

유압 서보 제어계에서 밸브 선형화 방정식의 오차 평가

김태형* · 이일영*

Error Evaluation of the Linearized Equation of Servo Valve in Hydraulic Control Systems

Tae-Hyung Kim and Ill-Yeong Lee

Key Words: Operating Point(동작점), Linearization(선형화), Servo Valve(서보 밸브)

Abstract

In the procedure of the hydraulic control system analysis, a linearized approximate equation described by the first order term of Taylor's series has been widely used. Such a linearized equation is effective just near the operating point. In this study, the authors estimate computational errors in the process of applying the existing linearized equation stated above. For evaluating the computational accuracy in practical applications of the linearized equations, dynamic behaviors of hydraulic control systems are investigated through simulations with several kinds of representative hydraulic systems and the linearized equations suggested in this study.

1. 서론

유압 서보 제어 시스템 해석에서 서보 밸브(servo valve)의 유량 표시식으로는, 비선형 유량 방정식을 제어 시스템의 동작점(operating point) 주위에서 테일러 급수(Taylor's series) 전개하여 그 1차항까지를 취한 선형화 방정식을 사용하는 것이 일반적이다^{1),2)}. 그러나, 유압 서보 제어 시스템에서는 제어계의 운전 조건이 동작점 주위로 한정되는 경우는 매우 드물기 때문에, 선형화 유량 방정식으로부터 계산되는 유량과 원래의 비선형 유량 방정식으로부터 얻어지는 유량 사이에는 큰 차이가 발생할 수 있다.

그런데, 유압 서보 시스템의 운전 도중에 압력 및 유량이 큰 폭으로 변하는 경우에 서보 밸브

동작점을 최적의 값으로 선정하기 위한 일반적인 기준은 현재까지 마련되어 있지 않으며, 선형화 유량 방정식 적용 시의 동작점 위치 변화에 따른 유량 계산치의 오차를 조사한 기존 연구도 찾아보기 어렵다.

따라서, 본 연구에서는 서보 밸브의 동작점 위치 변화에 따른 선형화 유량 방정식의 유량 계산치 오차를 평가하고, 서보 밸브의 동작점 위치 변화에 따른 유압 시스템의 동적 응답 특성의 차이를 고찰해 보고자 한다.

2. 이론 해석

2.1 서보 밸브의 유량 방정식

일반적인 유압 서보 제어 시스템은 서보 밸브, 서보 액추에이터 및 부하계로 구성된다. 서보 액추에이터로서 유압 실린더를 사용할 경우의 시스템 구성을 Fig. 1에 나타내었다.

본 연구에서 대상으로 하는 서보 밸브는 서로 쌍을 이루고 대칭인(matched and symmetric) 교

* 부경대학교 대학원

E-mail : kimth@mail1.pknu.ac.kr

TEL : (051)620-1612 FAX : (051)620-1405

* 부경대학교 기계공학부 교수

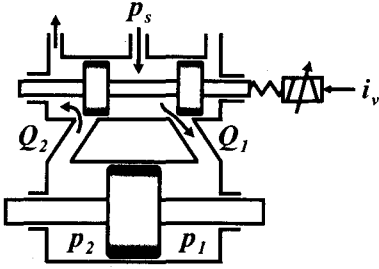


Fig. 1 Schematic of a general hydraulic servo system

축 유로(throttle passage)를 갖는 임계 센터형(critical center type) 밸브이다. 서보 밸브의 유량 Q_1 , Q_2 는 밸브 스톱 변위와 밸브 교축 유로 전후 압력차의 함수로 표현되며, 기름 회귀관의 배압을 무시하면 다음 식으로 표시된다.

$$Q_1 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2(p_s - p_1)}{\rho}} \quad (1)$$

$$Q_2 = C_d w x_v \sqrt{\frac{2p_2}{\rho}} \quad (2)$$

여기서, C_d 는 서보 밸브 교축 유로의 유량계수, w 는 교축 유로 면적 대 스톱 변위의 비, x_v 는 스톱의 변위, p_s 는 시스템의 공급 압력, p_1 , p_2 는 액추에이터 내부 압력, ρ 는 작동유 밀도를 나타낸다. 서보 밸브가 임계 센터형이고 밸브 교축 유로들이 서로 쌍을 이루면서 대칭적으로 작동한다고 가정하면 Q_1 과 Q_2 를 같게 둘 수 있다¹⁾. 이 때에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$p_s = p_1 + p_2 \quad (3)$$

여기서, 부하 압력 p_l 을 식(4)와 같이 정의한다.

$$p_l = p_1 - p_2 \quad (4)$$

식(3)과 식(4)로부터 다음 식을 얻는다.

$$p_1 = (p_s + p_l) / 2 \quad (5)$$

$$p_2 = (p_s - p_l) / 2 \quad (6)$$

또한, 부하 유량 Q_l 을 다음과 같이 정의한다.

$$Q_l = (Q_1 + Q_2) / 2 \quad (7)$$

식(5) 및 식(6)을 식(1) 및 식(2)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다¹⁾.

$$Q_l = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(p_s - \frac{x_v}{|x_v|} p_l \right)} \quad (8)$$

2.2 서보 밸브의 선형화 유량 방정식

서보 밸브의 선형화 유량 방정식은 비선형 유량 방정식인 식(8)을 Taylor 급수 형태로 표시하고 2차 이상의 고차항을 무시함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta Q_l = k_x \Delta x_v - k_p \Delta p_l \quad (9)$$

여기서, k_x 는 유량-변위 계수(flow-displacement coefficient), k_p 는 유량-압력 계수(flow-pressure coefficient)이며 다음과 같이 정의된다.

$$k_x \equiv \left. \frac{\partial Q_l}{\partial x_v} \right|_{op} \quad (10)$$

$$k_p \equiv - \left. \frac{\partial Q_l}{\partial p_l} \right|_{op} \quad (11)$$

여기서, 첨자 op 는 동작점을 나타낸다. k_x 및 k_p 는 식(8)을 편미분한 후, 적절한 변환 과정을 통하여 각각 다음과 같이 표시된다.

$$k_x = \frac{Q_{lr}}{x_{vr} \sqrt{p_s - p_{lr}}} \sqrt{p_s - \frac{x_v^*}{|x_v^*|} p_l^*} \quad (12)$$

$$k_p = \frac{|Q_l^*|}{2 \left(p_s - \frac{x_v^*}{|x_v^*|} p_l^* \right)} \quad (13)$$

여기서, x_v^* , p_l^* 및 Q_l^* 는 밸브 동작점에서의 스톱 변위, 부하 압력 및 부하 유량, $p_{lr} (>0)$ 은 정격 부하 압력, $Q_{lr} (>0)$ 은 정격 부하 유량, $x_{vr} (>0)$ 은 스톱의 정격 변위이다.

2.3 서보 밸브 동작 영역에 따른 선형화 유량 방정식의 표시

식(9)는 현재까지 널리 사용되고 있는 서보 밸브 선형화 유량 방정식이다. 식(9)를 사용한 유량 계산 결과는 유압 시스템 설계자가 상정한 밸브 동작점에서의 물리 변수 값 x_v^* , p_l^* , Q_l^* 와 실제 유압 시스템 운전시에 x_v , p_l , Q_l 값들이 변화하는 영역과의 조합에 따라서 계산 오차가 달라진다. 본 연구에서는 밸브 동작점과 유압 시스템 운전 상황의 조합에 따른 유량 계산 오차를 명확히 할 목적으로, 다음 3가지 경우의 밸브 동작점에 대한 선형화 방정식의 계산 오차를 검토하기로 한다.

경우 1) $x_v^* = 0$, $Q_l^* = 0$, $p_l^* = 0$

서보 밸브의 동작점으로 서보 밸브의 $p_l \sim Q_l$ 선도 상의 원점, 즉 $x_v^* = 0$, $Q_l^* = 0$, $p_l^* = 0$ 인 점을 선정한 경우로서, 식(9)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_l = Q_l^* + k_x(x_v - x_v^*) - k_p(p_l - p_l^*) \quad (14)$$

$$= k_x x_v - k_p p_l$$

식(14)는 식(9)에 비하여 사용하기에 매우 편리한 형태임을 알 수 있으며, 그 이유는 ΔQ_l , Δx_v 및 Δp_l 이 Q_l , x_v 및 p_l 로 대치되었기 때문이다. 식(14)에 포함된 k_x , k_p 는 식(12) 및 식(13)에 동작점의 물리 수치들을 대입함으로써 다음과 같이 구해진다.

$$k_x = \frac{Q_{lr}}{x_{vr}} \sqrt{\frac{p_s}{p_s - p_{lr}}} = \frac{Q_{r0}}{x_{vr}} \quad (15)$$

$$k_p = 0 \quad (16)$$

여기서, Q_{r0} 는 $x_v = x_{vr}$, $p_l = 0$ 일 때의 유량 즉, 정격 무부하 유량이다.

일 예로서, 공급 압력 $p_s = 7 \text{ MPa}$, 정격 무부하 유량 $Q_{r0} = 18 \text{ l/min}$, 토크 모터 정격 전류 $i_{vr} = 15 \text{ mA}$ 인 서보 밸브를 대상으로 하여, 밸브의 동작점을 $i_v^* = 0$, $Q_l^* = 0$, $p_l^* = 0$ 인 점으로 하고, 식(8)에 나타낸 비선형 유량 방정식과 식(14)에 나타낸 선형 유량 방정식을 사용한 계산에서 구한 p_l 과 Q_l 사이의 관계를 Fig. 2에 나타낸다. 그림에서 일점 쇄선은 비선형 유량 방정식(8), 실선은 선형 유량 방정식(14)로부터 계산한 $p_l \sim Q_l$ 선도이다. 근사적인 선형 유량 방정식(14)로부터 얻어진 계산 결과의 오차는, 각 전류치 별로 구해둔 실선 및 일점 쇄선으로

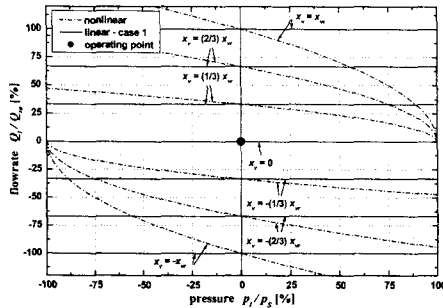


Fig. 2 Comparison of $p_l \sim Q_l$ diagram computed by the nonlinear equation (8) and the linear equation (14)

표시된 유량의 차이를 구함으로써 쉽게 평가할 수 있다.

그림에서 알 수 있듯이, 식(14)로부터 계산되는 Q_l 은 p_l 의 크기와는 관계없이 서보 밸브 입력 전류의 세기에 따라서만 변화한다. 따라서, 유압 시스템 작동 영역이 $|p_l| \gg 0$, $|Q_l| \gg 0$ 인 영역에서는 선형 유량 방정식(14)로부터 계산한 결과에 큰 오차가 발생함을 알 수 있다.

경우 2) $x_v^* \neq 0$, $Q_l^* \neq 0$, $p_l^* = 0$

서보 밸브의 $p_l \sim Q_l$ 선도 상에서 좌표 원점을 제외한 종좌표축 위의 임의의 점을 동작점으로 선정한 경우이다. 이 때, 식(9)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_l = Q_l^* + k_x(x_v - x_v^*) - k_p(p_l - p_l^*) \quad (17)$$

$$= k_x x_v - k_p p_l$$

이 식 또한, 식(14)와 마찬가지로 사용하기에 매우 편리한 형태임을 알 수 있다. 이 경우의 k_x 및 k_p 는 다음과 같이 구해진다.

$$k_x = \frac{Q_{r0}}{x_{vr}} \quad (18)$$

$$k_p = \frac{|Q_l^*|}{2p_s} \quad (19)$$

일 예로서, 앞의 Fig. 2에서 취급한 서보 밸브를 대상으로 하여 동작점을 $i_v^* = i_{vr}$, $Q_l^* = Q_{r0}$, $p_l^* = 0$ 인 점으로 하고, 비선형 유량 방정식(8) 및 선형 유량 방정식(17)을 사용하여 계산한 $p_l \sim Q_l$ 사이의 관계를 Fig. 3에 나타내었다.

그림에서, 선형화 유량 방정식(17)로부터 얻어진 $p_l \sim Q_l$ 선도는 동일한 기울기를 갖는 직선들

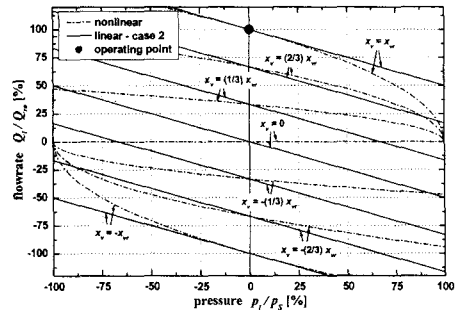


Fig. 3 Comparison of $p_l \sim Q_l$ diagram computed by the nonlinear equation (8) and the linear equation (17)

로 표시되고, i_v 의 절대치가 같은 직선끼리는 좌표 원점에 대하여 대칭으로 됨을 알 수 있다. 따라서, 식(17)을 사용한 유량 계산치는 동작점 주위 및 동작점의 좌표 원점에 대한 대칭점 주위에서 가장 오차가 작으며, 비교적 큰 계산 오차가 발생하는 영역은 $|p_l|$ 이 크고 $|Q_l|$ 은 0 부근인 영역임을 이 그림으로부터 확인할 수 있다.

경우 3) $p_l^* \neq 0$

서보 밸브의 $p_l \sim Q_l$ 선도 상에서 종좌표축 상의 점이 아닌 공간 상의 임의의 점을 동작점으로 선정하는 경우이다. 이 때, 식(9)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_l = Q_l^* + k_x(x_v - x_v^*) - k_p(p_l - p_l^*) \quad (20)$$

$$= k_x x_v - k_p \Delta p_l$$

식(20)에 포함된 k_x 및 k_p 는 식(12) 및 식(13)에 동작점에서의 물리 수치들을 대입하여 구할 수 있다.

식(20)에는 사실상 $k_p p_l^*$ 라는 상수항이 포함되어 있으므로, 제어계 해석 및 설계의 관점에서 식(14) 및 식(17)에 비하여 편리한 형태가 아님을 알 수 있다.

일 예로서, 경우 1에서와 동일한 서보 밸브를 대상으로 하여 동작점을 $i_v^* = i_{v^*}$, $Q_l^* = 11.6 \text{ l/min}$, $p_l^* = 4 \text{ MPa}$ 인 점으로 하고, 비선형 유량 방정식(8) 및 선형 유량 방정식(20)을 사용하여 구한 $p_l \sim Q_l$ 사이의 관계를 Fig. 4에 나타내었다.

그림에서, 선형화 유량 방정식(20)으로부터 얻어지는 $p_l \sim Q_l$ 선도들이 동일한 기울기를 갖는

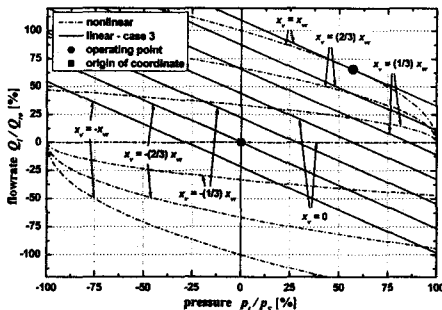


Fig. 4 Comparison of $p_l \sim Q_l$ diagram computed by the nonlinear equation (8) and the linear equation (20)

직선들로 표시되는 것은 앞의 경우 2에서와 마찬가지로, 이 경우에는 i_v 의 절대치가 같은 직선끼리도 좌표 원점에 대하여 대칭을 이루지 않으며, 그 이유는 식(20)으로 표시된 직선의 방정식에 상수항이 포함되어 있기 때문이다. 그 결과, 선정된 동작점에서 멀어질 수록 매우 큰 계산 오차가 유발됨을 알 수 있다.

3. 수치 시뮬레이션 및 결과 비교

3.1 유압 제어 시스템의 기초 방정식

앞의 제2장에서 제안한 서보 밸브 선형화 유량 방정식들을 유압 서보 제어계 해석에 실제로 적용했을 때의 계산 결과의 정밀도를 정량적으로 조사할 목적으로, Fig. 5에 나타낸 유압 실린더 구동 유압 서보 제어계를 대상으로 하여 수치 시뮬레이션을 수행하고자 한다.

서보 밸브의 구동 전류 i_v 와 스톱 변위 x_v 사이의 관계는 라플라스(Laplace) 영역에서 다음과 같은 2차계 형태로 표시할 수 있다.

$$G_{vs}(s) = \frac{x_v(s)}{i_v(s)} = \frac{k_v \omega_v^2}{s^2 + 2\zeta_v \omega_v s + \omega_v^2} \quad (21)$$

여기서, k_v 는 서보 밸브의 전류-변위 계수, ζ_v 는 서보 밸브의 감쇠 계수, ω_v 는 서보 밸브의 고유 진동수이다.

부하 유량 방정식(8)에서, 스톱 변위 x_v 가 서보 밸브 토크 모터에 흐르는 전류 i_v 에 비례한다고 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_l = K_{sv} i_v \sqrt{p_s - \frac{x_v}{|x_v|} p_l} \quad (22)$$

여기서, K_{sv} 는 비례 상수이다.

실린더 양쪽 চে임버(chamber)에 연속 방정식을

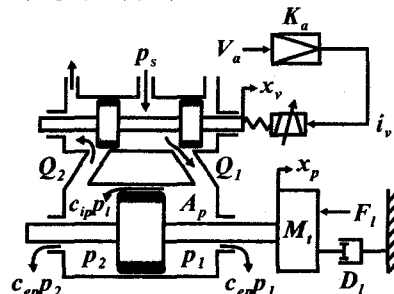


Fig. 5 Schematic diagram of the object system for simulation

적용하고, 피스톤이 실린더 중앙 위치 부근에 머무르고 있다는 가정 하에서 다음 식이 얻어진다.

$$Q_i = A_p \dot{x}_p + C_{\phi} p_i + \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{p}_i \quad (23)$$

여기서, A_p 는 피스톤의 단면적, x_p 는 피스톤의 변위, $C_{\phi} (= C_{i\phi} + C_{e\phi}/2)$ 는 실린더의 전체 누설 계수, $C_{i\phi}$ 및 $C_{e\phi}$ 는 실린더의 내부 및 외부 누설 계수, β_e 는 실린더내 작동유의 유효 체적 탄성 계수, V_t 는 양쪽 챔버의 체적의 합이다.

부하와 피스톤 결합체의 운동 방정식은 아래와 같다.

$$A_p p_i = M_i \ddot{x}_p + D_i \dot{x}_p + F_l \quad (24)$$

여기서, M_i 는 부하와 피스톤 결합체의 질량, D_i 은 피스톤 및 부하계의 점성 마찰 계수, F_l 은 피스톤에 작용하는 외력이다.

3.2 시뮬레이션 대상 시스템

본 연구에서는 유압 시스템의 부하계 및 물리 수치들이 부분적으로 상이한 2 종류의 시스템을 시뮬레이션 대상으로 하며, 각각을 시스템 I과 시스템 II라 칭한다.

3.3 시뮬레이션 결과 및 고찰

시스템 I과 II에 주파수와 진폭을 달리하는 정현파 신호들을 개루프(open-loop) 상태로 가할 때의 수치 시뮬레이션에서 얻어진 $p_i \sim Q_i$ 곡선을 Fig. 6~7의 (a)에, 피스톤 변위 신호의 시간 응답 곡선을 Fig. 6~7의 (b)에 각각 나타내었다.

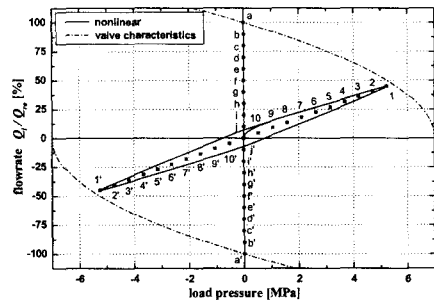
수치 시뮬레이션에는 앞의 제 2장에서 기술한 서보 밸브 유량 방정식들을 사용하였다. Fig. 6~7에서 'nonlinear'로 표시한 응답 곡선은 서보 밸브 유량 방정식으로 식(8), 'linear - case 1'은 식(14), 'linear - case 2'는 식(17), 'linear - case 3'는 식(20)을 사용하여 구한 것이다. 수치 시뮬레이션 기법으로는 제 4차 Runge-Kutta 법을 사용하였다. Fig. 6~7의 수치 시뮬레이션은 시스템 I, II를 모두 개루프 제어계로 두고 입력 신호를 가한 경우들이며, 이와 같이 개루프 제어계를 대상으로 함으로써 시간 응답 곡선들 사이의 계산 오차를 명확히 한다.

Fig. 6은 시스템 I에 개루프 제어 신호로서

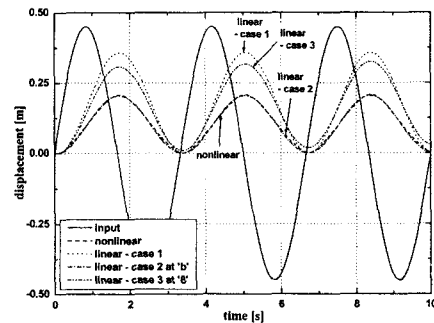
주파수 0.3 Hz, 진폭 0.45 m에相当하는 정현파 신호를 가했을 때의 $p_i \sim Q_i$ 선도와 피스톤 변위의 시간 응답 선도를 나타낸 것이다. 이 경우의 $p_i \sim Q_i$ 선도는 좌표 평면의 제 1사분면과 제 3사분면에 걸쳐 있으며, 좌표 원점에 대하여 대칭인 것이 특징이다. 그림 (a)에서 1, 2, ..., 2', 1' 점 및 a, b, ..., b', a' 점은 수치 시뮬레이션을 행하기 위해서 선택된 동작점들을 나타낸다.

Fig. 6 (b)의 시간 응답 계산 결과들은 모두 입력 신호에 대한 추종성이 좋지 않으며, 그 이유는 시뮬레이션 대상 시스템이 개루프 제어 시스템이기 때문이다.

Fig. 6 (b)에서, 시간 응답 'linear - case 1', 'linear - case 3'과 'nonlinear' 사이에는 큰 계산 오차가 발생함을 알 수 있다. 이와 같은 큰 계산 오차가 발생하는 이유는, 'linear - case 1'의 경우에는, Fig. 6 (a)의 $p_i \sim Q_i$ 선도와 같이 압력과 유량이 종좌표축 및 횡좌표축 부

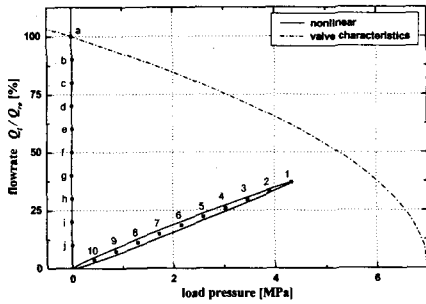


(a) $p_i \sim Q_i$ diagrams

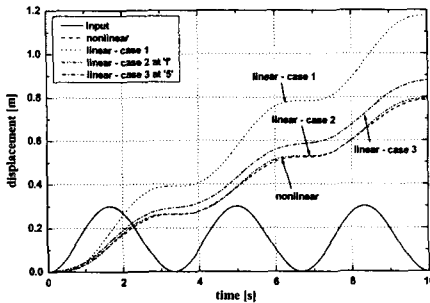


(b) time responses

Fig. 6 $p_i \sim Q_i$ diagrams and time responses of system I, actuated by sinusoidal input with frequency 0.3 Hz and amplitude 0.45 m under open loop control



(a) $p_1 \sim Q_1$ diagrams



(b) time response

Fig. 7 $p_1 \sim Q_1$ diagrams and time responses of system II, actuated by input signal with $a \sin(2\pi f + 1.5\pi) + a$ ($a: 0.15 \text{ m}$, $f: 0.3 \text{ Hz}$) under open loop control

근을 크게 벗어나는 영역에서는 선형화 유량 방정식과 비선형 유량 방정식 사이에 큰 계산 오차가 발생하기 때문이다. 'linear - case 3'의 경우에는, 앞의 2.3절에서 설명한 바와 같이 선형화 유량 방정식을 사용하여 구한 $p_1 \sim Q_1$ 선도들이 좌표 원점에 대하여 대칭을 이루지 않기 때문에 유량 계산 오차를 줄이는 것이 매우 곤란함을 알 수 있다. 한편, 시간 응답 'linear - case 2'와 'nonlinear'는 매우 잘 일치하고 있으며, 이 결과로부터 식(17)을 사용하면서 밸브의 동작점을 최적의 값으로 선정한다면 선형화 유량 방정식의 계산 정밀도가 매우 향상될 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 시스템 II에 개루프 제어 신호로서 $a \sin(2\pi f + 1.5\pi) + a$ ($f = 0.3 \text{ Hz}$, $a = 0.15 \text{ m}$)로 표시되는 신호를 입력했을 때의 $p_1 \sim Q_1$ 선도 와 피스톤 변위의 시간 응답 선도를 나타낸 것이다. 이 때의 $p_1 \sim Q_1$ 선도는 좌표 평면의 제 1 사분면에 한정되어 나타나는 것이 특징이다.

Fig. 8(b)에서 시간 응답 'linear - case 1', 'linear - case 2' 및 'linear - case 3'를 'nonlinear'와 비교하면, 이 때에도 'linear - case 2'의 응답이 'nonlinear' 응답에 가장 근접함을 알 수 있다.

4. 결론

유압 서보 제어 시스템의 서보 밸브(servo valve) 유량 표시식으로 사용되는 선형화 방정식은 시스템의 운전 조건 및 동작점의 위치에 따라 큰 계산 오차를 가질 수 있다.

따라서, 본 연구에서는 서보 밸브의 선형화 유량 방정식을 구하는 과정에서, 서보 밸브의 동작점 위치 변화에 따른 선형화 유량 방정식의 계산 오차를 조사하기 위하여 밸브 동작점 위치를 $p_1 \sim Q_1$ 특성 선도 상의 3개 영역으로 구분하고 각 영역에서의 선형화 유량 방정식을 제안하였다. 그리고, 제안된 선형화 유량 방정식들과 비선형 유량 방정식의 특성 선도를 $p_1 \sim Q_1$ 특성 선도 상에 나타냄으로써 선형화 방정식의 유량 계산 오차를 명확히 평가할 수 있었다.

또한 제안된 선형화 유량 방정식들과 비선형 유량 방정식을 사용한 유압 서보 제어 시스템의 동특성 수치 시뮬레이션 결과를 검토함으로써 서보 밸브의 동작점 위치 변화에 따른 유압 시스템의 동적 응답 특성 해석 결과에 차이가 있음을 알 수 있었다.

후 기

이 논문은 2000년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) Merritt, H.E., 1967, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, Inc. pp.83~88
- (2) 이용주, 송창섭, 1997, "전기 유압 서보 시스템의 비표준 PID 제어에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제14권, 제11호, pp.25-33