

# 근사 최적화 기법에 관한 고찰

김민수\*, 최동훈\*\*

## Survey on the Approximate Optimization Methods in Engineering Optimization

Min-Soo Kim\*, Dong-Hoon Choi\*\*

### 1. 서론

오늘날의 최적설계 분야에서 친숙하게 언급되는 근사 최적화 기법은, 수학적 최적화 기법이 공학설계에 활발히 적용되기 시작한, 1970 년대에 처음으로 도입되었다. 근사 최적화 기법의 분류는 다양하게 할 수 있지만, 본 고에서는 이를 설계민감도 정보를 이용하는 국부 근사 최적화 기법과 해석 정보만을 이용하는 전역 근사 최적화 기법으로 나누어 고찰하고자 한다.

2 장에서는, 국부 근사 최적화 기법을 근사 최적화 알고리즘과 상태변수의 명시적인 근사화 방법으로 세분하여 고찰한다. 이 때, 상태변수의 명시적 근사화는 한 점의 정보를 이용하는 방법, 두 점을 이용하는 방법 그리고 중간 매개 변수/반응량을 이용하는 방법으로 세분하여 고찰한다.

3 장에서는, 전역 근사화 기법을 함수 정보만을 이용하는 반응표면 모델링 방법과 함수 및 도함수 정보를 동시에 이용하는 근사화 방법으로 나누어 고찰한다. 그리고, 함수 정보만 이용하는 반응표면 모델링 방법은 실험계획법 관점과 공학설계에 적용 사례로 나누어 살펴보기로 한다.

4 장에서는, 본 고찰에 대한 전체적인 요약과 근사 최적화 기법이 발전해 가는 경향에 대한 의견을 제시하고자 한다.

### 2. 국부 근사 최적화 기법들

수학적 알고리즘 관점에서의 근사 최적화의 효시는, 1960 년 1 차 도함수 정보만 이용하여 목적

함수와 구속조건함수를 선형으로 근사화 하여 해결하는 Kelley 의 Cutting Plane 방법<sup>[1]</sup>과, 목적함수는 라그랑지 함수를 2 차 테일러 급수로 전개한 헤시언을 갖는 야치식으로 구속조건은 선형으로 근사화 하여 해결하는 1963 년에 발표된, Wilson 의 SOLVER 방법<sup>[2]</sup>을 들 수 있다. 전자는 적절한 이동제한 (move limit) 기법이 도입되면서 SLP 로 불리게 되고, 후자는 준-뉴턴 개선공식으로 근사된 헤시언과 선탐색이 동반되면서 SQP 로 발전하게 된다.

본 고에서는 공학적 최적설계 관점에서 근사 최적화 기법을 고찰하므로, 구조물의 최적설계에 설계변수 연계 (design variable linking) 방법, 잉여 구속조건 (redundant constraints) 들의 잠정적인 삭제 기법, 그리고 상태변수를 역-설계변수 (reciprocal design variable) 에 대한 1 차 테일러 급수를 도입하여 명시적으로 근사화 하는 방법을 최초로 도입한, Schmit 와 Faishi<sup>[3]</sup>의 연구를 국부 근사 최적화 기법의 효시로 간주한다.

이들 이후에 국부 근사 최적화 기법은 크게 두 가지 양상으로 발전하는데, 첫째는 근사 최적화 기법을 최적화 알고리즘 형태로 발전시킨 것들이고, 둘째는 상태변수만을 효과적으로 근사하여 근사 최적화 문제를 생성하고, 이를 기존의 최적화 알고리즘 푸는 순차적 근사 최적화 기법이 있다. 전자에 대한 대표적인 사례는 I-DEAS 의 최적화 모듈이고, 후자에 대한 대표적인 사례는 MSC/NASTRAN 과 GENESIS 등의 최적화 모듈이다.

#### 2.1 국부 근사 최적화 알고리즘들

Schmit 와 Cassis<sup>[4]</sup>는 1976 년 선형 시스템의 동

\* 연구교수, 최적설계신기술연구센터, 한양대학교

\*\* 소장, 최적설계신기술연구센터, 한양대학교

<http://idot.hanyang.ac.kr>

적 반응 최적화에 근사화 기법을 도입하면서 NEWSUMT 를 개발하였고, Schmit 와 Fleury<sup>[5]</sup>는 1979 년에 Dual 방법을 적용한 DUAL 1 과 DUAL 2 를 개발하였다. 그리고, Schmit 와 Imai<sup>[6]</sup>와 트러스 구조의 위상 최적설계를 위하여 ALM 알고리즘의 선탐색 단계에 상태변수를 역-설계변수에 대한 2 차 테일러 급수로 전개하는 근사화 기법을 도입하였다.

1986 년 Fleury 와 Braibant<sup>[7]</sup>는 혼합변수 (mixed variables)를 이용하여 Convex-linearization 으로 근사화 시킨 후, 이를 Dual 방법으로 푸는 CONLIN 방법을 제안하고, Svanberg<sup>[8]</sup>는 Method of Moving Asymptotes (MMA)을 개발하여 CONLIN 방법을 보다 일반화 시켰다. 이차설계민감도 정보를 활용하는 근사 최적화 기법으로는 1988 년에 Smaoui, Fleury 와 Schmit 등<sup>[9]</sup>이 Second-order MMA 를, 1996 년에 Chickermane 와 Gea<sup>[10]</sup>는 두 설계점의 정보를 이용하는 Generalized Convex Approximation (GCA) 기법을 제안하였지만 Primal 과 Dual 문제를 비선형 방정식 해법과 SQP 를 사용하는 단점이 있다. 그리고, Kim 과 Choi 는 일반적인 동적 반응 최적화 문제를 효과적으로 풀기 위하여, ALM 알고리즘에 투영된 선형 근사화 선탐색을 적용하는 방법<sup>[11]</sup>과 구속조건은 혼합변수를 이용하여 근사화하고 목적함수는 단순-이차 형태로 근사한 AALM 알고리즘<sup>[12]</sup>을 제안하였다.

## 2.2 상태변수의 국부 근사화 기법들

상태변수의 국부 근사화 기법은 한 설계점의 정보를 이용하는 방법, 여러 개의 설계점을 이용하는 방법 그리고, 중간 매개 반응량을 중간 매개 변수로 근사화 하는 방법 등이 있다. 이들 중, 여러 설계점을 이용하는 근사화 기법은 여러 설계점에서의 함수값과 도함수를 모두 이용하므로, 3 장의 전역 근사화 기법에서 설명하고, 본 장에서는 두 설계점을 이용한 근사화 기법만 설명하기로 한다.

### 2.2.1 한 설계점의 정보를 이용하는 근사화 방법

1973 년 Storaasli 와 Sobieszczanski<sup>[13]</sup>는 트러스와 평면-응력 유한요소로 구성된 구조물의 최적설계에서 구속조건함수를 역-설계변수(트러스의 단면적과 평면-응력 유한요소의 두께의 역수)에 대한 1 차 테일러 급수로 전개하는 근사화 기법이 효과적임을 보였다. 1979 년에는 Starnes 과 Haftka<sup>[14]</sup>는 설계변수에 대한 1 차 테일러 급수 전개와 역-

설계변수에 대한 1 차 테일러 급수 전개를 혼합한 보수 근사화 (conservative approximation) 기법을 제안하였다. 이 보수 근사화 기법은 1986 년 Fleury 와 Braibant<sup>[7]</sup>가 CONLIN 방법을 전개할 때 혼합변수 (mixed variable) 방법 라는 말로 이용된다. 1984 년 Prasad<sup>[15]</sup>는 구속조건을 역-설계변수의 이차로 근사하는 GPA (Generalized Inverse-Power Approximation) 기법도 제안하였다.

### 2.2.2 두 설계점의 정보를 이용하는 근사화 방법

두 설계점의 정보를 이용하는 근사화 기법은, 1990 년 Fadel 등<sup>[16]</sup>이 제안한 지수형 중간 변수 (exponential intervening variables)를 도입하고 그 지수를 두 설계점의 도함수 값을 이용하여 결정하는 TPEA 방법을 시작으로 하여, 최근까지 활발히 연구되고 있다. 이에 대한 연구는 Wang 과 Grandhi<sup>[17]</sup>가 TANA, TANA-1 및 TANA-2 를, Xu 와 Grandhi<sup>[18]</sup>가 TANA-3 를 제안하였다. 그리고, Kim 과 Choi<sup>[19,20]</sup> 등은, TANA-3 의 문제점을 밝히면서, 두 설계점의 정보를 각 설계변수의 축에 투영시켜 이차식으로 근사화하는 TDQA (Two-point Diagonal Quadratic Approximation) 방법을 제안하였다.

### 2.2.3 중간 매개 반응량과 중간 매개변수를 이용하는 근사화 방법

근사화의 질을 향상시키기 위한 다른 연구로는, 중간 매개 반응량 (intermediate response quantities) 을 중간 매개 변수 (intermediate variables)의 함수로 근사 시키는 기법을 들 수 있다.

이 분야는, 1976 년 과 1978 년 Schmit 와 Miura<sup>[21,22]</sup>가 ACCESS 1 과 2 를 개발하면서 도입하였다. 이 후, 1986 년 Lust 와 Schmit<sup>[23]</sup>가 공간 부재 (space frame)의 근사 최적화를 위하여 요소의 내력에 대한 변분을 이용하는 새로운 방법이 도입되었다. 그리고, 오늘날 힘-근사화 (Force Approximation) 기법으로 널리 알려진, 트러스 및 보 구조물의 응력을 근사할 때, 요소의 내력을 중간 매개 변수인 면적, 면적에 대한 관성모멘트 등의 명시적 함수로 표현하는, 방법이 1986 년 Salajeghen 와 Vanderplaats<sup>[24]</sup>에 의하여 개발되었다.

1990 년 Cranfield<sup>[25]</sup>는 고유치를 근사하는 Rayleigh quotient 근사화 기법을 제안하였다. 이 방법은 모달-변형에너지 (modal strain energy)와 모달-운동에너지 (modal kinetic energy)를 중간 매개 반응량으로 이용하였다. 1985 년 Mills-Curran 과 Schmit<sup>[26]</sup>는, 선형 진동 시스템의 정상-상태 (steady

state) 동적 반응치를 근사하기 위하여, 고유치와 고유 벡터를 중간 매개 반응량으로 하는 방법을 제안하였다. 그리고, 1995 년과 1996 년에 Sepulveda 와 Thomas<sup>[27-28]</sup>는, 감쇠가 고려된 일반적인 선형 진동시스템의 정상-상태 및 과도-상태의 동적 반응량을, Rayleigh quotient 근사화 기법으로 표현된 고유치를 모달-해석에 적용하는 방법을 제안하였다.

### 3. 전역 근사화 기법

전역 근사화 기법은 설계영역 전체 또는 광범위한 범위를 근사화 하고자 할 때 적당한 방법이다. 전역 근사화 기법에는 함수정보 만을 이용하는 방법과 함수와 도함수 정보를 함께 이용하는 다점 근사화 (multi-point approximation) 기법 등이 있다. 전자를 대표하는 방법을 흔히 반응 표면 모델 방법이다.

#### 3.1 반응표면 모델링

이 방법은 실험치를 이용한 최적설계에 많이 이용되었지만, 최근에는 설계민감도 정보가 제공되지 않는 비선형 구조해석, 공기역학 해석, 다물체 동역학 해석 등을 고려한 최적설계에 많이 이용되고 있다. 반응 표면 모델은 실험계획법의 일환으로 발전하였다. 1998 년 Haftka, Scott 와 Cruz<sup>[29]</sup>는 ‘최적화와 실험계획법’이라는 고찰을 통하여 알파벳 최적성(A-, D-, E- G-Optimality)을 이용한 실험점 설계의 적용 사례에 대한 다양한 연구들을 언급하였다. 그리고, Myers 와 Montgomery 는 1995 년 반응표면 모델 방법에 관한 저서<sup>[30]</sup>를 통하여, 이차식 반응표면 모델을 위한 실험 방법들 (CCD, BBD, SCD, Koshal Design 등)과 전산 프로그램화가 가능한 D-최적성 및 G-최적성 실험방법에 대한 자세한 설명을 하였다. 본 절에서는, 먼저 실험계획법 관점의 반응표면 모델링을 설명하고, 공학에서 사용한 반응표면 모델의 사례들을 고찰하고자 한다.

#### 3.1.1 실험계획법에서의 반응표면 모델의 정확도 평가

실험계획법으로 생성한 설계점의 평가는, 직교성 (orthogonality), 회전성(rotatability), 최소분산 (minimum variance) 그리고 최소편향(minimum bias) 등이 있다<sup>[30-32]</sup>. 일반적으로, 반응표면 모델의 정확도는 회전성으로 평가한다<sup>[30,31]</sup>. 회전성은, 추정되

는 근사모델의 분산이, 설계 중심점에서 동일한 거리에 있으면 같은 값을 가짐을 평가하는 지표이다. D-최적성 설계는 추정되는 비정계수의 분산을 최소화하는 설계이고, G-최적성 설계는 회전성을 일정하게 유지시키려는 설계이다. 그리고, CCD 와 BBD 는 회전성을 만족시키는 설계이다.

#### 3.1.2 공학설계에서의 반응표면 모델의 적용 사례

1974 년 Healy, Kowalik 와 Ransay<sup>[33]</sup>는 항공기의 엔진 선택 최적설계를 위하여, 라틴-스퀘어(Latin-Square) 실험점을 통하여 생성한 이차식 근사 모델을 이용하였다. 그들은, 근사 최적점 근처에 있는 몇 개의 설계점 들에서 추가로 실제 해석을 수행하고, 이들 중 최상의 설계치를 최종 설계 안으로 채택하는 방법을 사용하였다.

1979 년 Vanderplaats<sup>[34]</sup>는, 비행기 익형 최적설계를 위하여, 설계점에서 테일러 급수의 계수를 결정함으로써 이차 근사 모델을 생성하는 방법을 제안하였다. 이 방법은, 처음에 초기 설계점 근방에 한 점을 선택하여 실제 해석을 수행하여 근사 모델을 생성하고 이를 최적화한다. 그리고, 이 근사 최적점에서 실제 해석을 수행하여 근사화 모델을 계속 개선해 간다. 이와 같은 작업으로 추출된 설계점의 개수가  $N$  ( $N = (n+1)(n+2)/2$ ,  $n$  은 설계 변수의 개수) 을 넘으면 최소자승법으로 근사 모델을 생성한다. Vanderplaats 는 헤시언의 대각요소를 먼저 결정하고 비-대각 요소들을 결정하는 방법을 채택하였다.

1984 년 Kardis 와 Turns<sup>[35]</sup>는, 초기 설계점 및 이 설계점의 근처에 불규칙하게 선정한 추가적인  $2n+1$  설계점을 선택하여 이차 근사 모델을 최소자승법으로 근사화 하였다.  $2n+1$  설계점 만으로는 이차식 모델의 모든 계수를 추정할 수 없기 때문에, 새로운 근사 최적점이 구해지면 이 점을 추가하면서 이차식 모델을 개선하였다. 이 때, 설계점의 개수가  $N$  을 넘으면, 근사 모델은 현재의 설계점과 이에 가장 가까운  $N-1$  설계점으로 생성하고 이를 최적화하였다.

1986 년 Hurst, Free, Bryce 과 Parkinson<sup>[36]</sup>은, 반복적인 최적화 알고리즘과 시스템 해석을 분리 (decoupling) 하기 위하여, Box-Behnken 실험점을 이용한 이차 근사화 모델을 생성하는 방법을 적용하였다.

1987 년 Free, Parkinson, Bryce 와 Balling<sup>[37]</sup>은, 계산이 비싸면서 노이즈가 있는 제약조건이 있는 최적화 문제를 해결하기 위하여, Plackett-Burman 설계

점을 이용한 일차식 근사화 모델을 생성하여 최적화를 수행하면서, 일차식 근사 모델의 정확도에 따라 중심점과  $2n$  개의 축상의 점을 추가하여 이차식 모델로 개선하거나, 근사화의 영역을 축소하여 새로운 Plackett-Burman 설계점을 이용하여 새로운 일차식 모델을 생성하는 방법을 적용하였다.

1991년 Bosio, A.C.와 Lupker, H.A.<sup>[38]</sup>은 차량 충돌 시 운전자의 상해치를 최소화하는 안전벨트와 에어백을 설계하기 위하여, 2-수준 직교 배열표와 선형 근사화 모델을 이용하였다.

1997년 Chou, C.C., Wu, F., Kim G.G., Patel, R.N.<sup>[39]</sup>은, 차량충돌 시 운전자의 머리 상해치를 최소화하는 필라의 형상과 에너지 흡수재 (energy absorbing forms)을 설계를 위하여, D-최적성 설계를 이용한 근사 모델을 이용하였다.

1998년 Roux, Stander 와 Haftka<sup>[40]</sup>는, 트러스 구조의 치수 최적설계에, 유전자 알고리즘을 이용하는 D-최적성 설계와 변수선택법을 동반한 근사식 모델을 이용하였다.

1999년 Han, H.S., Kim, T.Y.와 Park, T.W.<sup>[41]</sup>는, 세탁물의 불평형에 의한 세탁기의 흔들림을 최소화하기 위하여, CCD를 이용한 이차 근사식 모델을 이용하였다.

2000년, Hong, K.J., Kim, M.S. 와 Choi, D.H.<sup>[42]</sup>는, 비선형성이 있는 대형 문제를 해결하기 위하여, 신뢰영역 관리기법으로 근사화 영역을 이동해 가면서, 단지  $2n+1$  설계점 만으로도 완전한 이차식 모델을 생성해 가는 방법을 제안하였다.

### 3.2 도함수와 함수 정보를 함께 이용하는 반응 표면 모델

도함수와 함수 정보를 함께 이용하는 반응표면 모델 생성기법은 다음의 두 가지 장점이 있다. 첫째는, 최적화 과정에서 이와 같은 반응표면 모델을 생성할 수 있다는 점이다. 즉, 일반적인 최적화 기법들은 도함수를 이용하므로, 최적화가 진행됨에 따라, 이미 계산한 도함수 및 함수 정보들을 이용할 수 있기 때문이다<sup>[43-45]</sup>. 둘째는, 도함수의 계산이 해석 시간에 비하여 많이 비싸지 않은 경우에 효과적이다. 예를 들면, 보조변수법(adjoint variable method)으로 설계민감도 계산이 가능한 상태변수의 반응표면 모델의 생성이다. 그러나, 2000년 Keulen, Liu 와 Haftka<sup>[46]</sup>는, 반복적인 계산 과정이 있는 시스템의, 해석 결과치 및 설계민감도의 정확도에 따라 생성된 반응표면 모델의 노이즈와 불연속성에 대한 연구를 수행하면서, 이 방법에 대한 문제점을 자세히 언급 하였다.

### 3.3 기타 근사화 모델

이상에서 살펴본 근사화 방법 이외에, 함수 정보만을 이용하는 방법으로는 Hajela 와 Berke<sup>[47]</sup> 등이 행한 Neural Network 을 이용하는 방법과 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 Sacks 등<sup>[48-49]</sup>의 DACE 모델이 있다. 후자는 Kriging 모델링으로도 알려져 있다. 하지만, Neural Network 을 이용하는 방법은 반복적인 교육시간 (training time)이 많이 요구되는 단점이 있었다. 그리고, Sacks 의 Kriging 모델은, 근사화 모델을 전체적인 경향을 파악하는 모델과 국부적인 정확도를 표현하기 위한 공분산(covariance) 모델로 표현 가능한 장점이 있었지만, 실험점을 D-최적성 등으로 선정하는 점 등은 개선이 요구되는 부분이다. 즉, Sacks 의 Kriging 모델링에 타당한 실험점 설계 방법론이 요구된다.

## 4. 결론

서론에서도 언급하였지만 근사 최적화 기법에 대한 연구는 분류의 기준이 다양할 수 있을 뿐만 아니라, 여러 분야에서 적용되어 오고 있기 때문에 이를 집대성하여 고찰한다는 것은 사실상 불가능하다. 본 고에서는, 기계 또는 구조해석 분야에서 많이 알려진 방법들을 토대로 나름대로 고찰하였다.

국부 근사 최적화 기법은, 중간 매개 반응량과 중간 매개 변수를 이용하여 상태변수를 근사화 하는 것이 보편적이다. 그리고, 한 점의 정보를 이용하기 보다는 두 점 이상을 이용하는 방법이 90 년대 이후의 추세인 것으로 본다. 특히, 주목할 것은 상태변수의 근사화 기법의 발달에 따라, primal-dual 로 문제를 해결하는 국부 근사 최적화 알고리즘도 CONLIN, MMA, GPA 등으로 발전한다는 것이다.

공학에서 이용한 반응 표면 모델링 방법은, 초기에는 불규칙 설계점 들(random design points)을 이용한 연구가 많았으나, 최근에는 실험계획법에 대한 통계적 지식이 많이 확산되면서, 실험계획법의 기본에 충실한 반응표면 모델링 방법이 많이 부각되고 있음을 알 수 있다. 설계민감도 해석의 발달에 힘입어 도함수와 함수 정보를 함께 이용하는 반응표면 모델링 방법이 이용되고 있기는 하지만, 이를 위한 적절한 실험계획법, 자료 관리툴 의한 프로그래밍 기법 및 정확한 근사 모델 생성을 위한 수치 해법 등에 대한 연구가 요구된다. 그리고, 최근 주목을 받고있는 Kriging 방법은 효과적인 실험점 설계에 대한 연구가 요구된다.

## 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계 신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Kelly, J.E., 1960, "The Cutting Plane method for Solving Convex programs", *J. SIAM*, Vol. 8, pp. 702-712.
- (2) Wilson, R.B., 1963, *A Simplicial Algorithm for Concave programming*, Ph. D. Dissertation, Harvard university Graduate School of Business Administration, Cambridge, MA.
- (3) Schmit, L.A. and Farshi, B., 1974, "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 5, pp.692-699.
- (4) Cassis, J.H. and Schmit, L.A., 1976, "Optimum Structural Design with Dynamic Constraints", *ASCE*, ST10, pp. 2053-2071.
- (5) Schmit L.A. and Fleury C., 1979, "Structural Synthesis by Combining Approximation Concepts and Dual Methods", *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 10, pp.1252-1260.
- (6) Imai, K. and Schmit, L.A., 1981, "Configuration Optimization of Trusses", *ASCE*, ST5, pp. 745-756.
- (7) Fleury, C. and Braibant, V., 1986, "Structural optimization: A new Dual method Using Mixed Variables", *Int. J. Numer. Mech. Engng*, Vol. 23, pp. 409-428.
- (8) Svanberg, K. 1987, "The Method of Moving Asymptotes-A New Method for Structural Optimization", *Int. J. Numer. Mech. Engng*, Vol. 24, pp. 359-373.
- (9) Smaoui, H, Fleury, C. and Schmit, L.A., 1988, "Advances in Dual Algorithms and Convex Approximation methods", Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE 29<sup>th</sup> Structures, Structural Dynamics, and materials Conference, pp. 1339-1347.
- (10) Chickermane, H. and Gea H.C., 1996. "Structural optimization Using A New Local Approximation Method", *Int. J. Numer. Mech. Engng*, Vol. 39, pp. 829-846.
- (11) Kim M.-S. and Choi, D.-H., 1998, "Min-Max Dynamic Response Optimization of Mechanical Systems Using Approximate Augmented Lagrangian", *Int. J. Numer. Mech. Engng*, Vol. 43, pp. 549-564.
- (12) Kim M.-S. and Choi, D.-H., 1997, "Approximate Augmented Lagrange Multiplier Method for Dynamic Response Optimization", *International Symposium on Optimization and Innovative Design '97*, JSME Centennial Congress, Paper P.127.
- (13) Storaasi, O.O. and Sobieszczanski, J., 1974, "On the Accuracy of the Taylor Approximation for Structure Resizing", *AIAA Journal*, Vol.12. No. 2, pp. 231-233.
- (14) Starnes, J.H. Jr. and Haftka, R.T., 1979, "Preliminary Design of Composite Wings for Buckling, Stress and Displacement Constraints", *Journal of Aircraft*, Vol. 16, pp. 564-570.
- (15) Prasad, B., 1984, "Novel Concepts for Constraint Treatments and Approximations in Efficient Structural Synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 7, pp. 957-966.
- (16) Fadel, G.M., Riley, M.F., and Barthelemy, J.F.M., 1990, "Two-point Exponential Approximation Method for Structural

- Optimization”, *Structural Optimization*, Vol. 2, No. 2, pp. 117-124.
- (17) Wang, L. and Grandhi, R.V., 1995, “Improved Two-Point Function Approximation for Design Optimization”, *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 9, pp. 1720-1727.
- (18) Xu, S. and Grandhi, R.V., 1998, “An Effective Two-Point Function Approximation for Design Optimization”. *Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC 39<sup>th</sup> Structural, Structural Dynamics, and Materials Conference, Long beach CA, April 20-23*, pp. 2181-2191.
- (19) Kim, M.-S., Jeon, J.-Y, Kim, J.-R. and Choi, D.-H., 2000, “Efficient Mechanical System Optimization Using Two-point Diagonal Quadratic Approximation in the Nonlinear Intervening Variable Space”, *Technical Report*, iDOT, Hanyang University.
- (20) Kim M.-S., Kim, J.-R. and Choi, D.-H., 2001, “Sequential Approximate Optimization using a New Two-point Approximation”, *WCSSMO-4*, ISSMO-International Society for Structural and Multidisciplinary Optimization.
- (21) Schmit, L.A. and Miura, H., 1976, “A New Structural Analysis/Synthesis Capability- ACCESS 1”, *AIAA Journal*, Vol.14, No. 6, pp.661-671.
- (22) Schmit, L.A. and Miura, H., 1978, “An advanced Structural Analysis/Synthesis Capability- ACCESS 2”, *Int. J. Numer. Mech. Engng*, Vol.12, Feb., pp.353-377.
- (23) Lust, R.V. and Schmit, L.A., 1986, “Alternative Approximation Concepts for Space Frame Synthesis”, *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 10, pp. 1676-1684.
- (24) Salajegheh, E. and Vanderplaats, G.N., 1986, “An Efficient Approximation Method for Structural Synthesis with Reference to Space Structures”, *Space Structures Journal*, Vol. 2, pp. 165-175.
- (25) Canfield, R.A., 1990, “High-Quality Approximation of Eigenvalues in Structural Optimization”, *AIAA Journal*, Vol. 28, No.6, pp. 1116-1122.
- (26) Mills-Curran, W.C. and Schmit, L.A., 1985, “Structural Optimization With Dynamic Behavior Constraints”, *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 1, pp. 132-138.
- (27) Sepulveda, S.E. and Thomas H.L., 1995, “New Approximation for Steady-State Response of General Damped Systems”, *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 10, pp. 1127-1133.
- (28) Sepulveda S.E. and Thomas H.L., 1996, “Improved Transient Response Approximation for General Damped Systems”, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 6, pp. 1261-1269.
- (29) Haftka, R.T., Scott, E.P. and Cruz, J.R., 1998, “Optimization and Experiments: A Survey”, *ASME Appl. Mech. Rev.* Vol. 51, No. 7, pp.435-448.
- (30) Myers, R.H. and Montgomery, D.C., 1995, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, Wiley Series in Probability and Statistics, pp. 279-393.
- (31) Box, G.E.P. and Draper, N.R., 1987, *Empirical Model-Building and Response Surfaces*, John Wiley & Sons, New York.
- (32) Simpson, T.W., Peplinski, J.D., Koch, P.N. and Allen, J.K., 1997, “On the Use of Statistics in Design and the Implications for

- Deterministic Computer Experiments”, *Proceedings of DETC'97*, ASME Design Engineering Technical Conferences, Sept. 14-17, Sacramento, California.
- (33) Healy, M.J., Kowalik, J.S. and Ransay, J.W., 1974, “Airplane Engine Selection by Optimization on Surface Fit Approximation”, *Journal of Aircraft*, Vol. 12, No. 7, July, pp. 593-599.
- (34) Vanderplaats, G.N., 1979, “Approximation Concept for Numerical Airfoil Optimization”, *NASA Technical Paper 1370*.
- (35) Kardis, J.P. and Turns, S.R., 1984, “Efficient Optimization of Computationally Expensive Objective Functions”, *Proceedings of ASME 18<sup>th</sup> Mechanisms Conference*, 10<sup>th</sup> Design Automation Conference, Oct.
- (36) Hurst, T.N., Free, J.C., Bryce, G.R. and Parkinson, A.R., 1986, “A Comparison of Regression and Mechanistic Techniques for Estimating Design Sensitives in Solving Constrained Nonlinear Optimization Problems”, *Design Engineering Technical Conference*, Columbus, Ohio, Oct. 5-8, Paper No. 86-Det-40.
- (37) Free, J.W., Parkinson A.R., Bryce, G.R. and Balling, R.J., 1987, “Approximation of Computationally Expensive and Noisy Functions for Constrained Nonlinear Optimization”, *Transaction of ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 109, December, pp.528-532.
- (38) Bosio, A.C. and Lupker, H.A., 1991, “Design of Experiments in Occuoant Simulation”, SAE 910891.
- (39) Chou, C.C., Wu, F., Lim, G.G. and Patel, R.N., 1997, “Optimization Design of Form/Pillar for Head Impact Protection Using Design of Experiment Approach”, SAE 971543.
- (40) Roux, W.J., Stander N. and Haftka, R.T., 1998, “Response Surface Approximations for Structural Optimization”, *Int. J. Numer. Mech. Engng*, Vol. 42, pp. 517-534.
- (41) 한형석, 김태영, 박태원, 1999, “반응표면법을 이용한 세탁기의 최적설계”, 대한기계학회 논문집 A 권, 제 23 권 제 11 호, pp. 1871-1877.
- (42) 홍경진, 김민수, 최동훈, 2000, “대형 설계시스템의 효율적 반응표면 근사화를 위한 점진적 이차 근사화 기법”, 대한기계학회 논문집 A 권, 제 24 권, 제 12 호, pp. 3040-3052.
- (43) Malkov, V.P. and Toropov, V.V., 1991, “Simulation Approach to Structural Optimization Using Design Sensitivity Analysis” in Eschenauer, H.A., Mattheck, C. and Olhoff, N. (eds.), *Lecture Notes in Engineering 63, Engineering Optimization in Design Processes*, Proc. Int. Conf. Karlsruhe, September 3-4, 1990, Springer-Velag, pp. 225-231.
- (44) Toporov, V.V., Filatov, A.A. and Polykin, A.A., 1993, “Multiparameter Structural Optimization Using FEM and Multipoint Explicit Approximations”, *Structural optimization*, Vol. 6, pp. 7-14.
- (45) Wang, L. and Grandhi, R.V., 1994, “Optimal Design of Frame Structures Using Multivariable Spline Approximations”, *AIAA*

*Journal*, Vol. 32, No. 10, pp. 2090-2098

- (46) Keulen, F.V., Liu B. and Haftka, R.T., 2000, "Noise and Discontinuity issues in Response Surfaces Based on Functions and Derivatives", 41<sup>st</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conferences and Exhibit, April 3-6, Atlanta, Georgia, AIAA-00-1363.
- (47) Hajela, P. and Berke, L., 1990, "Neurobiological Computational Models in Structural Analysis and Design", Proceedings of 31<sup>st</sup> AIAA/ASME/ASCE/ASC Structures, Structural Dynamics and materials Conference, Long Beach, CA, April, Part I, pp. 345-355.
- (48) Sacks, J. Schiller, S.B. and Welch W.J., 1989, "Designs for Computer Experiments". *Technometrics*, February, Vol, 31, No. 1, pp. 41-47.
- (49) Sacks, J. Schiller, S.B., Welch W.J., Mitchel, T.J. and Wyne, H.P, 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments", *Statistical Science*, Vo. 4, No. 4, 409-435.