

선택적 요소방법을 이용한 형상 최적 설계 기법 개발 (2 차원 문제에의 적용)

심진욱* · 신정규* · 박경진**

Development of Shape Optimization Scheme Using Selective Element Method (Application to 2-D Problems)

J.W.Shim*, J.K.Shin*, and G.J.Park**

Key Words : Structural Optimization(구조최적설계), Shape Optimization(형상최적화), Topology Optimization(위상 최적화), Selective Element Method(선택적요소방법).

Abstract

The structural shape optimization is a useful tool for engineers to determine the shape of a structure. During the optimization process, relocations of nodes happen successively. However, excessive movement of nodes often results in the mesh distortion and eventually deteriorates the accuracy of the optimum solution. To overcome this problem, an efficient method for the shape optimization has been developed. The method starts from the design domain which is large enough to hold the possible shape of the structure. The design domain has pre-defined uniform fine meshes. At every cycle, the method judges whether all the elements are inside of the structure or not. Elements inside of the structure are assigned with real material properties, however elements outside of the structure are assigned with nearly zero values. The performance of the method is evaluated through various examples.

1. 서론

구조 최적설계 분야를 설계변수로 구분하면 치수 최적설계, 형상 최적설계 그리고 위상 최적설계로 나눌 수 있다. 그 중에서 형상 최적설계는 구조물의 경계를 이루는 절점들을 변화시키면서, 제한조건을 만족하는 최적의 구조물 형상을 찾는 설계 방법이다.⁽¹⁾ 그러나, 최적값을 찾기 위해 절점을 과도하게 이동하여 발생하는 요소의 찌그러짐(mesh distortion)은 유한요소해석의 정확도를 저하시키게 된다.^(2,3) 따라서, 현재 널리 사용되고 있는 최적설계 프로그램에서는 최적화 과정 중에 발생하는 요소 변형을 완화하기 위해 여러 가지 방법을 사용하고 있다. GENESIS에서는 요소의 형상

검사 기준을 완화하거나 Domain 방법을 사용하고⁽⁴⁾, NASTRAN 은 형상벡터를 적절히 선정하는 방법을 사용하고 있다.⁽⁵⁾ 그리고, ANSYS 는 요소 자동 분할(auto remeshing)을 이용하여 요소 변형에서 오는 오차를 줄이고 있다.⁽⁶⁾ 본 연구에서는 최적화 과정 동안에 요소 변형이 전혀 발생하지 않는 선택적 요소 방법>Selective Element Method, SEM)을 이용한 형상 최적설계 기법을 제안한다. 이 방법은 위상 최적설계 개념을 도입하여, 구조물을 충분히 포함하는 설계 영역(Design Domain)에서 설계가 이루어진다. 이 영역은 물성치(영률, 포아송비, 밀도)가 모두 0 에 가까운 정방형의 균일한 형상과 크기를 가진 유한 요소로 이루어져 있다. 설계하려는 구조물을 설계 영역에 배치하여, 구조물에 해당하는 요소들은 구조물의 실제 물성치를 가지게 된다. 다음 단계에서는 설계자가 적절한 형상 최적설계 변수를 설정하여, 기존의 형상 최적설계를 수행한다. 이 결과로 변동이 생긴 구조물의 경계를 기준으로 설계 영역의 요소들은 물성치에 변

* 한양대학교 대학원

** 한양대학교 기계설계학과

화가 생긴다. 즉, 절점들을 이동시키지 않고 유한 요소의 물성치를 변화시킨다. SEM은 이러한 일련의 반복 과정을 통해 최적형상을 찾게 된다.

기존의 형상 최적설계는 구조물의 절점 위치를 변화시키면서 최적해를 얻지만, SEM에서는 최적화 과정에서 계산되는 형상 최적설계 변수에 따라 미리 분할된 요소의 물성치를 변화시켜 최적해를 구한다. 따라서, 설계변수의 큰 변화에도 요소의 찌그러짐은 발생하지 않는다. 본 논문에서는 SEM 방법을 이용한 형상 최적설계 기법을 제안하고, 변위와 고유 진동수에 대한 2 차원 문제를 풀어 타당성을 검토한다.

2. 기존의 형상 최적설계와의 비교

2.1 기존의 형상 최적설계의 문제점

형상 최적화 문제의 일반적인 해결과정은 다음과 같다.^(7,8) (1)구조물의 경계를 몇 개의 패치로 구분하고, 각각의 패치를 스플라인으로 표시한다. 형상최적화가 필요한 패치는 형상을 정의하는 조절점의 좌표를 설계변수로 잡는다. (2)스플라인으로 표시된 구조물의 경계정보를 이용해 자동 요소 분할을 하고 해석을 한다. (3)설계변수인 조절점의 좌표에 대한 민감도해석을 한다. (4)계산된 민감도로 최적화문제를 풀고 조절점의 새로운 위치를 구하고 기하를 갱신한다. 이러한 과정을 최적해가 구해질 때까지 반복한다. 특히, 형상 최적 설계를 수행하는 과정에서 경계가 변함에 따라 내부요소의 찌그러짐이 발생하며, 이로 인해 올바른 상태 변수 값들을 정확히 계산할 수 없게 되어 민감도 값들의 오차가 발생되어 정확한 최적해를 얻을 수 없게 된다.

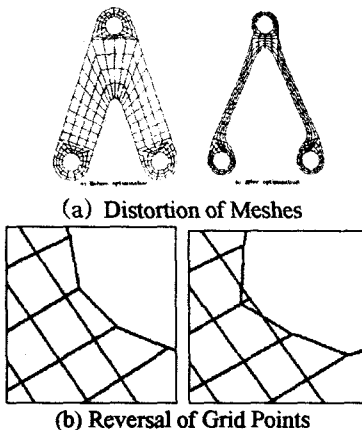


Fig. 1 Example of shape optimization result

기존의 형상 최적설계는 경계를 구성하는 절점들의 이동으로 인해 요소의 변형이 발생하므로 주의를 요하고 있다. 형상 최적설계에서 나타나는 요소 변형의 일례를 Fig. 1에 나타내었다. Fig. 1(a)에서 최적화된 결과의 요소 형상은 형상비가 커지면서, 왜곡이 많아지는 경향을 보이고, (b)에서는 절점 위치의 전도가 발생하여 해석을 계속할 수 없게 된다.⁽⁹⁾ 이러한 바람직하지 못한 요소들의 변형은 절점들이 형상 최적화 과정을 거치면서 과도하게 이동했기 때문이다. 설계변수의 변화에 의한 요소의 변형을 근본적으로 해결하기 위해서는 요소의 자동 분할 기능이 최적화 과정에 포함되어야 하는데, 2 차원 요소와 쉘 요소는 비교적 완전한 자동분할 프로그램이 있지만, 3 차원 고체구조물에 대해서는 아직도 연구개발 중이다.

2.2 위상 최적설계의 특징

1988년 Benseo와 Kikuchi의 논문은 균질화법을 구조 최적설계에 연결하여 위상 최적화 발전의 계기를 마련하였다.⁽¹⁰⁾

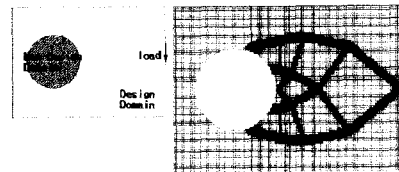


Fig. 2 Example of topology optimization

Fig. 2에 위상 최적설계의 대표적인 Michell 문제를 나타내었다. 왼쪽은 주어진 하중에 대해서 직사각형의 설계 영역이 미리 선정되어 있으며, 가운데 원은 비설계 영역이다. 오른쪽 그림은 구조물의 질량을 20%만 이용하여 주어진 하중조건에 대해 변형에너지를 최소화하는 위상 최적화 문제에 대한 결과이다. 여기서, 검은색 윤곽선은 주어진 하중조건과 질량 제한조건에 대해 강성이 최대가 되는 구조물의 경로이다. 실제로, 위상 최적설계는 개념 설계 단계로 이용하고 있다.^(11,12) 위상 최적설계 초기에 설계 영역 (Design Domain)에 있는 요소들은 모두 구조물의 물성치를 가지고 있었다. 위상이 최적화된 결과에서 구조물의 물성치를 가진 요소는 윤곽선에 존재한 요소 뿐이며, 나머지는 매우 작은 값의 물성치를 가지게 된다. 이러한 위상 최적설계의 특징은 초기에 미리 설계영역을 설정하여 요소를 나눈다는 점과 각 요소의 물성치 변화가 있다는 점이다. 이 두 가지 특징을 기존의 형상 최적설계에 적용하게 된다.

2.3 선택적 요소방법을 이용한 형상 최적설계기법

기존의 형상 최적설계의 문제점인 요소 변형을 해결하기 위해 Fig.3 (a)와 같은 외팔보 문제를 푸는 과정은 우선, (b)에서와 같이 설계할 구조물을 완전히 포함할 수 있는 설계영역(Design Domain)을 먼저 선정한다. 구조물 내부의 요소들은 실제 구조물의 물성치를 가지며, 구조물 외부의 요소는 거의 0에 가까운 물성치를 부여하게 된다. 이러한 판단은 요소의 도심이 구조물의 경계선 내부에 존재하는지의 여부에 따르게 된다. 최적화 과정을 통하여 설계변수 DV의 값이 결정되면, 구조물의 경계선이 DV만큼 이동하고, 다시 요소의 도심위치를 기준으로 구조물의 내부/외부의 판단을 하게 된다

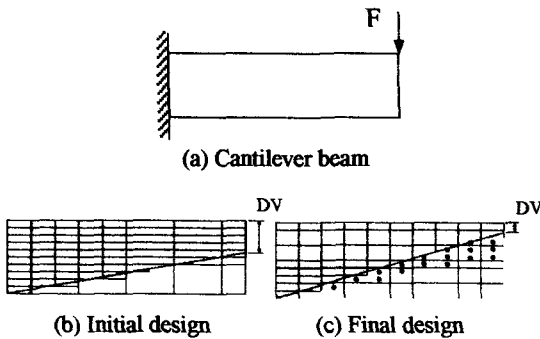


Fig. 3 Shape optimization with SEM

Fig.3(b)에서 내부에 속해 있던 요소(Fig.3 (c)의 점으로 표시한)는 외부로 속하게 되어 0에 가까운 물성치를 갖게 된다. 새롭게 추가된 요소는 기존의 0에 가까운 물성치 대신 구조물의 물성치를 가지게 된다. 임의의 최적화 과정(design cycle)에서의 결과를 바탕으로 다음 최적화 과정으로 이동하기 위해 수렴여부를 조사하게 되고 이때, 수렴하지 않았다면, 개선된 구조물의 모델을 이용하여 다시 해석을 하고 최적화를 수행한다. 이러한 구조물의 개선 과정은 목적함수가 수렴될 때까지 반복된다. 구조물의 경계선이 이동에 따른 절점위치의 변화가 발생하지 않으므로 기존의 최적화 과정에서 발생했던 절점의 과도한 이동으로 인한 요소의 찌그러짐은 발생하지 않는다. 새롭게 제안하는 형상 최적설계 방법의 가장 큰 특징은 매 최적화 단계 중에 설계영역내의 요소를 적절히 선택하는 과정을 거쳐 형상 최적화의 목표를 달성하게 된다는 점이다. 이 때 최적의 형상의 결정은 절점 좌표를 이동하는 방법이 아닌, 잘게 분할된 영역내의 요소의 경계를 그대로 사용하게 되어 구조물의 경계가 계단모양으로 된다. 그 밖의 특징은 다음과 같다.

(1) 기존의 형상 최적 설계는 구조물 내부의 요소 개수가 정해져 있어 변하지 않지만, 이 방법은 구조물을 이루는 요소의 개수에 변화가 있다. (추가되거나 삭제되는 요소때문에 발생)

(2) 절점이 움직이는 것이 아니라 요소단위로 움직이므로 정확한 해를 얻기 위해서는 가능한 작은 많은 요소로 모델링을 해야 한다.

(3) 구조물이 변할 수 있는 영역은 미리 정해져 있는 설계 영역 안에서만 이루어 진다.

(4) 설계영역내의 요소는 모두 동일한 형상과 균일한 크기를 가진다.

(5) 가능한 많은 요소로 나누어야 하므로 해석 시간이 많이 소요되는 단점이 있다.

이와 같은 특징을 가진 형상 최적 설계를 수행하기 위한 전반적인 흐름도를 Fig.4에 나타내었다.

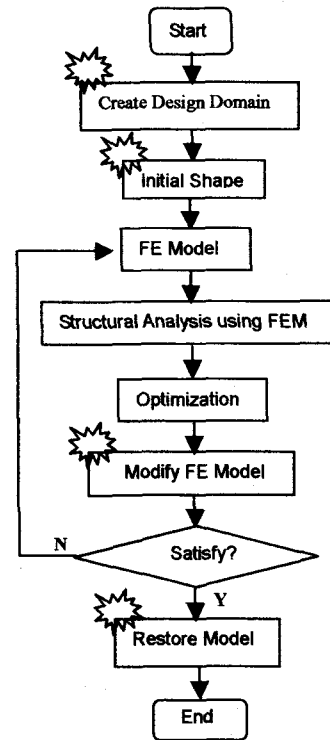


Fig. 4 Flow Chart of Shape optimization with SEM

그림에서 별표는 기존 방법에 대해 새롭게 추가되어야 할 부분을 나타내며, 주요한 용어 설명은 다음과 같다

(1) Create Design Domain : 최적화 과정동안 구조물의 형태가 변해 갈수 있는 공간을 충분히 포함하는 넓은 영역을 설정하고 모두 물성치를 0에 가까운 값을 가지도록 한다.

(2) Initial Shape : 앞에서 만들어진 설계 영역 위

에 구조물이 중간에 오도록 적당히 투영한다. 이때, 구조물의 경계내부에 존재하는 요소는 구조물이 가진 물성치를 갖도록 바꾼다.

(3) **Modify FE Model:** 최적화과정마다 얻은 결과를 바탕으로 구조물의 경계선을 이용하여 요소의 도심을 이용한 위치검사를 실시한다. 이때, 구조물의 내부로 판단된 요소에는 구조물의 물성치를 부여하며, 외부로 판단되는 요소는 구조물의 물성치가 아닌 0에 가까운 물성치를 가지는 외부의 물성치를 부여한다.

(4) **Restore Model:** 최적화가 종료되고, 설계 영역에서 다시 구조물을 회복시켜 선택적 요소방법에 의한 형상 최적 설계를 종료하게 된다.

이와 같이 제한한 방법을 구현하기 위하여 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS Version 5.6을 사용하였다. ANSYS는 자체 모델러를 가지고 있고, 치수나 형상에 관련된 어떠한 설계변수도 매개변수로 처리가 가능하며, 내장된 조건문 및 반복문을 활용하여 최적화 과정에서의 요소의 적절한 선택과 내외부 판단을 용이하게 처리할 수 있기 때문이었다.⁽⁶⁾ 최적화 문제에는 설계현장에서 주로 많이 사용하는 SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) 기법을 사용하였다. SUMT 기법이란 근사화시킨 목적함수에 벌칙함수를 가하여 무제약 최소화 문제로 바꾼 다음 최적해를 구하는 방법이다. 선택적 요소 방법에 따르면, 구조의 내부와 외부의 경계는 필연적으로 계단형으로 나타나게 되므로 이에 대한 검토가 필요하다. Fig.5와 같이 인장을 받는 막대형 문제에서 요소의 크기를 변화시키면서, 또한 요소의 각도를 수평에 대해 0도, 15도, 30도, 45도 등으로 변화시키면서 최대변위(Fig.7)와 1차 고유진동수(Fig.8) 그리고 최대응력(Fig.9)에 관한 해의 수렴성을 조사해 보았다. 이 그래프로부터 변위와 고유진동수는 요소의 크기가 작아짐에 따라 정해에 수렴함을 알 수 있다. 최대응력도 전반적으로 수렴하는 거동을 보이지만, 구조의 내부와 외부가 접하는 경계부에서는 응력집중현상이 발생하여, 요소 크기 0.05에서의 응력값이 0.1 일때의 결과보다 더 크게 나왔다. 추후 이러한 응력집중 문제에 대한 보완책이 필요하다.

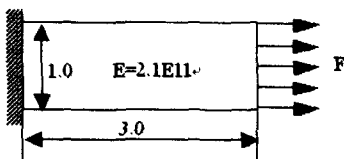


Fig. 5 Tension Bar

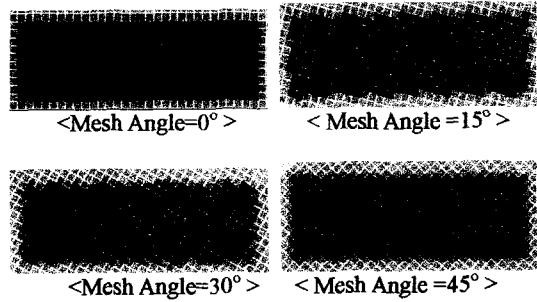


Fig. 6 Element Mesh Shape with different mesh angles

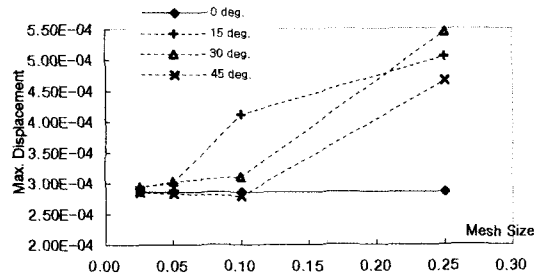


Fig. 7 Maximum Displacement

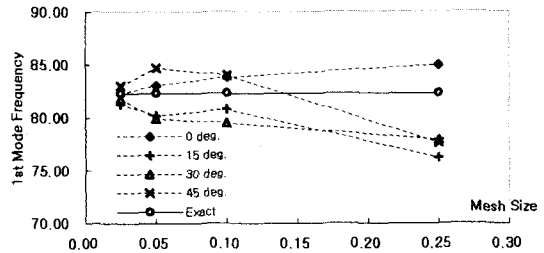


Fig. 8 First Natural frequency

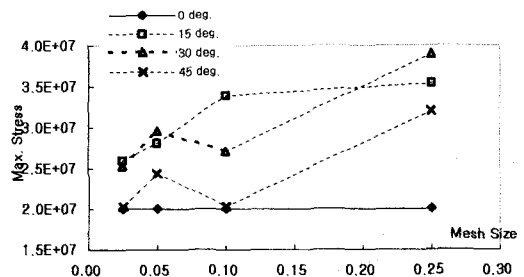


Fig. 9 Maximum Von Mises Stress

3. 적용 예제

간단한 예제로 기존의 요소 재분할에 의한 최

적화 결과와 비교하여 선택적 요소방법에 따른 최적화 방법의 효율성을 검토해 보고자 한다.

3.1 외팔보 문제

Fig.10 은 굽힘하중을 받는 외팔보에서 부피(V_{TOT})를 최소화하는 자유단에서 보의 높이(h)를 구하는 문제이며, 초기의 h 값은 0.5, 자유단에서의 최대 허용변위(U_{MN})를 0.08 로 제한하였다. 설계영역의 요소개수를 200, 800, 3200, 12800 개로 증가시키면서 최적해의 수렴성을 검토해 보았다.

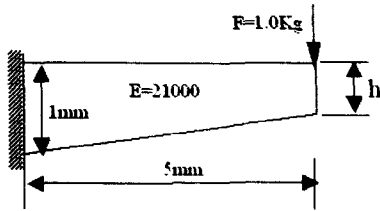


Fig. 10 Model and Design Variables



Fig. 11 Initial and Optimized shape by remeshing

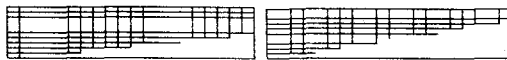


Fig. 12 Initial and optimized shape by SEM

Table 1 Results of Cantilever Problem

| | Initial Value | Optimal Value | | | | |
|----------------|---------------|-------------------|--------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| | | Remesh | By SEM(No. of Elements) | | | |
| | | | (200) | (800) | (3200) | (12800) |
| D.V. h | 0.5 | 0.1596 | 0.2 | 0.2 | 0.175 | 0.1625 |
| S.V. U_{MN} | 0.04 | 0.0793 | 0.0754 | 0.0799 | 0.0788 | 0.0799 |
| OBJ. V_{TOT} | 3.75 | 2.899 (-22.7%) | 3.0 (-20%) | 2.925 (-22%) | 2.925 (-22%) | 2.902 (-22.6%) |

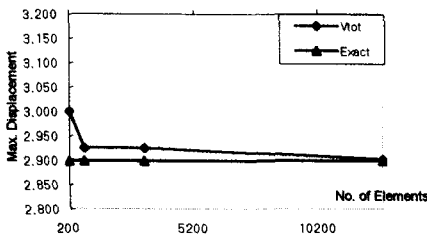


Fig. 13 Initial and Optimized shape by SEM

요소개수에 따른 목적함수의 수렴성은 Table.1 과 같이 요소를 작게 할수록 기존의 방법과 일치하려는 경향을 얻을 수 있었다

3.2 커넥팅 로드 의 형상 최적 문제

두 개의 설계변수를 가진 커넥팅 로드 의 최적화 문제는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\text{Minimize } f(b) = \sum_{i=1}^{NVE} \text{Volume of element} \quad (1)$$

Subject to

$$g_j(b) \leq 0 \quad j=1, \dots, NC$$

$$b_k^L \leq b_k \leq b_k^U \quad k=1, \dots, ND$$

여기서, b 는 설계변수 벡터, $f(b)$ 는 목적함수, $g_j(b)$ 는 부등제약조건 함수, b_k^L, b_k^U 는 각각 설계변수의 하한, 상한값이며, NC, ND 는 각각 제약조건함수의 수와 설계변수의 수이다.

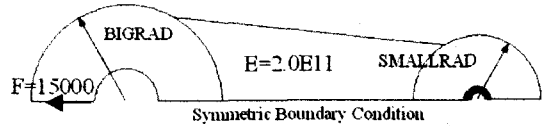


Fig. 14 Design Variables of Connecting Rod Problem

설계변수는 Fig.14 에 표시한 큰 원과 작은 원의 반경인 BIGRAD 와 SMALLRAD 의 두 개이며, 두 원의 연결부는 직선으로 처리하였다. 작은 원의 내경은 모두 구속하였다. 제한조건은 하중을 가한 위치에서의 변위(U_{min})가 $0.3E-4$ 를 넘지 않게 하고, 목적함수는 부피(V_{TOT})로 하였다. SEM 을 이용한 최적설계영역은 0.9×0.2 의 영역을 0.005 와 0.0025 크기의 정방형 요소로 균일하게 분할하였을 때 총 요소수는 7200 개와 28800 개 였다. 기존의 방법과 선택적 요소방법에 의한 형상최적화 전후의 형상을 Fig.15 와 Fig.16 에 나타내었다.



Fig. 15 Initial and Optimized Shape by Remeshing

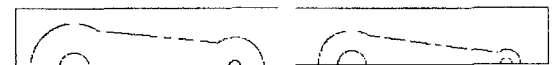


Fig. 16 Initial and Optimized Shape by SEM

선택적 요소방법에서는 설계변수가 작용하는 영역을 큰 원과 작은 원, 연결부의 세 구역으로 나누어, 최적화 과정을 거쳐 결정된 설계변수에 따라 구조물의 내부/외부 판단을 하였고, 그 결과를 Table.2 에 나타내었다.

Table 2 Results of Connecting Rod Problem

| | Initial Value | Optimal Value | | |
|----------------|---------------|-------------------|--------------------------|-------------------|
| | | By Remesh | By SEM(No. of Elements) | |
| | | | (7200) | (28800) |
| D.V. BIGRAD | 0.15 | 0.11787 | 0.1300 | 0.1236 |
| D.V. SMALLRAD | 0.1 | 0.03748 | 0.0554 | 0.0515 |
| S.V. U_{min} | 0.233E-4 | 0.297E-4 | 0.3E-4 | 0.3008E-4 |
| OBJ. V_{TOT} | 0.315E-2 | 0.182E-2 (-42.3%) | 0.212E-2 (-32.7%) | 0.204E-2 (-35.2%) |

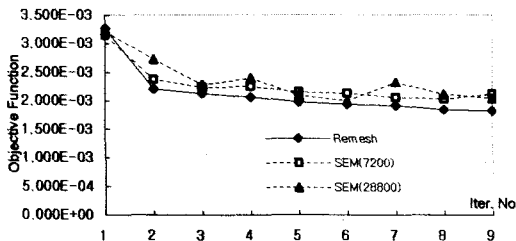


Fig. 17 Comparison of Objective Function History

결과를 살펴보면, SEM의 경우 목적함수 값은 요소 재분할방법의 경우보다 약간 높게 나왔다. Fig.17은 목적함수의 추이를 나타낸 것으로 요소의 증가에 따른 수렴성을 보이고 있고, 최적해의 수렴도는 거의 비슷한 정도를 나타내었다. 값이 조금씩 높은 이유는 설계변수가 연속적으로 변화하는 요소 재분할방법에 비해 선택적 요소방법에서는 요소의 추가와 삭제로 이루어지는 이산화된 목적함수가 원인인 것으로 생각된다

4. 결론

기존의 형상 최적설계의 단점인 요소변형을 방지하기 위하여 선택적 요소방법을 이용한 형상 최적설계 기법을 제안하였다. 이 방법의 특징은 구조물을 포함하는 큰 설계 영역을 설정하여 미리 요소를 분할해 두었다는 점, 그리고 최적화 과정의 결과로부터 근사적으로 구조물의 경계를 재생성하였다는 점이다. 이때, 구조물의 경계를 결정하기 위해 요소의 중심의 위치를 기준으로 내부, 외부 요소를 판단하고, 결과에 따라 요소의 물성치가 변하도록 하였다. 이 방법의 타당성을 위하여 외팔보와 커넥팅로드의 최적화 문제를 풀어서 그 성능을 검토해 보았다. 기존의 형상 최적화 기법과 비교하면, 제안된 기법은

- (1) 미리 분할한 정방형의 균일한 요소를 사용하므로 해석의 정도를 높일 수 있다.
- (2) 최적화 과정 중 나타날 수 있는 요소의 찌그러짐에 의한 해석의 중단을 방지할 수 있다.

그러나, 향후 좀더 일반적인 기법으로 정착하기 위해서는 응력구속조건문제의 경우, 계단형 경계에서 유발되는 응력집중 문제를 해결해야 하며, 설계변수의 설정을 자동화하는 방안도 개발해야 할 것이다. 또한 3 차원 문제나 열전달 문제 등 다양한 예제에 대한 적용이 필요하다.

후기

본 연구는 한국과학기술재단지정 최적설계신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Haftka R.T., Gurdal Z., 1992, "Elements of Structural Optimization", Kluwer Academic Publishers
- (2) Hsu Y.L., 1994, "A Review of Structural Shape Optimization", Computers in Industry, 26, pp.3-13
- (3) Haftka R.T., Grandhi R.V., 1986, "Structural Shape Optimization-A Survey", Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering, 57, pp.91-106
- (4) GENESIS User's Manual Ver 6.0, 1998, VMA Engineering
- (5) Moore G.J., 1992, "MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization: User's Guide", MSC
- (6) Kohnke P., 1999, "ANSYS Theory Reference Ver 5.6", ANSYS Inc
- (7) 송영준, 민승재, Kikuchi N., 1999, "유한요소법과 최적구조설계 CAE", 성안당
- (8) 박수한, 광병만, 1998, "경계형상표현기법에 따른 구조물의 형상최적설계 비교연구", 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 A, pp.708-712
- (9) Candan S., Garcelon J., Balabanov V., Venter G., 2000, "Shape Optimization using ABAQUS and VisualDOC", AIAA-2000-4769
- (10) Bendsoe M.P., Kikuchi N., 1988, "General optimal topologies in structural design using a homogenization method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 71, pp.197-224
- (11) 신정규, 2000, "최적설계기법을 이용한 ULSAB 개념의 자동차 도어 설계", 한양대학교 석사학위 청구 논문
- (12) 왕세명, 문희곤, 기성현, 1999, "보강재 설계를 위한 최적설계 기법의 응용", 한국자동차공학회 1999년 춘계학술대회 논문집 VOL.2, pp.405-410