

규정된 동적응답을 위한 스프링구동 링크기구의 설계

안길영* · 조상순* · 박우진* · 김수현**

Design of a Spring-Actuated Linkage for Specified Dynamic Responses

K. Y. Ahn*, S. S. Cho*, W. J. Park* and S. H. Kim**

Key Words : Spring-Actuated Linkage(스프링구동 링크기구), Spring Parameter(스프링 설계변수), Energy Method(에너지방법), Precision Point(결정점), Least Square Error(최소자승오차).

Abstract

In a vacuum circuit breaker mechanism, a spring-actuated linkage system is used to satisfy the desired opening and closing characteristics of electric contacts. Because the opening dynamics of electric contacts is determined by such a linkage system, the stiffness, free length and attachment points of a spring become the important design parameters. In this paper, based on the energy conservation that the total system energy is constant throughout the operating range of a mechanism, a systematic design procedure of determining the spring design parameters is presented. The proposed procedure is applied to the design of an opening spring for satisfying the specified opening characteristics.

1. 서론

진공회로차단기(vacuum circuit breaker)는 진공용기 내의 전기 접점을 수십 ms 내에 투입(closing) 또는 차단(opening)시키기 위하여, 스프링에 미리 충전된 탄성에너지를 캠 및 링크들로 이루어진 기구부에서 운동에너지로 변환시켜 접점을 개폐시키는 구동메커니즘을 사용한다. 특히, 접점의 차단 특성은 스프링에 의해 구동되어지는 링크기구(spring-actuated linkage)로 인하여 결정된다. 따라서, 스프링의 강성(stiffness), 자유길이(free length)와 메커니즘에서 스프링의 연결 위치(attachment point)들은 중요한 설계변수가 된다. 본 논문에서는 주어진 차단기 메커니즘에 대하여 규정된 차단특성을 만족시키는 스프링의 설계 변수들을 결정하고자 한다.

스프링구동 링크기구에서 스프링 설계에 관한 연구로서, 먼저 스프링을 제외한 링크기구가 설계된 가정 하에서 규정된 운동과 에너지를 기준으로

스프링의 강성과 연결 위치를 결정하는 해석적인 방법을 제안하였다^(1, 2). 그러나 규정된 에너지 레벨(level)을 근사 시키기 위해 스프링의 자유길이를 영으로 제한하였고, 실제 설계자들이 이용하기에는 복잡하였다. 링크기구의 정적 균형(static balancing)을 위해 에너지방법을 이용하여 스프링의 설계 변수들을 결정하였다⁽³⁻⁵⁾. 이 연구들은 중력과 스프링에 의한 포텐셜 에너지(potential energy)들 사이에서 시스템의 전체 포텐셜 에너지가 일정하게 되도록 하였다. 그러나 스프링의 연결위치와 링크기구의 동특성에 대해서는 관심이 없었다. Huang 는 규정된 힘과 위치를 만족시키기 위해 스프링의 포텐셜 에너지를 이용하여 메커니즘의 스프링을 설계하였다⁽⁶⁾. Jenuwine 는 규정된 위치와 스프링의 포텐셜 에너지를 이용하여 링크의 길이, 스프링의 강성과 자유길이를 결정하였다⁽⁷⁾.

본 논문에서는 기본적으로 에너지방법을 이용하여, 차단기 메커니즘의 규정된 차단특성을 만족시키기 위한 스프링의 모든 설계 변수들을 결정하는 보다 간결한 방법을 제안하고자 한다. 그리고 제안된 설계방법은 실제 차단기 메커니즘의 차단스프링의 설계에 적용되어 진다.

* LG 산전 전력연구소

** 한국과학기술원 기계공학과

2. 설계방법

보편적인 뉴턴(Newton) 방정식을 이용한 접근은 구속력(constrained force), 힘이나 모멘트의 방향 등을 필요로 한다. 그러나 에너지를 이용한 접근은 이들에 대한 정보가 필요하지 않으므로 해석과 설계방법을 아주 간단하게 만든다. 특히 차단기 메커니즘의 경우, 스프링과 링크로 메커니즘이 구성되므로 에너지 접근이 더욱 용이하게 된다. 따라서 차단기 메커니즘의 스프링 설계는 에너지의 접근을 바탕으로 차단기의 규정된 동적 특성을 고려함으로써 이루어진다.

주어진 메커니즘이 임의의 한 위치에서 다른 위치로 움직일 경우에 대한 일과 에너지(work-energy) 방정식은 식(1)과 같다.

$$W_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1 = V_1 - V_2 + W_{1 \rightarrow 2}^{nc} \quad (1)$$

여기에서,

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} \int_1^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) dm$$

$$V_2 - V_1 = \int_1^2 dV_c(\mathbf{r}) + \int_1^2 dV_g(\mathbf{r})$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{nc} = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

T 는 링크들의 운동 에너지(kinetic energy)를, V_g 와 V_c 는 각각 중력(gravitational)과 스프링(elastic)에 의한 포텐셜 에너지를, $W_{1 \rightarrow 2}^{nc}$ 는 비보존력(nonconservative force)에 의한 일을 나타낸다.

위 식(1)은 1 자유도를 가진 메커니즘에 대해서 다음과 같은 스칼라식으로 표현된다.

$$T(q_i) - T(q_0) = V_c(q_0) + V_g(q_0) - V_c(q_i) - V_g(q_i) + W^{nc}(q_i) \quad (2)$$

여기에서 $T(q_0)$, $V_c(q_0)$ 와 $V_g(q_0)$ 는 각각 초기의 운동 에너지, 중력과 스프링에 의한 포텐셜 에너지를 나타내고, $T(q_i)$, $V_c(q_i)$ 와 $V_g(q_i)$ 는 각각 위치 q_i 에 대한 함수로서 표현되는 운동 에너지, 중력과 스프링에 의한 포텐셜 에너지를 나타낸다. 그리고 $W^{nc}(q)$ 는 초기 위치 q_0 부터 q_i 까지에 대해 메커니즘에 작용하는 힘에 의한 일을 나타낸다. 만일 메커니즘이 보존적인 시스템(conservative system)이면, $W^{nc}(q_i)$ 는 영(zero)이 되고 운동과 포텐셜 에너지의 합은 항상 일정하게 된다. 그러나 비보존적인 마찰이나 구동력(actuator force)이 작용한다면 규정된 동특성으로 부터 포텐셜 에너지를 결정하는데 $W^{nc}(q_i)$ 가 고려되어야 한다.

Fig. 1은 간단한 1 자유도 스프링 구동 메커니즘

을 나타낸다. 여기서 스프링의 한 끝은 링크의 한 점에 연결되어져 있고, 다른 한 점은 회전조인트(revolute joint)에 의해 지면(ground)에 연결되어져 있다. 따라서 링크의 회전은 스프링의 길이를 변화시킨다.

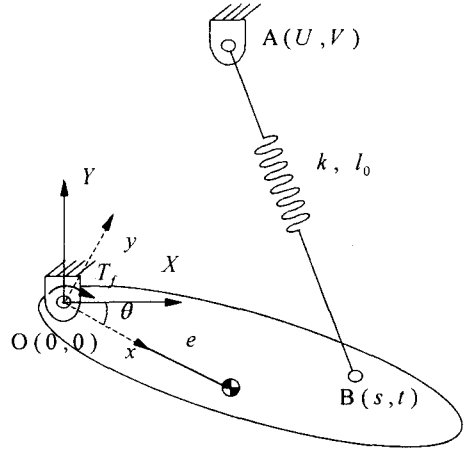


Fig. 1 Simple spring-actuated link mechanism with one degree-of-freedom

Fig. 1에서 초기위치에서 임의의 한 위치까지 링크가 회전할 때의 회전각 θ_i 에 대한 일과 에너지식은 다음과 같다.

$$V_c(\theta_0) + V_g(\theta_0) - V_c(\theta_i) - V_g(\theta_i) + W^{nc}(\theta_i) - (T(\theta_i) - T(\theta_0)) = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

여기에서

$$V_c(\theta_i) = \frac{1}{2} k \left(\sqrt{[U - (s \cos \theta_i - t \sin \theta_i)]^2 + [V - (s \sin \theta_i + t \cos \theta_i)]^2} - l_0 \right)^2$$

$$V_g(\theta_i) = m g e \sin \theta_i, \quad T(\theta_i) = \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}_i^2$$

$$W^{nc}(\theta_i) = T_f (\theta_i - \theta_0), \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots$$

k 와 l_0 는 스프링의 강성(stiffness)과 자유길이(free length)를 나타내고, I_0 는 링크의 회전축에 대한 관성모멘트를, T_f 는 회전축에 작용하는 마찰토크를 나타낸다.

위 식(3)에서 결정되어야 할 설계 변수는 스프링의 강성(k)와 자유길이(l_0), 스프링의 한 끝이 연결될 링크 위의 점 B의 위치(s, t), 스프링의 다른 끝이 연결될 지면 위의 점 A의 위치(U, V)로서 총 6개가 된다. 이러한 6개의 설계변수는 만족되어야 할 링크의 회전각에 대한 회전속도의 정보로부터 결정되어진다. 즉 초기점인 θ_0 과 $\dot{\theta}_0$ 를

포함하여 7 개의 회전각과 속도를 알고 식(3)로부터 얻어지는 6 개의 스칼라 방정식을 풀이함으로써 스프링의 설계 변수들은 구해진다. 다음 절에서 제안된 설계방법으로부터 설계 변수들을 구하는 방법을 설명한다.

3. 해를 구하는 방법

식(3)에서 스프링에 관련된 n 개의 설계 변수들을 구하기 위해서는, 먼저 링크의 요구되는 회전각과 속도에 대한 곡선으로부터 초기점($\theta_0, \dot{\theta}_0$)을 포함한 $n+1$ 개의 회전각과 속도에 대한 결정점(precision point)을 얻는다. 다음 식(3)로부터 $n+1$ 개의 결정점으로 구성된 n 개의 비선형 방정식(nonlinear equation)을 풀면 된다. 즉 스프링에 직접적으로 관련된 변수인 강성과 자유길이를 구하기 위해서는 3 개의 결정점으로 구성된 2 개의 비선형 방정식을 풀면 된다. 그러나 구해야 하는 해의 6 개 중, 강성과 자유길이를 제외한 4 개의 변수들은 자유선택(free choice)변수가 되므로 가능한 해의 수는 ∞^4 만큼 존재하게 된다. 그러나 다행스럽게도 메커니즘의 조립시 제한조건 때문에 한정된 위치에 스프링이 연결된다. 따라서 스프링의 연결위치(s, t 와 U, V)는 둘 다 지정되거나, 혹은 몇 개만이 지정될 수 있다.

해를 구하는 첫번째 방법은 선택된 결정점으로 구성된 비선형방정식을 Newton-Raphson 방법으로 해(설계 변수)를 구하는 것이다. 여기에서 최대 7 개의 설정점과 6 개의 비선형방정식을 이용하여 모든 설계 변수들 결정할 수 있다. 그러나 Newton-Raphson 방법을 이용할 경우, 결정해야 될 변수가 많을 때 수렴을 하기 위한 초기치를 결정하는 것이 매우 어렵다. 그리고 일반적인 사절 링크기구의 합성문제(synthesis problem)에서 최대 결정점의 수는 시간조건이 없는 경로발생기의 경우는 9 개이지만 설계점의 개수가 많아질수록 해가 구하기가 어려워지므로 실제로는 5 개 이하로 제한되어 사용된다⁽⁸⁾. 또한 결정점 사이에서는 오차가 너무 커질 가능성이 있으며 제한조건이 수반되는 경우에는 그 취급이 어렵다⁽⁹⁾.

본 논문에서도 4 개 이상의 결정점과 설계변수들을 구하는데 있어서는 첫번째 방법인 결정점(precision point) 방법보다 두번째 방법으로서 최소자승오차(least square error) 방법을 사용하였다. 최소자승오차 방법은 데이터점의 수에 제한을 받지 않고 제한조건을 다루기가 용이한 반면, 데이터점이 최대 허용 결정점의 수를 넘는 경우에는 그 오

차를 최소화할 수는 있어도 영(zero)으로 만들 수는 없는 면이 있다.

최소자승오차 방법은 j 번째 위치에서 원하는 속도를 $\dot{\theta}_{dj}$ 라 하고, 어떤 설계값들에 대한 식(3)을 이용하여 계산된 j 번째 위치에서 속도를 $\dot{\theta}_j$ 라 하면, 두 속도간의 자승오차(square error)는 $(\dot{\theta}_{dj} - \dot{\theta}_j)^2$ 이 되며, 결정점을 N 개 선택하였다고 하면 그 전체적인 오차는 다음 식과 같다.

$$\Psi_0 = \sum_{j=1}^N (\dot{\theta}_{dj} - \dot{\theta}_j)^2 \quad (4)$$

위의 식(4)를 최소화 하도록 스프링의 강성이나 자유길이, 스프링이 연결되는 위치들을 정한다면 규정된 회전각과 속도 특성에 가장 근사하게 운동하는 스프링구동 메커니즘을 얻게 된다. 본 논문에서 식(4)를 이용하여 스프링의 모든 설계 변수들을 최적화하기 위해 개량된 Simplex 방법을 사용하였다⁽¹⁰⁾.

4. 적용 및 해석결과

Fig. 2 는 차단전류가 40kA 인 진공회로차단기의 차단동작을 위한 스프링구동 링크기구를 나타낸다. 가동접점(moving contact)이 고정접점(fixed contact)과 붙어있는 초기위치에서 임의의 한 위치까지 운동할 때, 종동절(follower)의 회전각 θ_i 에 대한 일과 에너지식은 식(5)와 같다. 여기에서 3 상의 가동접점과 종동절에 대해 대칭으로 연결된 2 개의 차단스프링, 그리고 진공용기와 대기사이에 작용하는 자폐력도 고려되어 진다.

$$V_c(\theta_0) + V_g(\theta_0) - V_c(\theta_i) - V_g(\theta_i) + W^{mc}(\theta_i) - (T(\theta_i) - T(\theta_0)) = 0, i = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

여기에서

$$V_c(\theta_i) = k \left(\sqrt{[U - (s \cos \theta_i - t \sin \theta_i)]^2 + [V - (s \sin \theta_i + t \cos \theta_i)]^2} - t_0 \right)^2$$

$$V_g(\theta_i) = m_f g C_f \sin(\psi + \theta_i) + m_c g C_c \sin(\phi + \theta_i)$$

$$T(\theta_i) = \frac{1}{2} I_o \dot{\theta}_i^2 + \frac{3}{2} m_c (d \cos \theta_i \dot{\theta}_i)^2$$

$$W^{mc}(\theta_i) = 3 F_f d (\sin \theta_i - \sin \theta_0) \quad \psi = \angle C_f O B, \quad \phi = \angle C_c O B, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots$$

C_f 와 C_c 는 종동절과 가동접점의 질량 중심의 위치를, F_f 는 가동접점에 작용하는 자폐력을 나타낸다. 여기에서 자폐력은 힘이 한 일로서 고려되어 진다.

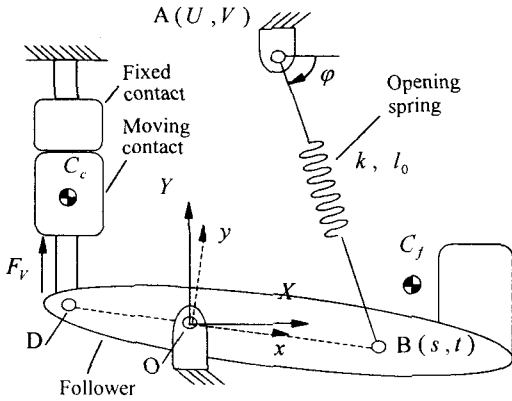


Fig. 2 Spring-actuated linkage of vacuum circuit breaker for opening operation

4.1 규정된 종동절 운동

차단전류가 40kA 인 진공회로차단기에서 가동접점이 고정접점과 분리되어 차단될 때 종동절이 만족해야 할 동특성은 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \theta(t_0) &= -2.0783 \times 10^{-3} \text{ rad}, \\ \dot{\theta}(t_0) &= 8.9226 \text{ rad/s at } t_0 = 15.85 \text{ msec} \\ \theta(t_k) &= 8.5575 \times 10^{-2} \text{ rad } (\because t_k = t_0 + \frac{0.9D}{V}) \quad (6) \\ \text{at } t_0 &= 24.85 \text{ msec} \end{aligned}$$

$$\theta(t_s) = 9.5343 \times 10^{-2} \text{ rad at } t_0 = 25.80 \text{ msec}$$

여기에서 t_0 가동접점이 차단되기 시작하는 시간을, t_k 는 가동접점의 규정된 차단속도(average opening velocity)를 지키기 위한 시간을, t_s 가동접점이 10mm 의 접점간격을 움직였을 때의 시간을 나타낸다. 그리고 V 는 1 m/s 의 차단속도를, D 는 접점간격 10mm 를 나타낸다.

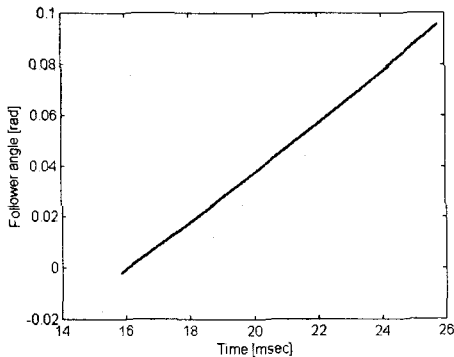


Fig. 3 Desired follower angle

위의 조건을 만족하는 종동절의 회전변위를 다항식 함수(polynomial function)를 이용하여 구하면 식(7)과 같다⁽¹¹⁾. 이러한 다항식 함수에 의해 얻어진 종동절의 회전변위는 Fig. 3 과 같고, 회전속도는 Fig. 4 와 같게 된다. Fig. 3 과 4 로부터 최종적으로 스프링의 설계에 사용되어질 종동절의 회전각과 속도에 대한 곡선인 Fig. 5 가 얻어지게 된다.

$$\theta(t) = -0.105 + 3.42t + 2.34 \times 10^2 t^2 - 2.53 \times 10^3 t^3 \quad (7)$$

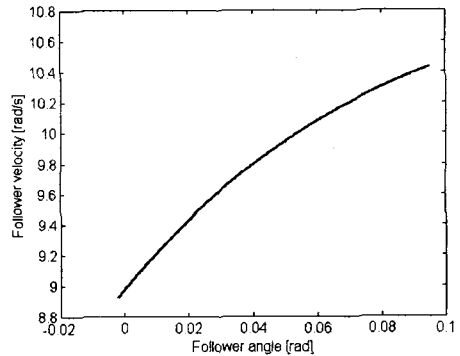


Fig. 4 Desired follower velocity

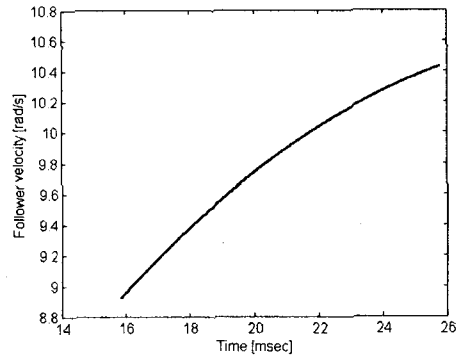


Fig. 5 Relation between desired angle and velocity

4.2 k 와 l0 결정

먼저 초기점을 포함한 3 개의 결정점을 Fig. 5 로부터 선택한다. 3 개의 결정점을 식(5)에 대입하여 2 개의 비선형방정식을 얻어서 Newton-Raphson 방법으로 풀이 하면 Table. 1 과 같은 값이 얻어진다. 이러한 얻어진 값을 이용하여 Fig. 2 의 운동방정식인 식(8)를 풀면 Fig. 6 과 같은 결과가 얻어진다. 이 결과로부터 설계된 차단스프링의 강성과 자유길이는 요구되는 종동절의 동특성을 만족함을 알 수 있다.

$$(I_0 + 3m_c(d \cos \theta)^2) \ddot{\theta} = -2k(l' - l_0) \cos(\pi - \varphi) \times (s \sin \theta + t \cos \theta) + 2k(l' - l_0) \sin(\pi - \varphi)(s \cos \theta - t \sin \theta) - F_r d \cos \theta + m_c g d \cos \theta - m_f g c_f \cos(\psi + \theta) \quad (8)$$

여기에서 l' 는 스프링의 늘어난 길이를 나타내고 다음과 같다.

$$l' = \sqrt{[U - (s \cos \theta - t \sin \theta)]^2 + [V - (s \sin \theta + t \cos \theta)]^2}$$

Table. 1 Design results of opening spring

	Original value	3 Precision points	Least square error (6 points)
k [N/mm]	14.59	26.44	25.82
l_0 [mm]	128	186	147
U [mm]	83		71.3
V [mm]	207		147
s [mm]	135		146

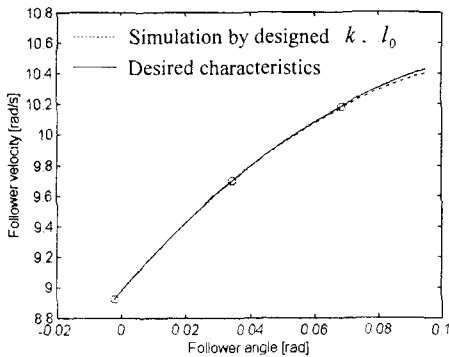


Fig. 6 Design results using 3 precision points

4.3 k, l_0, U, V, s 의 결정

차단스프링의 한 연결점 B 는 Fig. 2 의 점 O 와 D 의 직선상에 위치하므로 일반적으로 t 는 xy -좌표계상에서 영(zero)이 된다. 따라서 결정될 스프링의 설계변수로는 k, l_0, U, V, s 로 정하였다. 최소자승방법을 이용한 해의 결정방법은 결정점의 수에 제한을 받지 않지만, 여기에서는 초기점을 포함하여 6 개로 선택하였다. 6 개의 선택된 점으로부터 식(5)을 이용하여 계산된 속도를 구한다. 그리고 선택된 점의 속도와의 차이에 대한 최소자승을 개량된 Simplex 방법을 이용하여 최적화하면 Table. 1 과 같은 값이 얻어진다. 이러한 얻어진 값을 이용하여 식(8)의 운동방정식을 풀면 Fig. 7 과 같은 결과가 얻어진다. 이 결과로부터 설계된 차단스프링의 설계 변수들은 요구되는 동특성의

동특성을 만족함을 알 수 있으며, 3 개의 결정점으로 결정된 결과인 Fig. 6 보다 요구되는 동특성에 더욱 근접함을 알 수 있다.

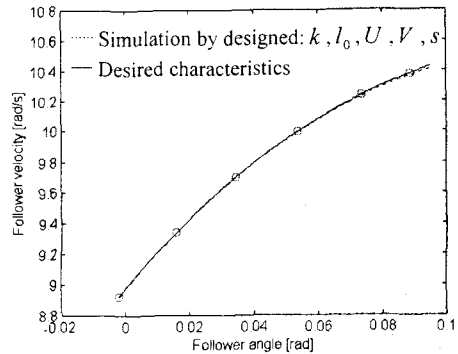


Fig. 7 Design results using least square error (6 points)

5. 결론

주어진 차단기 메커니즘에 대하여 규정된 동특성을 만족시키도록 스프링의 설계 변수들인 강성, 자유길이와 스프링의 두 연결 위치들을 결정하는 보다 체계적인 방법을 제안하였다. 이 방법은 주어진 링크기구가 임의의 한 위치에서 다른 위치로 움직이는 경우에 대한 일과 에너지 방정식을 이용한다. n 개의 설계 변수들은 먼저 요구되는 위치와 속도곡선으로부터 초기점을 포함한 $n+1$ 개의 점을 선택하여 구성된 n 개의 일과 에너지방정식으로부터 구해진다. 제안된 설계방법은 실제 차단기의 차단특성을 만족시키기 위한 차단스프링의 설계에 적용되었고, 설계된 차단스프링에 의한 동특성은 요구되는 위치와 속도곡선과 거의 일치하여 설계방법의 타당성을 보였다.

참고문헌

- (1) Matthew, G. K. and Tesar, D., 1977, "Synthesis of Spring Parameters to Satisfy Specified Energy Levels in Planar Mechanisms," Transaction ASME-Journal of Engineering for Industry, May, pp. 341-346.
- (2) Matthew, G. K. and Tesar, D., 1979, "Synthesis of Spring Parameters to Balance General Forcing Functions in Planar Mechanisms," Transaction ASME-Journal of Engineering for Industry, May, pp. 347-352.
- (3) Pracht, P., Minotti, P. and Dahan, M., 1987, "Synthesis and Balancing of Cam-Modulated Linkages," Proceedings, 1987 ASME Design Automation Conference, Boston, pp.221-226.
- (4) Streit, D. A. and Gilmore, B. J., 1989, "Perfect Spring Equilibrators for Rotatable Bodies," Transaction ASME-Journal of Mechanisms,

- Transmission, and Automation in Design, Vol. 111, pp. 451-458.
- (5) Walsh, G., Streit, D. A. and Gilmore, B. J., 1991, "Spatial Spring Equilibrator Theory," Mechanism and Machine Theory, Vol. 26, No. 2, pp. 155-170.
 - (6) Huang, C. and Roth, B., 1993, "Dimensional Synthesis of Closed-Loop Linkages to Match Force and Position Specifications," Transaction ASME-Journal of Mechanical Design, Vol. 115, pp. 194-198.
 - (7) Jenuwine, J. G. and Midha, A., 1994, "Synthesis of Single-Input and Multiple-Output Port Mechanisms with Springs for Specified Energy Absorption," Transaction ASME-Journal of Mechanical Design, Vol. 116, pp. 937-943.
 - (8) Erdman, A. G. and Sandor, G. N., 1984, Mechanism Design , Analysis and Synthesis Vol. 2, Prentice-Hall.
 - (9) Fox, R. L. and Gupta, K. C., 1973, "Optimization Technology as Applied to Mechanism Design," Transaction ASME-Journal of Engineering for Industry, May, pp. 657-663.
 - (10) Rao, S. S., 1978, Optimization Theory and Application, Wiley Eastern Limited, New York.
 - (11) Erdman, A. G. and Sandor, G. N., 1984, Mechanism Design , Analysis and Synthesis Vol. 1, Prentice-Hall.