

# 신경회로망을 활용한 타이어 측벽형상의 최적설계

정현성\*\* · 신성우\*\* · 조진래\* · 김남전\*\*\* · 김기운\*\*

## Optimal Design of Tire Sidewall Contour using Neural Network

H. S. Jeong, S. W. Shin, J. R. Cho, N. J. Kim and K. W. Kim

**Key Words:** Optimum Sidewall Contour(최적측벽형상), Maneuverability(조정성), Durability(내구성), Neural Network(신경회로망), STOM(Satisficing Trade-Off Method)

### Abstract

In order to improve automobile maneuverability and tire durability, it is very important for one to determine a suitable sidewall contour producing the ideal tension and strain-energy distributions. In order to determine such a sidewall contour, one must apply multi-objective optimization technique. The optimization problem of tire carcass contour involves several objective functions. Hence, we execute the tire contour optimization for improving the maneuverability and the tire durability using satisficing trade-off method. And, the tire optimization also requires long cup time for the sensitivity analysis. In order to resolve this numerical difficulty, we apply neural network algorithm.

### 1. 서론

1880년대 공기주입식 타이어가 개발된 후, 많은 연구자에 의해 타이어의 성능을 향상시키기 위한 연구가 이루어져 왔다.<sup>(1)</sup> 특히 조정성 향상을 위한 연구로 1928년 카카스 내의 균일한 인장 분포를 갖는 타이어 형상을 설계하기 위한 natural equilibrium contour 기법이 제시되었고, 1970년대 RCOT와 TCOT와 같은 nonequilibrium contour 기법이 제기되었다.<sup>(2)</sup> 최근에는 타이어의 최적설계에 STOM(satisficing trade-off method) 기법을 적용하여 이전 기법들의 문제점들을 해결하였으며<sup>(3)</sup>, 본 저자에 의해서도 STOM 기법에 의해 타이어 조정성(maneuverability)과 내구성(durability) 향상을 위한 연구가 실시된 바 있다.<sup>(4)</sup> 하지만 타이어 최적설계의 경우에 많은 해석시

간을 요구하게 되고, 특히 3차원 타이어 해석을 요구하는 경우는 해석시간적 문제점에 의해 최적설계가 불가능하게 된다.

따라서 본 연구에서는 타이어 조정성과 내구성 향상을 위한 최적설계를 위해 STOM 기법에 의해 최적설계를 수행하고, 해석 시간적 문제점을 해결하기 위해 신경회로망(neural network) 이론을 적용시켰다. 그리고 신경회로망 이론을 타이어 형상 최적설계에 적용하였을 때, 그 타당성을 검증하기 위하여 신경회로망을 적용하지 않은 결과와의 수치오차적 측면에서 비교를 실시하였다. 또한 해석시간적 측면에서의 비교를 통해 신경회로망의 적용시 해석시간의 감소효과를 조사하였다.

### 2. 타이어 카카스 형상최적설계

타이어의 조정성과 내구성을 향상시키기 위하여 형상 최적설계 문제를 정식화한다. 타이어의 조정성과 내구성은 각각 타이어 카카스 라인위의

\* 회원. 부산대학교 기계공학부

\*\* 부산대학교 대학원 기계설계공학과

\*\*\* (주)금호산업 R&D Center

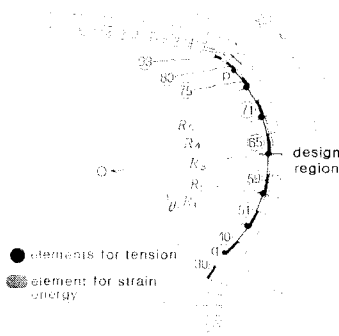


Fig. 1 Model for sidewall contour optimization.

코트:장력 분포와 변형에너지 분포에 의존한다. 따라서 이러한 두 목적성을 향상시키기 위한 목적함수를 정의한다.

$$F(\mathbf{X}) = F\{f_1(\mathbf{X}), \dots, f_r(\mathbf{X}), f_{r+1}(\mathbf{X}), \dots, f_{r+s}(\mathbf{X})\} \quad (1)$$

여기서  $f_1, \dots, f_r$ 은 조정성 향상을 위해 목적함수로 정의된 각 요소의 요소평균 코트장력값을 나타내며,  $f_{r+1}, \dots, f_{r+s}$ 는 내구성 향상을 위해 목적함수로 정의된 각 요소의 요소평균 변형에너지 밀도값이다. 그리고 두 성능을 향상시키로자 정의된 설계영역과 설계변수는 Fig. 1에 도시되어 있으며, 설계변수는 식(2)와 같다.

$$\mathbf{X} = \{R_1, \dots, R_N\}^T \quad (2)$$

식(3)과 같이 polynomial interpolation을 사용하여 각 설계변수에 의해 설계영역을 정의한다.

$$R(\theta) = \sum_{i=1}^N R_i \varphi_i, \quad \varphi_i(\theta) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\theta - \theta_j}{\theta_i - \theta_j} \quad (3)$$

다음으로 타이어 형상최적설계시 타이어의 크기와 형상에 대한 제약이 따르게 되는데, 먼저 설계영역위의 카카스 호의 길이에 대한 제약이 따르게 되며, 식(4), 식(5)와 같이 정의된다.

$$g_1(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{M-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} - (1 + \vartheta)L_0 \leq 0 \quad (4)$$

$$g_2(\mathbf{X}) = (1 - \vartheta)L_0 - \sum_{i=1}^{M-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (5)$$

또한 각 설계변수  $R_i$ 는 한계 최소한계  $R_i^L$ 와 최대한계  $R_i^U$ 에 의해 제약되어지며, 식(6)과 식(7)과

같이 정의된다.

$$g_{i+1}(\mathbf{X}) = R_i^L - R_i \leq 0, i = 1, N \quad (6)$$

$$g_{i+N+2}(\mathbf{X}) = R_i - R_i^U \leq 0, i = 1, N \quad (7)$$

위에서 정의된 타이어 형상 최적설계문제는 식(1)에서와 같이 목적함수가 다수개 존재하는 다목적 최적설계문제이다. 이러한 다목적 최적설계문제는 각 목적함수 사이의 연관성 때문에 하나의 목적함수를 향상시킬 때 다른 목적함수의 희생을 요구하게 된다. 따라서 이러한 다목적 최적설계문제는 예전의 일반적인 최적설계 기법의 적용이 불가능하며 다목적 최적설계를 위한 기법이 요구된다. 이 연구에서는 여러기법중, 설계자의 최소한의 노력이 요구되고 체계적인 STOM기법을 적용하였으며, 이때 식(1)의 다목적함수 최적설계문제는 식(8)과 같이 단일 목적함수 최적설계 문제로 정의된다.

$$F^k(\mathbf{X}) = \max\{w_i^k |f_i^* - f_i(\mathbf{X})|\}, \quad 1/w_i^k = |f_i^* - \hat{f}_i| \quad (8)$$

여기서  $f_i^*$ 와  $\hat{f}_i$ 는 각각 이상수준과 희망수준을 나타내며,  $w_i^k$ 는 각 목적함수에 대한 가중치(weight)를 나타낸다.

또한 식(8)의 단일목적함수는 희망수준  $\hat{f}_i$ 을 희망수준 선택절차에 의해 변화시켜 가며 최적설계를 수행하여 최적치를 정의하게 되며, 위의 제약 최적설계문제를 ALM(augment Lagrange multiplier method) 기법을 사용하여 위의 단일 목적함수식(8)과 제약조건을 조합하여 비제약 가목적함수(unconstraint pseudo-objective function)를 정의한다.

$$A^k(\mathbf{X}, \lambda_i, r_p) = F(\mathbf{X}) + \sum_{i=1}^{2(N+1)} [\lambda_i \phi_i^k + r_p (\phi_i^k)^2],$$

$$\phi_i^k = \max\left[c_i^k g_i(\mathbf{X}^{k-1}), -\frac{\lambda_i}{2r_p}\right] \quad (9)$$

여기서,  $\lambda_i$ 는 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)이고,  $r_p$ 는 벌칙상수(penalty parameter)이다. 또한 목적함수에 대한 각 구속조건의 정규화(normalizing)를 위한 척도계수(scailing factor)  $c_i^k$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$c_i^k = \frac{|F(\mathbf{X}^{k-1} + \delta \mathbf{X}) - F(\mathbf{X}^{k-1})|}{|g_i(\mathbf{X}^{k-1} + \delta \mathbf{X}) - g_i(\mathbf{X}^{k-1})|} \quad (10)$$

위의 비제약 가목적함수의 해는 일반적인 최적 설계방법인 증분기법(incremental scheme)과 민감도 해석(sensitivity analysis)에 의해 계산될 것이다.<sup>(1)</sup>

### 3. 신경회로망 알고리즘

신경회로망은 인간의 두뇌가 이루고 있는 뉴런(neuron)들의 결합인 신경망 조직을 모델링한 것으로 인간 두뇌의 정보처리 방식을 모방하여 신경회로망 시스템에 어떤 업무를 수행할 수 있도록 훈련시키는 것이다. 이러한 신경회로망 알고리즘을 최적설계에 적용한 의도는 앞서서도 언급하였듯이 최적설계시 많은 목적함수 수행으로 인한 시간과 비용의 문제를 줄이기 위해서이다. 즉 필요한 몇 번의 해석수행에 의해 신경회로망을 학습에 의해 근사화 시키고, 최적설계시 해석을 수행하는 대신 구성된 신경회로망에 의한 목적함수 근사값을 사용한다.

Fig. 2에 신경회로망 중 back-propagation 모델을 도시하였으며, 많은 processing element들에 의해 병렬적으로 연결되어 있다. back-propagation 모델의 구조는 Fig. 2에서와 같이 입력층(input layer), 은닉층(hidden layer), 출력층(output layer)으로 구성되어 있으며, 각 뉴런들은 다음 층의 뉴런들과 모두 연결되어 있다. 그리고 뉴런의 구조를 Fig. 3에 도시하였다. 이러한 back-propagation 모델은 학습을 통하여 신경망 구조를 이루며, forward computing과 backward learning에 의해 학습이 이루어진다. 다음은 신경회로망의 학습방법에 대해 설명하였다.

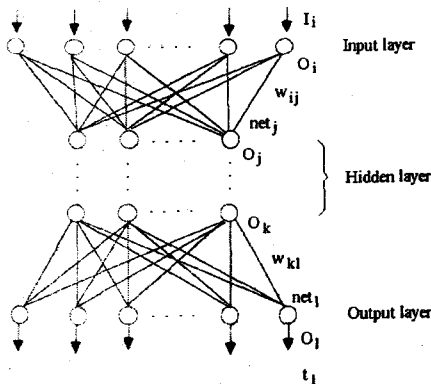


Fig. 2. General architecture of neural network.

#### 3.1 Forward Computing

먼저 Fig. 2의 신경회로망에서 입력층에서 출력층으로 신호가 전파되어 가면서 각 뉴런의 출력값을 계산한다. 입력층에 들어온 입력신호는 입력층을 통해 출력값  $O_i$ 를 낸다.

$$O_i = I_i \quad (11)$$

그리고 각 은닉층과 출력층의 출력값은 이전층의 출력신호를 입력받아 Fig. 3과 같이 뉴런층내의 함수의 수행에 의해 출력값이 계산되어 진다.

$$O_j = f(net_j), \quad net_j = \sum_i w_{ij} O_i \quad (12)$$

여기서 뉴런내에서 함수  $f(\cdot)$ 가 수행되는데, 일반적으로 계단함수, 시그모이드함수, hyperbolic tangent 함수등이 사용되나, 이 연구에서는 미분 가능하고 일반적으로 많이 사용되는 식(13)과 같이 시그모이드함수를 사용한다.

$$f(x) = 1/(1 + e^{-x}) \quad (13)$$

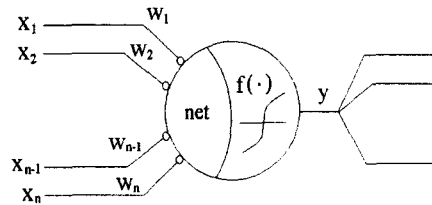


Fig. 3 schematic of Processing element.

#### 3.2 Backward learning

전방향으로 신호가 전파되어 가며 각 뉴런의 출력값이 정의되면 출력층의 출력신호와 목표출력값을 비교하여 식(14)와 같이 두 값의 차의 제곱의 합인 오차가 최소가 되도록 역방향으로 신호가 전파되어 가면서 각 연결강도를 조절한다.

$$E_p = 1/2 \sum_i (t_i - O_i)^2 \quad (14)$$

먼저 출력층에서 입력층으로 신호가 역전파 되면서 두층 사이의 연결강도가 조절된다.

$$w_{kl} = w_{kl} + \Delta w_{kl}$$

$$\Delta w_{kl} = \eta \delta_l O_k = \eta (t_l - O_l) O_l (1 - O_l) O_k \quad (15)$$

여기서  $\eta$ 는 학습률을 나타내는 비례상수이며,  $t_l$ 은 목표출력값,  $O_k$ ,  $O_l$ 은 각각 k, l층에서의 출력값을 나타낸다.

그러므로 은닉층에서 입력층으로 계속 신호가 역전파 되면서 각 연결강도  $w_{jk}$ 는 다음과 같이 조절된다.

$$w_{jk} = w_{jk} + \Delta w_{jk}$$

$$\Delta w_{jk} = \eta \delta_k O_j = \eta \left( \sum_l \delta_l w_{kl} \right) O_k (1 - O_k) O_j \quad (16)$$

그러고 출력층과 은닉층 사이이외의 연결강도들은 모두 식(16)를 따르게 된다.

하나의 입력형태에 대해 출력층에서의 출력값이 목표출력값에 도달하도록 연결강도가 조절되면 나머지 모든 입력형태에 대해서도 연결강도들을 조절한다. 이와 같이 모든 입력형태에 대해 각 출력값이 학습수렴률내에 들어올 때까지 많은 회수를 반복하게 되면 연결강도가 조절되어 최종 출력값은 모든 입력형태에 대해 목표출력값에 근접하게 된다. 이러한 반복과정을 신경회로망에서 학습(Learning)이라 한다.<sup>(5)</sup>

### 3.3 실험계획법(DOE)

신경회로망을 학습하기 이전에 어떠한 입력형태를 학습에 사용할지를 결정하여야 한다. 이 연구에서는 실험계획법중 직교배열표를 사용하여 입력형태를 정의하였다. 사용된 직교배열표는 Table 1에 나타내었으며, 설계변수의 수준은 3수준으로 정의하였다. 각각의 수준 0, 1, 2는 각각 설계변수 R이 0,  $+\Delta R$ ,  $-\Delta R$ 만큼 이동한 것을 나타내고, 이 직교배열표는 설계변수가 13개 이하의 경우에 사용되어 진다. 27개의 입력형태에 의해 각 입력형태에 따른 목표출력값(목적함수값)을 ABAQUS 해석에 의해 정의하였으며, 위에 정의된 신경회로망의 학습을 위한 입력으로 사용하였다.<sup>(6)</sup>

Table 1 DOE table(Orthogonal Array)

Data Number	Orthogonal Array : $L_{27}(3^{13})$										
	1	2	3	4	...	11	12	13			
1	1	1	1	1	...	1	1	1			
2	1	1	1	1	...	2	2	2			
3	1	1	1	1	...	3	3	3			
...	...	...	...	...	...	...	...	...			
25	3	3	2	1	...	2	1	3			
26	3	3	2	1	...	3	2	1			
27	3	3	2	1	...	1	3	2			

## 4. 수치실험 및 결과

타이어의 조정성과 내구성 향상을 위해 형상 최적설계를 실시하였으며, 이에 앞서 각 설계변수에 따른 목적함수의 근사값을 신경회로망에 의해 구성하였다.

신경회로망 구성을 위한 파라미터들은 Table 2에 제시하였으며, Fig. 2와 같은 back-propagation 모델을 사용하여 학습을 실시하였다. 입력층은 설계변수와 동일하게 5개의 뉴런에 의해 구성하였으며, 각 설계변수의 변화값이 입력신호로 들어간다. 출력층은 최적설계의 목적함수 수와 같은 10개의 뉴런에 의해 구성하였으며, 각 입력신호(설계변수 변화값)에 대한 목적함수값이 출력되어 진다.

근사화된 목적함수 식인 신경회로망에 의해 최적설계를 실시하였으며, 최적설계시 수치 파라미터들을 Table 2에 제시하였다.

Table 2 Simulation data for tire optimization.

Neural Network Learning Parameter	
Parameter	Value
설계변수의 수준	3
은닉층의 수	3
각 은닉층의 뉴런수	10
학습률 비례상수, $\eta$	0.8
학습수렴률	0.005
Optimization parameter	
Parameter	Value
설계변수의 수, N	5
카카스 호의 길이구속조건, $\theta$	0.1(10%)
설계변수 이동거리 구속	0.2in
초기 라그랑지 승수값	0
초기 벌칙함수값	1
벌칙함수 증분값	10

### 4.1 수치오차적 측면

먼저 각각의 목적함수에 대한 최적설계를 실시하였다. 타이어의 조정성 향상을 위해서는 카카스 라인 위의 코드장력값이 비드쪽에서 높고 shoulder쪽에서 낮아지는 분포를 보여야 하므로 비드쪽 4개의 요소 30, 40, 51, 59번 요소의 코드장력값은 최대화를 실시하고, shoulder쪽 5개의 요소 65, 71, 75, 80, 93번 요소에 대해서는 최소

Table 3 Single-objective optimization result with or without neural network.

Element No.	Carcass Tension(lbf)									Strain energy density
	30	40	51	59	65	71	75	80	93	303
Initial value( $f_i^i$ )	1.322	0.953	1.229	1.306	2.035	2.813	2.838	2.788	2.579	2.584
w/o Neural( $f_{i,w/o}$ )	2.265	2.039	2.773	1.946	0.1142	1.813	2.103	2.231	2.162	2.078
w/ Neural( $f_{i,w}$ )	2.263	2.014	2.845	1.793	0.483	1.988	2.113	2.292	2.239	2.111
Tolerance	0.088	0.012	-0.026	0.079	-323	-0.097	-0.005	-0.027	-0.036	-0.016

Table 4 Multi-objective optimization result with or without neural network.

Element No.	Carcass Tension(lbf)									Strain energy density
	30	40	51	59	65	71	75	80	93	303
Initial value( $f_i^i$ )	1.322	0.953	1.229	1.306	2.035	2.813	2.838	2.788	2.579	2.584
w/o Neural( $f_{i,w/o}$ )	1.811	1.458	1.579	1.161	1.902	2.849	2.919	2.661	2.479	2.365
w/ Neural( $f_{i,w}$ )	1.800	1.425	1.551	1.216	1.693	2.823	2.972	2.652	2.467	2.297
Tolerance	0.006	0.023	0.018	-0.047	0.110	0.009	-0.019	0.003	0.005	0.029

화를 실시하였다. 그리고 내구성 향상을 위한 벨트 가장자리 요소인 303번 요소에 대해서는 최소화를 실시하였다. 그리고 최적설계시 목적함수값을 신경회로망의 학습에 의해 구성된 근사식을 사용하였으며, 이때 각 목적함수의 최적설계값을 Table 3에 제시하였다. 또한 신경회로망의 학습알고리즘을 타이어 최적설계에 적용시켰을 경우 타당성을 조사하기 위해 신경회로망을 적용하지 않은 경우의 결과값을 제시하고 비교하였다. Table 3에 제시된 오차값을 비교해 보았을 때, 오차  $(f_{i,w/o} - f_{i,w})/f_{i,w/o}$ 가 0.1미만의 값을 보여 거의 유사한 값으로 수렴한 것을 알 수 있었으며, 단지 65번 요소의 경우만 많은 차이를 보였다.

다음으로 위에서 정의된 단일최적설계 결과에 의해 이상수준을 정의하고 다목적 최적설계를 실시하였다. 최적설계시 신경회로망을 적용하였을 경우와 적용하지 않은 경우, 두 경우에 대해 최적설계를 실시하였으며, 두 결과를 비교해 Table 4에 제시하였다. 단일 최적설계의 경우와 유사하게 65번 요소를 제외한 요소에 대해 0.1 미만의 오차를 가지는 것을 확인할 수 있었다.

최적설계후 타이어의 카카스 형상을 조사하였을 경우 신경회로망을 사용하여 최적설계를 하였을 때 비드쪽에서 외부로 나온 형태를 보이고 shoulder쪽에서 내부로 들어간 형태를 보였으며,

신경회로망을 적용하지 않은 경우에 대해서도 거의 유사한 형태를 보였다. Table 5에 최적설계 후, 각 설계변수의 변화값을 제시하였으며, 중앙 부위의 설계변수  $R_3$ ,  $R_4$ 의 경우 많은 차이를 보였으며, 나머지 설계변수는 두 경우가 유사한 것을 알 수 있었다.

따라서 신경회로망을 적용하여 최적설계를 실시하였을 경우, 몇 개의 요소에 대해서 좋지 못한 결과를 보였으나 나머지의 경우 거의 유사한 결과를 나타낸다.

Table 5 Comparison of design variables

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$L_0$
Initial( $R_i^i$ )	2.075	2.075	2.075	2.075	2.075	3.238
w/o Neural( $R_i^{w/o}$ )	2.036	1.965	1.998	2.055	2.139	3.204
w/ Neural( $R_i^w$ )	2.026	1.975	1.950	2.017	2.151	3.196
$R_i^{w/o} - R_i^i$	0.039	0.11	0.077	0.02	-0.064	0.034
$R_i^w - R_i^i$	0.049	0.1	0.125	0.058	-0.076	0.042

#### 4.2 해석시간적 측면

Table 6은 신경회로망을 적용하였을 경우와 적용하지 않은 경우에 대한 해석시간을 비교하였다. Table 6에 제시되어 있는 것과 같이 신경회로망을 적용하지 않은 경우는 단일최적설계와 다

목적 최적설계시 많은 해석을 요구하며, 해석을 실시하였을 경우 36시간 가량의 많은 시간을 소요하였다. 이에 반해 신경회로망을 적용하였을 경우, 단지 신경회로망 학습을 위한 27번의 해석만을 요구하여 2시간 정도의 해석시간을 요구한다. 그리고 학습을 위한 8시간정도를 감안하더라도 10시간의 해석시간을 요구하게 된다. 따라서 신경회로망을 적용하였을 경우 1/4배 정도의 적은 시간 소요에 의해 최적설계를 수행할 수 있음을 알 수 있다.

Table 6 Comparison of tire analysis times.

	FEM 해석시간		Neural 학습시간	Total 해석 요구시간
	SOP	MOP		
w/o Neural	390회 (26시간)	156회 (10시간)	.	36시간
w/ Neural	27회(2시간)		8시간	10시간

## 5. 결론

본 연구에서는 타이어 조정성과 내구성 향상을 위해 다목적 최적설계기법인 STOM기법에 신경회로망 이론을 적용하여 최적설계를 실시하였다. 그리고 신경회로망을 사용한 타이어 최적설계의 경우와 신경회로망 이론을 적용하지 않은 경우의 비교를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 최적설계후의 코드장력 분포는 초기에 비해 비드영역에서 높아지고 shoulder영역에서 낮아지는 형태를 보였으며, 변형에너지 분포의 경우도 감소하는 경향을 보였다. 그리고 이러한 분포를 가지는 카카스 형상, 즉 조정성과 내구성이 향상된 타이어 카카스 형상은 비드부에서 내부로 들어가고 shoulder부에서 외부로 돌출되는 형태를 가진다.
2. 수치 오차적 측면에서 신경회로망을 적용하였을 경우와 그렇지 않은 경우를 비교하였을 때, 중앙부의 65번 요소를 제외한 모든 목적함수에 대해 0.1 미만의 유사한 결과를 보였다. 또한 설계변수의 변화값의 경우도  $R_3$ 와  $R_4$ 를 제외한 설계변수에 대해 유사한 결과를 보였다.

3. 해석시간적 측면의 비교를 통해, 신경회로망을 적용할 경우 최적설계시 해석시간은 1/4배 가량 감소시킬 수 있음을 알 수 있다.

따라서 타이어 형상최적설계에 신경회로망 이론을 적용하였을 때, 수치적 오차는 수반하지만 시간적 측면에서 많은 잇점을 가진다.

## 후기

본 연구는 (주)금호산업 타이어 사업부의 지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Clark, S. K., 1982, *Mechanics of Pneumatic Tires*, U.S. Government Printing Office : Washington D.C.
- (2) Yamagishi, K., Togashi, M., Furuya, S., Tsukahara, K. and Yoshimura, N., 1987, "A Study on the Contour of the Radial Tire: Rolling Optimization Theory-(RCOT)," *Tire Science and Technology, TSTCA*, Vol. 15, No. 1, pp. 3-29.
- (3) Nakayama, H. and Furukawa, K., 1985, "Satisficing Trade-off Method with an Application to Multiobjective Structural Design," *Large Scale Systems*, Vol. 8, pp. 47-57.
- (4) 조진래, 정현성, 이홍우, 김남진, 김기운, "조정성과 내구성 향상을 위한 타이어 측벽형상 최적설계", *대한기계학회 출판증*.
- (5) S. Simon, 1994, *Neural networks : a comprehensive foundation*, Macmillan, New York.
- (6) P. J. Ross, 1988, *Taguchi techniques for quality engineering*, McGraw-Hill, New York.