

# 실험계획법을 이용한 비정규 분포에 대한 신뢰도 계산 방법과 최적 설계에의 적용

서현석\* · 장진호\* · 곽병만\*\*

## System Reliability Analysis for Nonnormal Distributions and Optimization Using Experimental Design Technique

Hyun Seok Seo, Jin Ho Chang and Byung Man Kwak

**Key Words :** Nonnormal Distribution(비정규 분포), Experimental Design Technique(실험계획법), Pearson System(피어슨 시스템), Tolerance Design(공차 설계), System Reliability(시스템 신뢰도)

### Abstract

An experimental design technique is developed for estimating the moments of system response functions. It is easy to implement and provides accurate results compared with other traditional methods. It is based on the work of Taguchi, later improved by D'Errico and Zaino. The existing experimental techniques, however, is applicable only for normally distributed cases. In this article the three-level Taguchi method is extended to obtain optimum choice for levels and weights to handle nonnormal distributions. A systematic procedure for reliability analysis is then proposed by using the Pearson system and the narrow system reliability bounds. Illustrative examples including a tolerance optimization problem are shown very accurate comparing with those by Monte-Carlo simulations and the first-order reliability method.

### 기호설명

$x_1, x_2, \dots, x_n$  : 부품의 치수, 물성치 등의 확률 변수  
 $g(\cdot), y$  : 시스템의 품질 특성  
 $\mu$  : 평균값  
 $\sigma$  : 표준편차  
 $\sqrt{\beta_1}$  : 왜도(skewness)  
 $\beta_2$  : 첨도(kurtosis)  
 $E\{g^k\}$  :  $g$ 의 원점에 대한  $k$ 차 모멘트  
 $M_k$  : 평균에 대한  $k$ 차 모멘트  
 $\phi(\cdot)$  : 표준 정규 분포 확률밀도 함수  
 $f(\cdot)$  : 일반 분포의 확률밀도 함수  
 $w, l$  : 3<sup>형</sup> 요인배치법의 가중치 및 수준

### 1. 서론

공학 시스템에서 필연적으로 존재하는 불확실성에 대처하기 위하여 강건설계, 공차설계, 신뢰도를 고려한 구조설계 등의 분야에서 많은 연구가 진행되고 있다. 부품의 확률 변수들과 조립체의 품질 특성간의 관계는  $y = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 와 같이 표현되는데, 이와 같은 통계적 시스템을 해석하기 위하여 RSS(root sum square), WC(worst case) 해석 등의 간단한 방법에서부터 몬테카를로(Monte-Carlo) 시뮬레이션, 신뢰도 지수, 실험계획법 등을 이용한 해석 등이 제안되었다.

몬테카를로 시뮬레이션은 구현하기가 쉽고 분포의 종류에 대한 제약이 없으며 시스템 신뢰도를 구하기가 용이하지만 만족할만한 정확도를 얻기 위해서는 시행횟수를 크게 잡아야 하므로 계산비용과 시간적 측면에서 경제성이 떨어진다는 단점

\* 한국과학기술원 기계공학과 박사과정

\*\* 한국과학기술원 기계공학과 석좌교수

이 있다. 신뢰도 지수  $\beta$  를 이용하는 방법에는 선형 근사식을 이용하는 FORM(first-order reliability method)과 이차 함수로 근사하는 SORM(second-order reliability method)이 있는데 신뢰도를 구하기 위한 반복과정에서 시스템의 1 차 또는 2 차 미분값을 계산하여야 하며 비정규 분포가 고려되어야 하는 경우에는 상당 정규 분포로 근사하는 과정에서 많은 오차가 발생하게 된다.

Taguchi<sup>(1)</sup>는 실험계획법을 이용하여 품질 특성의 통계적 모멘트를 구하는 방법을 제안하였고, D'Errico 와 Zaino<sup>(2)</sup>는 가중치와 수준을 개선하여 3 차 및 4 차 모멘트 계산의 정확도를 향상시켰다. 이 방법은 시스템의 미분값을 계산할 필요가 없고 계산과정이 비교적 간단하며 1 차에서 4 차까지의 통계적 모멘트를 매우 정확하게 구할 수 있다는 장점이 있는 반면에 부품의 확률 변수가 정규 분포를 따르는 경우에만 이용될 수 있다. 그러나, 실제로 구조물에 적용되는 하중이나 허용 응력, 가공된 부품의 치수들이 정규성에 벗어나는 경우가 많으므로<sup>(3-5)</sup>, 비정규 분포인 경우에 적용 가능한 가중치와 수준값이 요구된다.

본 연구에서는 일반적인 확률 분포에 대해서 실험계획법에 적용하기 위한 방법을 제안하고 몇 가지 예제를 통하여 손상확률 계산 및 시스템의 신뢰도 해석과 최적설계를 수행한다.

## 2. 실험계획법을 이용한 확률 분포 계산

실험 데이터의 확률 분포를 구하는데 있어서 피어슨 시스템(Pearson system)은 평균, 분산, 왜도(skewness), 첨도(kurtosis) 등 4 차까지의 모멘트만을 필요로 하며 공학 시스템에서 적용되는 다양한 분포들을 효과적으로 표현할 수 있다는 장점이 있다.<sup>(6)</sup> 이러한 이유로 시스템 특성의 통계적 모멘트를 정확하게 구하는 데에 많은 관심이 기울여져 왔다.

### 2.1 선행 연구 및 이론적 배경

정규 분포를 따르는 확률 변수  $x$  를 고려할 때,  $g(x)$  의 원점에 대한  $k$  차 모멘트는

$$E\{g^k\} = \int_{-\infty}^{\infty} [g(x)]^k \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) dx \quad (1)$$

이며,  $m$  개의 절점(nodes)으로 구성된 수치 구적법(numerical quadrature)으로 표현하면 다음과 같다.

$$E\{g^k\} \cong \sum_{i=1}^m w_i [g(\mu + \alpha_i \sigma)]^k \quad (2)$$

Taguchi 에 의한 방법과 D'Errico 와 Zaino 에 의하여 수정된 방법은  $\{w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  의 값으로 각각  $\{1/3, 1/3, 1/3, -(3/2)^{1/2}, 0, (3/2)^{1/2}\}$  과  $\{1/6, 4/6, 1/6, -\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}\}$  을 취한다. Taguchi 에 의한 방법은 시스템이 선형인 경우 3 차 모멘트까지 정확하게 구할 수 있으며, D'Errico 와 Zaino 에 의한 방법으로는 5 차 모멘트까지 정확하게 구할 수 있다.

시스템의 품질 특성  $g(\mathbf{x})$  가  $n$  개의 확률 변수로 구성되는 경우에  $k$  차 모멘트는

$$\begin{aligned} E\{g^k\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [g(x_1, \dots, x_n)]^k \prod_{i=1}^n \phi\left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}\right) dx_1 \dots dx_n \\ &\cong \sum_{j_1=1}^m w_{j_1} \dots \sum_{j_n=1}^m w_{j_n} [g(\mu_{j_1} + \alpha_{j_1} \sigma_{j_1}, \dots, \mu_{j_n} + \alpha_{j_n} \sigma_{j_n})]^k \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 다중 적분 및 구적법으로 구할 수 있으며, 실험계획법의 관점에서 이는  $3^n$  형 요인배치법(factorial design)이 된다.

Taguchi 및 D'Errico 와 Zaino 에 의한 방법은 확률 변수가 정규 분포를 따라야 한다는 제약이 있는데 다음 절에서 일반적인 분포에 대하여 적용이 가능하도록 가중치와 수준을 설정하는 방법을 제안한다.

### 2.2 비정규 분포를 고려한 수준 및 가중치 제안

4 차까지의 통계적 모멘트를 정확하게 구하기 위해서는 최소한 3 절점 구적법이 필요하며 임의의 확률 분포에 대하여  $\{w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  는 아래의 연립방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} M_k &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k f(x) dx \\ &= w_1 (\alpha_1 \sigma)^k + w_2 (\alpha_2 \sigma)^k + w_3 (\alpha_3 \sigma)^k, \end{aligned} \quad (4)$$

for  $k = 0, 1, 2, 3, 4,$  and 5

실험계획법의 관점에서  $\mu + \alpha_i \sigma$  를 수준  $l_i$  로 치환하면

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \quad (5a)$$

$$w_1 l_1 + w_2 l_2 + w_3 l_3 = \mu \quad (5b)$$

$$(l_1 - \mu)^2 w_1 + (l_2 - \mu)^2 w_2 + (l_3 - \mu)^2 w_3 = \sigma^2 \quad (5c)$$

$$\frac{(l_1 - \mu)^3 w_1 + (l_2 - \mu)^3 w_2 + (l_3 - \mu)^3 w_3}{\sigma^3} = \sqrt{\beta_1} \quad (5d)$$

$$\frac{(l_1 - \mu)^4 w_1 + (l_2 - \mu)^4 w_2 + (l_3 - \mu)^4 w_3}{\sigma^4} = \beta_2 \quad (5e)$$

$$(l_1 - \mu)^5 w_1 + (l_2 - \mu)^5 w_2 + (l_3 - \mu)^5 w_3 = M_5 \quad (5f)$$

와 같이 정리할 수 있다.

그러나, 위의 식을 푸는 것은 상당히 복잡할 뿐만 아니라 5 차 모멘트 조건을 만족할 필요가 없으므로 식 (5f)를 제외하고

$$l_2 = \mu + \Delta \quad (5e)$$

와 같이 놓고 풀면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\{l_1, l_2, l_3\} = \left\{ \frac{B - \sqrt{C}\sigma}{A}, \mu + \Delta, \frac{B + \sqrt{C}\sigma}{A} \right\} \quad (6a)$$

$$\{w_1, w_2, w_3\} =$$

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{F - E\sqrt{C}}{C\sigma - D\sqrt{C}} \\ \frac{F + E\sqrt{C}}{C\sigma + D\sqrt{C}} \\ \frac{(\beta_2 - \beta_1 - 1)\sigma^4}{\Delta^4 - 2\sqrt{\beta_1}\sigma\Delta^3 + (\beta_2 - 3)\sigma^2\Delta^2 + 2\sqrt{\beta_1}\sigma^3\Delta + (\beta_2 - \beta_1)\sigma^4} \end{array} \right]^T \quad (6b)$$

$$\text{여기서 } A = 2(-\Delta^2 + \sqrt{\beta_1}\sigma\Delta + \sigma^2),$$

$$B = (-\sqrt{\beta_1}\sigma - 2\mu)\Delta^2 + ((\beta_2 - 1)\sigma^2 + 2\mu\sqrt{\beta_1}\sigma)\Delta + \sqrt{\beta_1}\sigma^3 + 2\mu\sigma^2,$$

$$C = (\beta_1 + 4)\Delta^4 - 2\sqrt{\beta_1}(\beta_2 + 3)\sigma\Delta^3 + (\beta_2^2 - 6\beta_2 + 6\beta_1 - 3)\sigma^2\Delta^2 + 2\sqrt{\beta_1}(3\beta_2 - 2\beta_1 + 1)\sigma^3\Delta + (4\beta_2 - 3\beta_1)\sigma^4,$$

$$D = 2\Delta^3 - 3\sqrt{\beta_1}\sigma\Delta^2 + (\beta_2 - 3)\sigma^2\Delta + \sqrt{\beta_1}\sigma^3$$

$$E = \Delta^3 - \sqrt{\beta_1}\sigma\Delta^2 - \sigma^2\Delta$$

$$F = \sqrt{\beta_1}\Delta^5 - (\beta_2 + \beta_1 - 3)\sigma\Delta^4 + (\beta_2 - 7)\sqrt{\beta_1}\sigma^2\Delta^3 + (\beta_2 + 3\beta_1 - 5)\sigma^3\Delta^2 + 5\sqrt{\beta_1}\sigma^4\Delta + 2\sigma^5.$$

이제 Fig. 1 에서 도시된  $(\beta_1, \beta_2)$  의 영역에서 가중치와 수준이 실수값을 갖도록 파라미터  $\Delta$ 를 적절히 선택하여야 하는데,  $\Delta = 0$ 로 놓으면 조건을 만족할 뿐만 아니라 수준과 가중치가 식 (7)과 같

이 매우 간단하게 결정되는 장점이 있다. 이상과 같이 실험계획법을 이용하여 비정규 분포를 포함한 일반적인 확률 분포를 가진 시스템 특성의 통계적 모멘트를 정확하게 구하기 위한 수준과 가중치를 구하였다.

$$\{l_1, l_2, l_3\} = \left[ \begin{array}{c} \mu + \frac{\sqrt{\beta_1}\sigma}{2} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1} \\ \mu \\ \mu + \frac{\sqrt{\beta_1}\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1} \end{array} \right]^T \quad (7a)$$

$$\{w_1, w_2, w_3\} = \left[ \begin{array}{c} \frac{(4\beta_2 - 3\beta_1) + \sqrt{\beta_1}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1}}{2(4\beta_2 - 3\beta_1)(\beta_2 - \beta_1)} \\ \frac{\beta_2 - \beta_1 - 1}{\beta_2 - \beta_1} \\ \frac{(4\beta_2 - 3\beta_1) - \sqrt{\beta_1}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1}}{2(4\beta_2 - 3\beta_1)(\beta_2 - \beta_1)} \end{array} \right]^T \quad (7b)$$

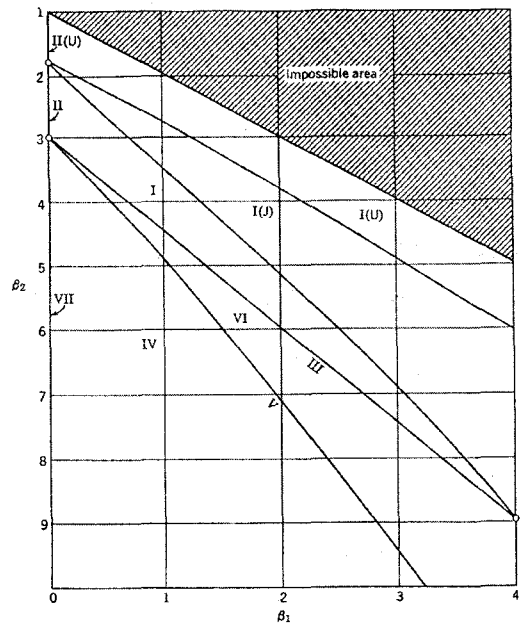


Fig. 1 Feasible region in  $(\beta_1, \beta_2)$  plane for various types of Pearson distributions<sup>(6)</sup>

### 3. 시스템 신뢰도

시스템의 요구되는 기능이 단일 품질 특성으로 표현될 수도 있으나 대부분의 공학 시스템의 경우 가능한 손상이 일어날 사건들의 조합으로 구성된다.

시스템 손상확률에 의하여 결정되는 시스템 신뢰도에 대한 처리가 필요하다. 이를 해석적으로 구하는 것은 불가능하므로 손상확률의 상한과 하한을 구하여 근사하는 방법이 많이 이용된다. 시스템 손상확률이  $\Pr[\min\{g_i\} < 0]$ 로 표현되는 직렬 시스템(series system)의 경우에는 Ditlevsen<sup>(7)</sup>의 2차 상하한 값을 사용할 수 있으며, 병렬 시스템(parallel system)의 경우에는 보통 다변량 정규 분포함수를 수치 적분하거나 2차 상하한 값을

$$\Pr[\max\{g_i\} < 0] = 1 - \Pr[\min\{-g_i\} < 0] \quad (8)$$

에 적용하여 계산한다.

일반적으로 품질 특성이 정규 분포에서 벗어나는 경우가 많지만, 임의의 분포에 대하여 시스템 신뢰도를 구하는 것이 어려우므로 중심극한정리(central limit theorem)로부터 이러한 품질 특성들이 정규 분포를 따르는 것으로 가정한다. Ditlevsen의 시스템 손상확률의 상하한은 다음 식과 같으며, 결합확률(joint probability)을 계산하기 위하여 Drezner<sup>(8)</sup>의 결과로부터 가우스 구적법을 사용하였다.

$$P_{t\_lower} \leq \Pr[\min\{g_i\} < 0] \leq P_{t\_upper} \quad (9)$$

여기서

$$P_{t\_lower} = \Pr\{g_1 < 0\} + \sum_{i=2}^n \max\left\{\Pr\{g_i < 0\} - \sum_{j=1}^{i-1} \Pr\{g_j < 0\} \cap \Pr\{g_i < 0\}, 0\right\},$$

$$P_{t\_upper} = \sum_{i=1}^n \Pr\{g_i < 0\} - \sum_{i=2}^n \max_{j < i} \left\{\Pr\{g_i < 0\} \cap \Pr\{g_j < 0\}\right\}.$$

또한, 품질 특성 사이의 상관계수는 앞 장에 기술한 실험계획법을 이용하여

$$\rho_{ab} = \frac{\sum_{i=1}^3 w_i \cdots \sum_{i_n=1}^3 w_{i_n} [(g_a(l_i, \dots, l_{i_n}) - \mu_{g_a})(g_b(l_i, \dots, l_{i_n}) - \mu_{g_b})]}{\sigma_{g_a} \sigma_{g_b}} \quad (10)$$

와 같이 구할 수 있다.

본 연구에서 제안하는 방법은 부품의 확률 변수가 비정규 분포를 가질 때 단일 품질 특성의 신뢰도와 시스템 상관계수행렬을 보다 정확히 구함으로써 전체적인 시스템 신뢰도의 정확도를 높일 수 있다.

## 4. 적용 예제

본 논문에서 제안한 방법의 유용성을 살펴보기 위하여 몇 가지 예제에 대하여 검토한다. 간단한 선형 및 비선형 함수에 대하여 비정규 분포를 고려하였을 때 기존의 해석 방법에 의한 결과와 비교하였고, 공차 설계 문제에 대하여 몬테카를로 시뮬레이션, FORM, 실험계획법을 이용하여 시스템 신뢰도를 구하고 최적 설계에 적용하였다. 구조물의 신뢰도 해석에서 많이 이용되는 FORM에서는 예제의 결과와 같이 상당 정규 분포화하는 과정에서 많은 오차가 발생하고 또한 시스템 특성에 비선형성이 강할 때 계산된 신뢰도가 매우 부정확할 수 있음을 알 수 있다.

### 4.1 적용 예제 1: 선형 시스템

$x_i$ 가 모두 독립이고 로그노말(log-normal) 분포를 따를 때, 다음과 같은 선형 함수  $g(\mathbf{x})$ 를 고려한다.<sup>(9)</sup>

$$g(\mathbf{x}) = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 5x_6 \quad (11)$$

여기에서  $x_i$ 의 평균과 표준편차는 각각  $\mu_1 = \dots = \mu_4 = 120$ ,  $\sigma_1 = \dots = \sigma_4 = 12$ ,  $\sigma_5 = 15$ ,  $\sigma_6 = 12$ 이다.  $\Pr[g(\mathbf{x}) < 0]$ 인 손상확률을 FORM, SORM, 실험계획법, 그리고 몬테카를로 시뮬레이션 등으로 구한 결과는 Table 1과 같다.

이 예제의 경우  $x_i$ 의 비정규 분포로 인하여 1차 근사방법인 FORM에서는 부정확한 확률값이 계산되었으나 2차 근사방법인 SORM를 사용함으로써 정확도가 향상되었음을 알 수 있고, 본 연구에서 제안한 실험계획법은 매우 정확한 결과를 산출한다.

### 4.2 적용 예제 2: 비선형 시스템

Karamchandani와 Cornell<sup>(10)</sup>이 다룬 예제와 같이 제한조건식은

$$g(\mathbf{x}) = 2 - x_1 \cos x_2 < 0 \quad (12)$$

이고  $x_1$ 은 표준 정규 분포,  $x_2$ 는  $-75^\circ \sim 75^\circ$ 의 범위를 갖는 균일 분포(uniform distribution)를 따르는 비선형 시스템에 대하여 Table 1에서 결과를 비교하였으며 Fig. 2는 몬테카를로 시뮬레이션에 의한  $g(\mathbf{x})$ 의 확률밀도(히스토그램)와 실험계획법과 피어슨 시스템을 이용하여 구한 확률밀도함수를 보여주고 있다.

이 예제의 경우에 함수의 비선형성으로 인하여 신뢰도 혹은 손상확률을 정확하게 구하기 어려운 데 FORM 과 SORM 보다 실험계획법에 의한 해석 결과가 더 정확함을 보여주고 있다.

Table 1 Probabilities of failure

Method	Pr[ $g(\mathbf{x}) < 0$ ]	
	Ex. 4.1	Ex. 4.2
FORM	0.00943	0.02275
SORM	0.01151 <sup>(9)</sup>	0.00982 <sup>(10)</sup>
DOE	0.01220	0.00820
M/C simulation*	0.01216	0.00858

\* sample size = 1,000,000

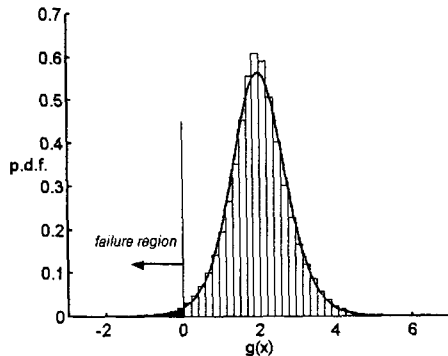


Fig. 2 Probability density function of the system response (Pearson curve from the proposed method and histogram from a Monte-Carlo simulation)

### 4.3 적용 예제 3 : 시스템 신뢰도를 고려한 공차 설계

제품 및 공정 설계에서 공차는 제조 과정에서 필연적으로 발생하는 변동의 제한값을 정의한다. 일반적으로 공차의 크기를 줄이면 기능과 품질이 향상되지만 가격이 상승하고, 반대로 공차가 커지면 가격은 절감되지만 성능이 떨어지게 된다. 따라서, 주어진 사양 하에 가격과 성능을 동시에 만족시킬 수 있는 최적의 해를 찾아내는 것이 공차 설계의 문제이다.

Fig. 3 의 조립체에 대하여 각각의 제한조건에 대한 손상확률을 계산하고 이로부터 시스템 신뢰도를 구하여 신뢰도 제한조건을 갖는 최적 공차할당 문제에 적용하였다. 최적 설계 문제로 정식화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } C(t_1, t_2, \dots, t_{12}) \\ & \text{such that } 1 - \text{Pr}[\min\{g_j\} < 0] \geq 0.95 \quad (j=1, \dots, 6) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 제한조건은

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{x}) &= (x_6 - x_5) - (x_8 - x_7), \\ g_2(\mathbf{x}) &= (x_3 - x_4) - (x_{11} - x_{10}), \\ g_3(\mathbf{x}) &= (x_8 - x_7)(x_2 - x_3) - (x_6 - x_5)(x_{10} - x_9) \\ & \quad + \tan(\pi/180)\{(x_{10} - x_9)(x_2 - x_3) + (x_8 - x_7)(x_6 - x_5)\}, \\ g_4(\mathbf{x}) &= (x_6 - x_5)(x_{10} - x_9) - (x_8 - x_7)(x_2 - x_3) \\ & \quad + \tan(\pi/180)\{(x_{10} - x_9)(x_2 - x_3) + (x_8 - x_7)(x_6 - x_5)\}, \\ g_5(\mathbf{x}) &= -x_1 + x_{12} + 0.01, \\ g_6(\mathbf{x}) &= x_1 - x_{12} + 0.01 \end{aligned}$$

이고, 부품의 치수는  $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{t}$  와 같이 명목 치수 (nominal value)와 변동량의 합으로 정의된다.

부품의 명목 치수  $\bar{x}_i$ 와 초기 설정 공차  $t_i$ , 그리고 식 (14)에서 목적함수로 사용되는 가격함수

$$C(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^{12} \frac{a_i \times 10^{-3}}{t_i^b} \quad (14)$$

에 대한 계수들을 Table 2 에 정리하였다.

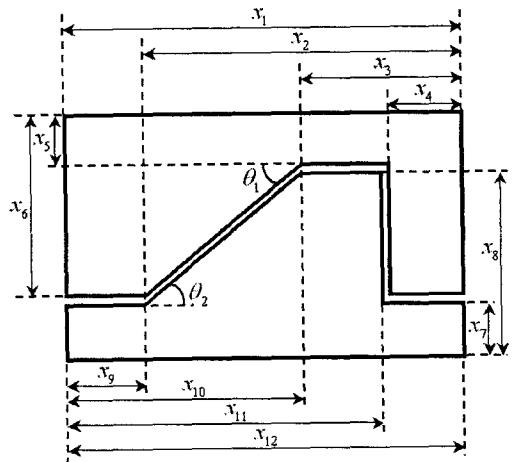


Fig. 3 Nonlinear-constraint problem<sup>(11)</sup>

최적화 알고리즘으로는 SQP(sequential quadratic programming)를 사용하였고, 몬테카를로 시뮬레이션의 시행횟수는 100,000 으로 하였다. 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 최적설계를 수행하는 경우에 각 반복과정에서 시스템의 민감도가 다소

불규칙하게 계산되기 때문에 수렴성에 다소 어려움이 있고 계산 시간도 세가지 방법 중에서 가장 많이 든다. 이 예제의 경우에 모든 확률 변수를 정규 분포로 가정하였으므로 FORM 에 의한 결과도 상당히 정확하였으며, Table 3 과 Table 4 에 정리한 바와 같이 실험계획법에 의한 최적설계 결과와 매우 유사하다.

Table 2 Parameters for dimensions and cost function of example 3

$i$	$\bar{x}_i$	$t_i$	$a_i$	$b_i$
1	50.0	0.005	0.2	2.0
2	40.00125	0.5	1.0	2.0
3	20.05	0.01	0.015	2.0
4	9.9985	0.01	0.015	2.0
5	9.9985	0.0005	0.008	2.0
6	30.0	0.0005	0.009	2.0
7	10.0	0.0005	0.008	2.0
8	30.0	0.0005	0.006	2.0
9	10.05	0.5	1.0	2.0
10	30.0	0.01	0.01	2.0
11	40.0	0.01	0.015	2.0
12	50.0	0.005	0.2	2.0

Table 3 Comparison of optimization results

$i$	Optimal Tolerance $t_i$		
	MCS	DOE	FORM
1	0.0147	0.0157	0.0167
2	0.6988	0.5166	0.5090
3	0.0212	0.0385	0.0362
4	0.0217	0.0390	0.0362
5	0.0027	0.0026	0.0026
6	0.0029	0.0027	0.0027
7	0.0029	0.0026	0.0026
8	0.0022	0.0025	0.0024
9	0.2235	0.5142	0.5090
10	0.0131	0.0343	0.0324
11	0.0187	0.0390	0.0362
12	0.0144	0.0158	0.0167

Table 4 Comparison of resultant cost

Cost $C(t)$			
Initial	MCS	DOE	FORM
140.558	6.447	6.138	6.197

## 5. 결론

일반적인 분포를 고려하여 시스템의 신뢰도 해석을 수행할 때 몬테카를로 시뮬레이션은 계산량

이 너무 많고, 신뢰도 지수를 이용하는 근사 방법은 상당 정규 분포 과정에서 정확성이 떨어지는 단점이 있는데 본 연구에서는 실험계획법의 수준과 가중치를 적절히 선택하여 신뢰도 계산 방법을 개선하였다. 예제에서 보인 바와 같이 제안한 방법은 기존의 근사 방법들보다 분포의 비정규성이 강한 경우에도 좋은 결과를 보여주고 있다. 단점으로는 3<sup>rd</sup> 형 요인배치법을 사용하기 때문에 확률 변수의 수가 증가함에 따라서 실험횟수가 기하급수적으로 증가한다는 것이며, 제안한 방법의 계산량을 줄이기 위한 연구가 앞으로의 과제이다.

## 참고문헌

- (1) Taguchi, G., 1978, "Performance Analysis Design," *International Journal of Production Research*, Vol. 16, pp. 521~530.
- (2) D'Errico, J. R., and Zaino Jr., N. A., 1988, "Statistical Tolerancing Using a Modification of Taguchi's Method," *Technometrics*, Vol. 30, pp. 397~405.
- (3) Shan, A., Roth, R. N., and Wilson, R. J., 1999, "A New Approach to Statistical Geometrical Tolerance Analysis," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 15, pp. 222~230.
- (4) Barbero, E., Fernandez-Saez, J., and Navarro, C., 2000, "Statistical Analysis of the Mechanical Properties of Composite Materials," *Composites, Part B, Engineering*, Vol. 31, pp. 375~381.
- (5) Galambos, T. V., Ellingwood, B., MacGregor, J. G., and Cornell, C. A., 1982, "Probability Based Load Criteria : Assessment of Current Design Practice," *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 108, pp. 959~977.
- (6) Hahn, G. J., and Shapiro, S. S., 1967, *Statistical Models in Engineering*, New York: John Wiley & Sons, Inc.
- (7) Ditlevsen, O., 1979, "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems," *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 7, pp. 453~472.
- (8) Drezner, Z., 1978, "Computation of the Bivariate Normal Integral," *Mathematics of Computation*, Vol. 32, pp. 277~279.
- (9) Zhao, Y. G., and Ono, T., 1999, "A General Procedure for First/Second-Order Reliability Method (FORM/SORM)," *Structural Safety*, Vol. 21, pp. 95~112.
- (10) Karamchandani, A., and Cornell, C. A., 1992, "Sensitivity Estimation within First and Second Order Reliability Methods," *Structural Safety*, Vol. 11, pp. 95-107.
- (11) Lee, W. J., and Woo, T. C., 1990, "Tolerances: Their Analysis and Synthesis," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 112, pp. 113-121.