 있으므로 여러 경우의 반복실험을 통해 보다 최적의 상태에서 실험이 이루어져야 하며, 보다 정확한 탄성계수 평가를 위해 고차모드의 실험, 두께의 변화에 따른 실험, 온도변화에 따른 실험을 행하여야 하며 아울러, 각층의 접촉면의 해석과 파이버와 매트릭스 접촉면의 이론적 해석이 더욱 필요하리라 사료된다.

참고문헌

- (1) 이대길, 1993, 복합재료역학 및 가공론, 서울
- (2) Stephen R. Swanson, 1997, *Introduction to design and analysis with advanced composite materials*, Prentice-Hall,
- (3) Bryan Harris, 1999, *Engineering Composite Materials*, IOM Communications Ltd.
- (4) S. Spinner and R. C. Valore, Jr. *J. Res. NBS. Vol.60; pp.459~464*
- (5) S. Spinner, T. W. Reichard, and W. E. Tefft, *J. Res. NBS Vol.644; pp.147~155*
- (6) S. Spinner and W. E. Tefft. "A Method for Determining Mechanical Resonance Frequency and for Calculating Elastic Modulus from These Frequencies", *Proceeding of ASTM. Vol.45; pp.1221~1238*
- (7) J. S. Smith and J. M. Poole, "An Evaluation of Three Techniques for Determining The Young's modulus of mechanically alloyed materials", *J. Sound and Vibration. Vol.11; pp.60~614*
- (8) Ronald F. Gibson, 1994, *Principles of Composite Material Mechanics*, McGraw-Hill, New-York
- (9) Thomas. J., and Abbas, B .A .H., "Finite Element Model for Dynamic Analysis of Timoshenko Beam", *Journal of Sound and Vibration. vol.41; pp.291-299*
- (10) J. S. Smith and J. M. Poole. *J. Sound and Vibration Vol.11; pp.608-614 (1985)*
- (11) D.P.N. Hasselman, 1961, *Tables for the Compilation of the Shear Modulus and Young's Modulus of Elasticity from the resonant Frequencies of Rectangular Prisms.* The Carborundum Company, New York, Niagara Falls,