

# 보강된 섬유강화 복합재료 패널의 좌굴해석 및 파손강도의 최적 설계

이광록\* · 양원호\*\* · 조명래\*\*\* · 성기득\*\*\*\*

## Optimization for Buckling and Postbuckling Behavior of Stiffened Fiber Reinforced Composite Panels

Gwang-Rog Lee, Won-Ho Yang, Mung-Rae Cho, Ki-Deug Sung

**Key Words:** Composite(복합재료), Buckling load(좌굴 강도), Postbuckling Behavior(좌굴후 거동), Failure Load(파손 강도), Optimization(최적화)

### Abstract

In this study, fiber orientation of stiffener was conducted to increase buckling load or failure load in each case with a different design value and a different objective function for stiffened laminated composite panel of I-type under compression loading. Regarding each of buckling load or failure load as objective function, optimum design was carried out. In respect of optimum design, it was investigated that optimum shape for buckling could improve fail load for postbuckling, because it was difficult to investigate the optimization of postbuckling which need long analysis times for nonlinear analysis.

### 1. 서 론

최근 신소재의 개발과 더불어 복합재료의 개발이 급속하게 이루어지고 있다. 섬유강화 복합재료는 기존의 금속 재료에 비하여 비강성(specific strength), 및 피로 특성(fatigue characteristic)등의 기계적 성질이 양호하고, 이방성(anisotropy)을 이용하여 사용자의 요구 조건에 적합한 구성요소를 설계, 제작할 수 있다는 장점 때문에 항공우주 산업 분야에서 많이 사용되고 있는 첨단 신소재이다. 이러한 복합재료는 구조물의 경량화 및 효율성의 측면에서 항공기나 자동차에 많이 쓰인다. 특히 구조물을 구성하고 있는 스키н(skin)은 쉘(shell)이나 평판의 형태를 갖는데 이러한 구조요

소(structural element)는 재료 자체의 정적강도(static strength)에 비해 상대적으로 낮은 좌굴응력(buckling stress)을 갖는 특징이 있다. 보(beam)나 평판(plate), 보강된 평판(flat stiffened panel)의 경우는 좌굴이 발생하더라도 좌굴후에 지지하중의 감소가 없는 안정좌굴을 보인다. 따라서 좌굴이 항상 구조물의 최종파손(ultimate failure)을 의미하는 것은 아니므로, 구조물을 경량화 하는 효율적인 설계를 위해 부분적인 좌굴을 허용한다. 이러한 쉘이나 평판은 복합재료를 많이 쓰고 있고 등방성의 패널과는 달리 수지(resin)에 섬유(fiber)를 강화하여 만든 섬유강화 복합재료(fiber reinforced composite material)는 보강섬유의 방향(fiber orientation)이나 적층순서(stacking sequence)의 변화에 의해서 구조물의 유효강성(effective modulus)이나 강도를 변화시킬 수 있다. 따라서 적절한 적층의 선택에 의해 좌굴에 대한 구조물의 저항능력을 향상시킬 수 있을 뿐 아니라 필요에 알맞은 특성을 갖도록 최적 설계를 할 수 있게 된다. 그래서 복합적층판의 좌굴하중을 최대화시키기 위한 적층순서 및 적층두께(layer thickness)의 최

\* 회원, 성균관대 대학원 기계공학과

\*\* 회원, 성균관대학교 기계공학부

\*\*\* 회원, 인덕대 기계설계학과

\*\*\*\* 회원, 구미1대학 컴퓨터응용기계설계과

적화(optimization)에 관한 연구도 다양하게 진행되고 있다.[1][2]

실제로 사용되는 구조물에서 경계조건이나 곡률 반경 또는 재료의 변경은 쉽지 않은 일임을 고려할 때 복합재료의 사용은 등방성 재료에 비해 구조물의 설계를 보다 효율적으로 할 수 있게 해준다. 또한 복합재료는 기존의 금속재료에 비하여 비강성(specific stiffness)이나 비강도(specific strength)의 면에서 월등한 성능을 보이기 때문에 구조물의 경량화를 필요로 하는 산업에 폭넓게 사용되고 있다. 이상의 사실들을 종합하여 볼 때 보강된 패널의 효율적이고 안전한 설계를 위하여 중요한 섬유 각도를 최적 설계하여 좌굴강도 및 좌굴후 파손강도를 향상시키고자 한다.

## 2. 유한요소해석 및 검증

### 2.1 해석모델의 정의

본 연구는 Ref. [3]에서 연구된 해석결과를 검증하고 이 모델에 대해 보강재의 형상을 최적설계 하자 한다. 해석모델은 Fig. 1과 같이 일축 하중을 받는 복합적층패널에 대해 패널의 한 단층의 두께는 0.125mm이고 표피(skin)는 8플라이(ply), 보강재를 구성하고 있는 캡(cab), 웹(web)플랜지(flange)는 10플라이(ply)이다. 적층각은 Table. 1과 같이 스킨(skin)이 [0/90/ $\pm 45$ ]s, 보강재는 [0/90/45/0/-45]s인 준동방성 적층의 경우에 대하여 해석하였다. 여기서 적층각 $\theta$ 는 하중축에서 반시계 방향으로의 회전을 양(+)의 각도로 정의하였다. 요소분할에 따른 수렴성을 Ref. [3]의 논문에 근거하여 Mesh Type을  $20 \times (4+3+2+2)$ , [ $L \times (a+b+h+c)$ ]로 요소망을 구성하였다. 재료의 물성치는 Table 2와 같다. 패널의 치수는 초기좌굴모드가 길이 방향으로 세 개의 반파장을 나타내도록 하였으며, 패널의 치수들을 Fig. 2에 나타내었다. 이때 사용된 총 절점수는 1405개, 총 요소수는 440개이다.

### 2.2 유한요소해석 방법

Fig. 1의 경계조건을 따르는 보강된 복합적 패널에 대해서 8절점 헬 요소로 유한요소망을 구성하고 위 모델에 대하여, 하중을 가하는 면(Top edge)은 축방향(x-direction)으로 동일 변위를 갖도록 하였으며, 일축 압축력을 작용시켜 고유치해

석(eigenvalue analysis)을 통해 좌굴하중(Pcr)을 구했다. 고유치 해석으로 좌굴하중을 구하고, 비선형 해석을 위해 초기결합은 1차 좌굴모드 형태에, 크기는 표피판재 두께에 10%로 취하였다. 좌굴후 파손평가를 위해 비선형 유한요소 해석을 통해, 각 증분을 더해가며 각 단계에서 Tsai-Hill 이론을 적용하였다. 또한 좌굴후 거동특성을 알아보기 위해 각변수에 대해 경향 분석을 했다.

해석에 사용되는 유한요소 프로그램으로 pre-processor는 MSC/PATRAN 7.0을 사용하였고 해석 및 post-processor는 ABAQUS 5.8을 사용하였다.

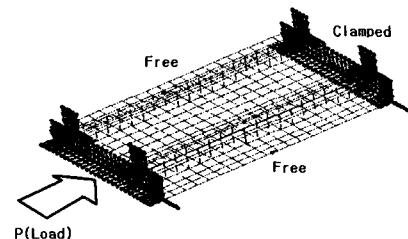


Fig. 1 Boundary condition and load condition of reference model

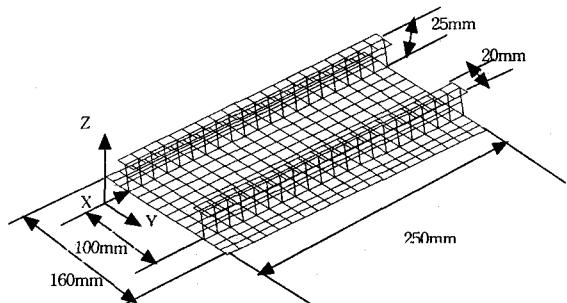


Fig. 2 Geometry of stiffened composite panel and Finite element mesh

**Table 1** Stacking sequence of stiffened flat panel for comparison

Part	Stacking sequence
Skin	[0/90/ $\pm 45$ ] <sub>s</sub>
Stiffener cap	[0/90/45/0/-45] <sub>s</sub>
Stiffener web	[0/90/45/0/-45] <sub>s</sub>
Stiffener flange	[0/90/45/0/-45] <sub>s</sub>

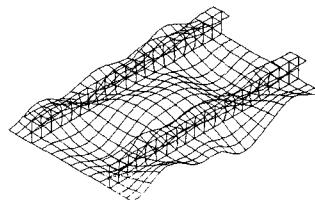
**Table 2** Material properties of HFG CU-125NS graphite/epoxy composite material.

Property	Symbol	Value
Elastic modulus in fiber-direction	$E_1$	130.0 GPa
Elastic moduli in transverse directions	$E_2, E_3$	10.0 GPa
Shear moduli in 1-2 and 1-3 planes	$G_{12}, G_{13}$	4.85 GPa
Shear modulus in 2-3 Plane	$G_{23}$	3.62 GPa
Poisson's ratios	$\nu_{12}, \nu_{13}$	0.31
$\nu_{23}$		0.52
Tensile strength in fiber-direction	$X_T$	1933 MPa
Compressive strength in fiber-direction	$X_c$	1051 MPa
Tensile strength in transverse direction	$Y_T$	51 MPa
Compressive strength in transverse direction	$Y_c$	141 MPa
Shear strength	$S$	61 MPa

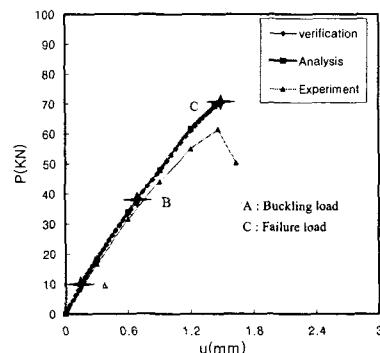
### 2.3 해석결과 검증

일반적으로 보강된 패널의 경우, 보강재가 스킨의 두께보다 두껍고 폭이 좁기 때문에 주로 스키니에서 좌굴이 발생한다. 따라서 보강재가 작용 하중을 얼마만큼 분담하느냐는 구조물의 좌굴거동과 좌굴후 거동에 중요한 요소이다. 이러한 좌굴에 영향을 주는 보강재의 요소는 보강재의 크기, 형상, 보강재의 두께, 보강재의 섬유방향 등이다. 보강된 패널은 평판과 달리 기하학적 형상의 영향으로 인하여 면내하중만 가해져도 양 끝단에서 굽힘모멘트가 발생한다. 이로 인해 하중의 초기 단계에서부터 보강재가 있는 면의 반대 방향으로 횡변위가 발생하여, 보강재 사이에서 그 방향으로 불록한 모양의 변형이 발생한다. Fig. 3은 비선형 해석에 의해 파손으로 평가되었을 때의 변형된 형상을 나타내고 있다. Fig. 4는 보강재 캡(cab)의 너비가 20mm인 경우에 축방향 변위  $u$ 와 축방향 압축 하중  $P$ 의 관계를 나타낸 것이다. 이 결과는 본 연구의 기본이 되었던 Ref. [3]의 실험 및 해석결과와 ABAQUS로 해석한 결과를 비교한 그림이다. 오차가 5% 이내로 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. Fig. 5는 하중과

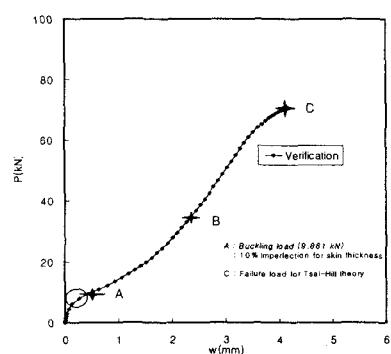
패널의 중앙 점에서 면외방향 변위와의 관계를 나타낸다. Fig. 6은 비선형 해석을 크게 3단계로 나누어 이 각 단계에서의 변형모습을 보여주고 있다.



**Fig. 3** Deformed shape of postbuckling analysis



**Fig. 4** Comparison of ref. [4] and analytical results of load-shortening curve for displacement  $u$



**Fig. 5** Analytical result of load deflection curve for  $w$  displacement

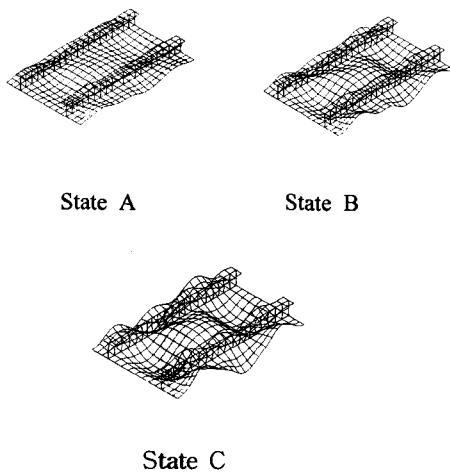


Fig. 6 Deformed shape of nonlinear analysis for A, B, C point

### 3. Skin의 최적 섬유각 결정

#### 3.1 최적설계 문제의 정의

실질적으로 보강된 복합적층 패널의 좌굴은 표피(skin)에서 일어나기 때문에 좌굴 및 좌굴후 강도를 증가시키려면 표피의 섬유적층각이나 두께를 바꿈으로 가능하지만, 이방성을 갖는 섬유적층각은 좌굴모드에 따른 에너지 집중을 유발하고 이에 따라 에너지 분산의 차원에서 준동방성 대칭적층을 많이 사용하게 된다. 그래서 표피의 섬유각은 제약을 받게되고 두께 또한 경량화에 영향을 주기 때문에 늘릴 수만은 없다. 따라서 보강된 구조물의 좌굴강도 및 좌굴후 강도를 증가시키기 위해서는 보강재의 섬유적층각을 바꿔주는 것이 적절하다.

#### 3.2 목적함수(objective function) 및 설계 구속조건 (design constraint)

보강된 복합적층 패널의 좌굴강도와 파손강도를 모두 향상시키는 섬유각을 찾기위하여 첫 번째로 모드해석(eigenvalues analysis)에 대해 최적설계를 수행하였고, 이 결과가 비선형해석(nonlinear analysis)의 파손강도( $P_{T-H}$ , Tsai-Hill이론에 의한 파손)에 어떠한 영향을 주는가를 조사하여 보았다. 모드해석 최적설계의 목적함수는 좌굴강도이고, 구속조건은  $-90 < \theta < 90$ 인 섬유각을 갖는다.

또한 보강재의 부피를 증가시키며 좌굴강도에 대한 최적설계를 수행하여 캡(cab)과 웹(web)의 길이 및 두께의 영향을 조사하여 보았다.

#### 3.3 설계변수(design variable)

보강된 복합적층 패널의 좌굴강도를 최적설계하기 위하여 설계변수로 각층의 보강재 섬유적층각을 설정하였다. 그리고 이 5개의 섬유각이 모두 최적설계의 독립변수이다.

#### 3.4 최적화 방법.

##### ▣ 사용한 최적설계 algorithm.

Strategy : Augmented Lagrange Multiplier Method

Optimizer : Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno Method

One-dimensional search algorithm

: Golden Section Method

☞ 좌굴강도에 대한 최적설계 : ABAQUS 5.8의 모드해석에서 좌굴강도를 계산하고 이 값을 최적 algorithm을 사용하여 최적화를 했다.

#### 3.5 문제의 정식화

##### 3.5.1 좌굴강도의 최적화

$$\underset{x}{\text{Minimize}} -P_{cr}(\theta)$$

subject to

$$-90 < \theta < 90$$

##### 3.5.2 좌굴강도의 최적설계에 대한 좌굴후 강도 평가.

##### 3.5.3 보강재의 부피를 증가시키면서 좌굴강도를 최적화 시킬 경우 보강재의 형상변화.

$$\underset{x}{\text{Minimize}} -P_{cr}(\theta) \text{ For each Volume}$$

subject to

$$-90 < \theta < 90$$

### 3.6 최적설계 순서도

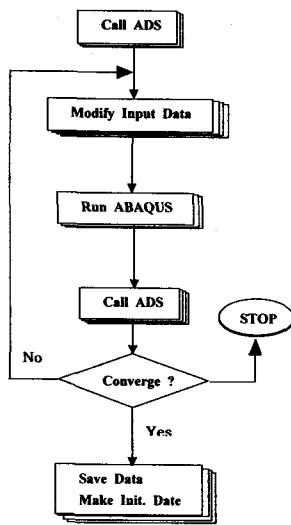


Fig. 6 Flowchart for optimization

### 3.7 최적화 결과

#### 3.7.1 섬유적층각의 최적설계

목적함수는 좌굴강도이며, 보강재의 섬유적층각을 설계변수로 설정하였다. 각 층(ply)의 5개의 섬유적층각을 독립변수로 설정하였다. 여기서 5개의 설계변수에 대해 최적화할 때 시작점을 선정하는 것은 최적점을 찾는데 중요하다. 이는 대부분의 최적화 프로그램이 국부 최소값만을 구해 주기 때문에 여러 개의 시작점을 선정하여 해석해야 된다. 이러한 관점에서 5차원 변수에 대해 합리적으로 시작점을 잡아야 한다. 3차원의 경우 Fig. 7과 같이 선정하여야 하는 것처럼 5차원도 같은 방법으로 확장하여 32개의 시작점에 대해 최적화를 수행하였다. 해석 결과와 시작점을 Table. 3에 나타내었고 이 값중에 비슷한 목적함수값을 갖는 4개의 경우를 선택하여 비선형 해석을 수행하였다. 이 해석을 하게된 이유는 변수가 5차원이기에 파손강도에 대해 최적설계를 수행하기가 어렵다. 그래서 좌굴강도에 대해 최적화된 섬유적층각이 좌굴후 파손강도에도 향상을 주지 않을까 하는 생각에서였다. 만약 그렇게 된다면 좌굴강도의 최적값이 좌굴후거동의 향상에도 영향을 줄거라 생각하였기 때문이다. 그 결과는 Fig. 8과 같이 좌굴강도에 대해 최적화된 섬유각

이 좌굴후 파손강도를 14% 향상을 시켰다. 또한 좌굴강도에 대해서는 보강재의 형상을 바꾸는 것보다 섬유 적층각을 바꾸는 것이 더 큰 향상을 이끌어 낼 수 있다. 즉 보강재의 섬유적층각이 좌굴강도에 대해서 형상보다 더 민감하다. Fig. 9는 목적함수가 최적화되는 과정을 보여주는 그래프이고, Fig. 10은 설계변수인 5개의 섬유적층각이 좌굴강도에 대해 최적화 되어가는 과정을 보여주는 그래프이다. Table. 4는 좌굴강도값이 높은 4가지 적층각에 대해 좌굴강도 및 좌굴후 강도를 나타낸 것이다. Fig. 11은 캡의 길이(c)와 웹의 길이(h)의 변화에 따른 좌굴강도의 경향을 살펴보았다. 캡의 길이가 증가할수록 보강된 복합적층패널의 좌굴강도는 증가함을 알 수 있었다.

#### 3.7.2 보강재의 부피를 증가시키면서 좌굴강도를 최적화 시킬 경우 보강재의 형상변화

Fig. 12에서와 같이 보강재의 부피를 증가시키면서 최적화를 시켰을 때, 보강재의 형상을 구성하는 캡과 웹의 길이의 합은 일정하게 유지되며 보강재의 두께가 증가되는 것을 볼 수 있다. 따라서 좌굴강도를 높리기 위해서는 캡과 웹의 길이를 무한히 늘리는 것보다 두께를 늘려야 더 효과적이다라는 것을 알 수 있다. Fig. 13에서는 좌굴강도를 높이기 위하여 보강재의 부피를 늘리면서 최적설계를 수행했을 때, 보강재의 부피증가에 따르는 최적형상의 변화는 보강재의 두께와 웹의 길이는 증가하며 캡의 길이는 감소한다.

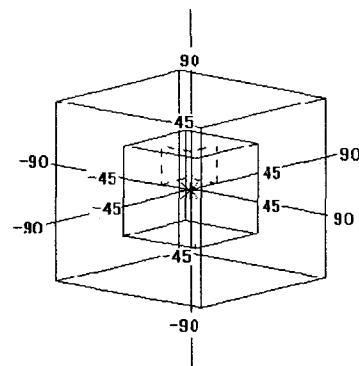
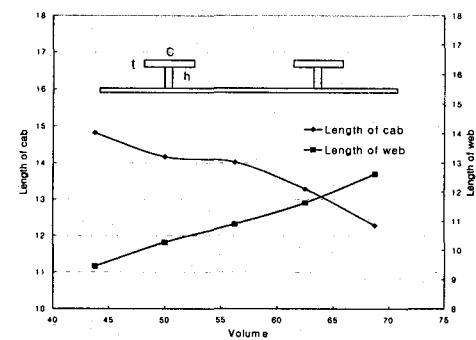
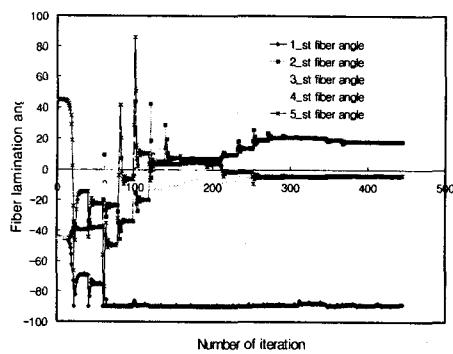
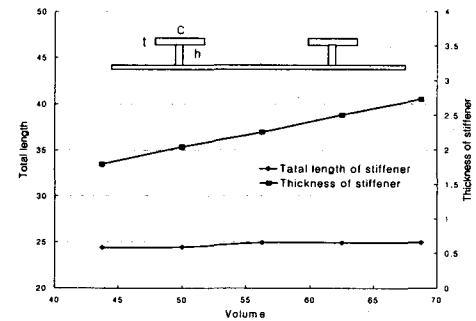
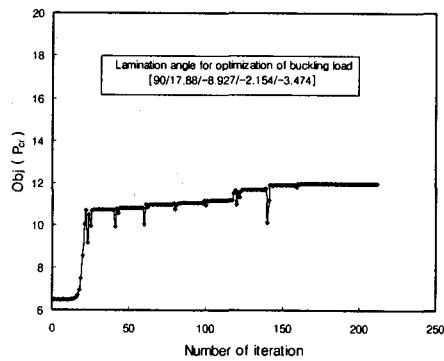
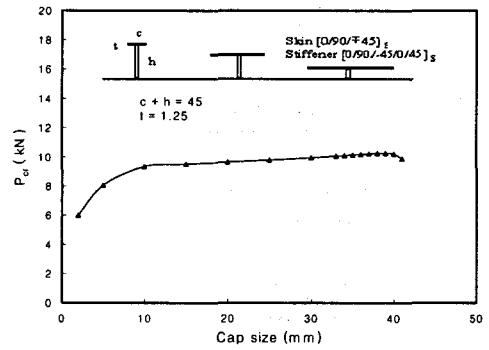
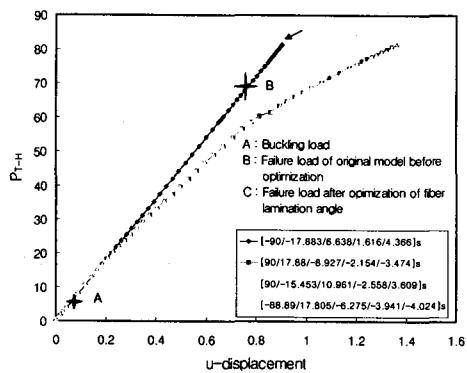


Fig. 7 Starting points of optimization to set reasonably in 3-dimension



**Table 3** Optimal buckling load for lamination angle of start point

후기

[−45/−45/−45/−45/−45]	[−45/+45/−45/−45/−45]	[45/−45/−45/−45/−45]	[45/+45/−45/−45/−45]
: 11.80	: 11.41	: 11.86	: 11.48
[−45/−45/−45/−45/+45]	[−45/+45/−45/−45/+45]	[45/−45/−45/−45/+45]	[45/+45/−45/−45/+45]
: 10.65	: 11.71	: 9.92	: 11.14
[−45/−45/−45/+45/−45]	[−45/+45/−45/+45/−45]	[45/−45/−45/+45/−45]	[45/+45/−45/+45/−45]
: 10.52	: 11.98	: 11.85	: 11.99
[−45/−45/−45/+45/+45]	[−45/+45/−45/+45/+45]	[45/−45/−45/+45/+45]	[45/+45/−45/+45/+45]
: 11.8	: 11.98	: 10.60	: 10.81
[−45/−45/+45/−45/−45]	[−45/+45/+45/−45/−45]	[45/−45/+45/−45/−45]	[45/+45/+45/−45/−45]
: 10.93	: 10.08	: 11.84	: 11.79
②[−45/−45/+45/−45/+45]	[−45/+45/+45/−45/+45]	[45/−45/+45/−45/+45]	[45/+45/+45/−45/+45]
: 11.99	: 10.64	: 11.98	: 11.80
[−45/−45/+45/+45/+45]	[−45/+45/+45/+45/+45]	[45/−45/+45/+45/+45]	[45/+45/+45/+45/+45]
: 10.37	: 11.42	: 11.41	: 10.94
③[−45/−45/+45/+45/−45]	[−45/+45/+45/+45/−45]	③[45/−45/+45/+45/+45]	[45/+45/+45/+45/+45]
: 11.98	: 11.85	: 11.97	: 10.74

**Tale 4** Failure load of optimal lamination angle for buckling load

	[0/90/−45/0/45] 5)s	①[90/−15.45] 10.96/−2.558/s 3.609)s	②[−88.9/17.8] −6.275/−3.94 −4.024)s	③[90/17.88/−17.8] 8.927/−2.154/ −3.474)s	④[−90/−17.8] 1/6.638/1.616/ 4.366)s
Skin	[0/90/±45)s	[0/90/±45)s	[0/90/±45)s	[0/90/±45)s	[0/90/±45)s
Buckling load(kN)	9.866	11.967	11.988	11.985	11.985
Failure load(kN)	71.97	80.910	81.32	83.34	81.27

#### 4. 결론

I-형의 보강된 복합적층판에 대한 좌굴강도 및 좌굴후 파손강도를 평가하였다. 이 결과를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 좌굴강도를 높이기 위해서는 보강재의 형상보다는 보강재의 섬유적층각을 바꾸는 것이 더 효과적이며, 20% 정도의 좌굴강도 향상을 기대할 수 있다.
- (2) 좌굴강도를 기준으로 한 최적섬유각은 14% 정도의 파손강도를 향상시킨다.
- (3) 보강재의 부피를 증가시키며 최적화를 수행했을 때, 좌굴강도를 증가시키기 위한 I-형 보강재의 최적형상은 캡과 웹의 길이 합이 거의 일정한 형상을 갖기 때문에 보강재의 두께를 키우는 것이 더 효과적이다.

본 연구는 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

#### 참고 문헌

- (1) Haftka, R. T. and Walsh, J. L., 1990, "Stacking-sequence Optimization for Buckling of Laminated Plates by Integer Programming", AIAA Jl., Vol. 30, pp. 814~819.
- (2) Riche, R. L. and Haftka, R. T., 1993, "Optimization of Laminated Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic by genetic Algorithm", AIAA Jl., Vol. 31.
- (3) 이인철, 1995, "보강된 복합적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동" KAIST 항공공학과 박사학위 논문, pp. 103~114.
- (4) Elishakoff and LI, Y. W. and Starnes JR, J. H., 1995, "Buckling Mode Localization in Elastic Plates du to Misplacement in The Stiffener Location", Chaos, Solitons & Fractals., Vol. 5, No. 8, pp. 1517~1531.
- (5) Narita, Y. and Leissa, A. W., 1990, "Buckling Studies for Simply Supported Symmetrically Laminated Rectangular Plates", Int. J. Mech. Sci., Vol. 32, pp. 909~924.
- (6) Starnes, J. H. and Knight, N. F. and Rouse, M., 1982, "Postbuckling Behavior of Selected - curved Panels Loaded in Compression", Experimental Mechanics, Vol. 22, pp. 231~236.
- (7) Knight, N. F. and Starnes, J. H., 1988, "Postbuckling Behavior of Selected Curved Stiffened Graphite-Epoxy Panels Loaded in Compression", AIAA J., Vol. 26, No. 3, March, pp. 344~352.
- (8) Dickson, J. N. and Cole, R. T. and Wang, J. T. S., 1980, "Design of stiffened composite panels in the Post-Buckling Range", Fibrous Composites in Structural Design, Plenum Press, New York, pp. 313~327.