

# 평균유속법과 Vortex 방법을 사용한 축류압축기 설계

최민석\* · 윤성호\* · 백제현\*\*

## Axial-Compressor Design with Mean-line Analysis and Vortex Method

Min Suk Choi, Sugno Yoon and Je Hyun Baek

**Key Words:** Axial Compressor(축류 압축기), Preliminary Design(기본 설계), Vortex Method(Vortex 방법), Mean-line Analysis(평균 유속법), Blade(깃), Performance Analysis(성능 해석)

### Abstract

In this study, a program to design a multi-stage axial compressor is developed with mean-line analysis and vortex methods. In a preliminary design stage, a method to design in a short time is needed and mean-line analysis is usually used for this purpose. Arbitrary pressure ratio and reaction can be assigned to generate overall geometry and several vortex methods are adopted to consider the radial distribution of velocity and reaction. The variation of performance, when we use free vortex, forced vortex, and exponential method, is compared and discussed.

#### 기호설명

$U$	깃의 회전 속도	$x$	축방향
$V$	유체의 절대속도	$\theta$	스윙 방향
$W$	유체의 상대속도	$m$	평균 반경
$r$	깃의 반경		
$R$	깃의 반경비(반경/평균반경)		
$h$	엔탈피		
$\alpha$	절대속도와 축방향 사이의 각		
$\beta$	상대속도와 축방향 사이의 각		

#### 하첨자

0	정체점
1	동익 앞
2	동익 뒤
3	정익 뒤

### 1. 서론

축류압축기의 설계는 목적하는 바에 따른 설계 요구 조건에 따라 수행된다. 설계 요구 조건은 총 압축비, 유량, 회전수 등을 들 수 있는데 먼저 대략적으로 단의 수를 결정한 후에 각 단의 설계로 들어가며, 설계가 완료된 각 단은 직렬로 연결하여 다단 압축기를 구성한다. 축류압축기의 설계는 첫째 주어진 설계 조건 하에서 평균 반경 및 이를 기준한 자오면 상에서의 열역학적, 유체역학적 설계법 계산, 둘째 이에 적합한 익형의 선정과 개발, 셋째 설계점과 탈설계점 성능의 예측 등 삼 단계 작업의 반복으로 이루어진다.

그러나, 열역학, 유체역학 및 기하학적인 수많은 설계 변수가 존재하고 이들이 각기 복잡한 상관

\* 회원, 포항공대 기계공학과 대학원

\*\* 회원, 포항공대 기계공학과

관계를 유지하고 있으므로, 축류압축기를 최대 효율이나 최소 중량과 같은 극단의 조건에 부합하도록 설계하는 것은 위와 같은 재래의 반복적인 방법으로는 거의 불가능하다. 또한 그 과정이 수많은 시행착오를 겪기 때문에 체계적이지 못하다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 60년대 후반부터 수치적 최적화 기법이 축류압축기 설계과정에 도입되어, 축류압축기의 효율 등 성능의 향상과 그 설계 기법이 체계화되는 계기가 되었다. 1970년대부터는 유체 기계의 설계에 실제로 적용되기 시작해서 상당한 성과를 획득했다. 그리고 Horlock<sup>(1)</sup>에 의해서 SRE(Simplified Radial Equilibrium)와 Actuator Disc<sup>(2)</sup> 이론을 이용한 여러 가지 설계법들이 정리되어 현재에도 사용되고 있다.

본 연구에서는 주어진 조건에 따른 다단 축류압축기를 설계하고, 세 가지 vortex 방법을 사용해 갖의 반경에 따른 유동 각도를 예측해 세 가지 방법의 차이점을 살펴보았다.

## 2. 설계과정과 vortex 방법

### 2.1 설계과정

다단 축류압축기를 설계하기 위해서 주어지는 조건은 유량, 효율, 허브팁 비율(hub-tip ratio), 반동도, 압축기 입구에서의 유체 온도, 압력, 압축비 등이다. 이 조건을 이용해서 먼저 축류압축기 입구와 출구에서의 형상을 결정해야 하는데, 하나의 단만 가지고 있는 압축기로 가정을 하고서 입구와 출구에서의 온도, 압력, 허브(hub), 반지름, 팁(tip) 반지름, 평균 반경(mean radius) 등을 결정한다. 그 다음에 다단 축류압축기의 단수를 결정해야 한다. 오일러(Euler) 방정식과 de'Haller 정리를 사용해서 압축기 한 단에서 상승할 수 있는 최대 온도를 구한다. 이 값으로 압축기 입, 출구에서의 온도차를 나누어서 단의 수를 구한다.

압축기의 입, 출구에서의 조건과 단수가 구해지면 각 단의 평균 반경에서 유체의 속도와 열역학적 특성, 각 단에서의 허브 반지름, 팁 반지름 등을 계산한 후에 vortex 방법을 이용해서 반경에 따른 유체의 속도와 방향을 구한다.

### 2.2 Vortex 방법

Vortex 방법은 축류압축기 내의 복잡한 유동현

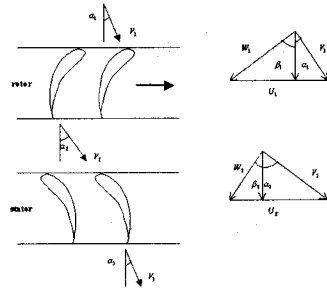


Fig. 1 Velocity triangle

상을 간략하게 기술하기 위해서 도입되었다. 현재 많이 쓰이는 방법은 free vortex 방법, forced vortex 방법, exponential flow 방법이며 이에 대해 자세히 알아보자.

유체의 각 속도성분을 Fig. 1과 같이 정의할 경우, Cohen<sup>(3)</sup>에 의하면 일반적인 3차원 유동을 기술하는 vortex energy equation은 다음과 같다.

$$\frac{dh_0}{dr} = V_x \frac{dV_x}{dr} + V_\theta \frac{dV_\theta}{dr} + \frac{V_\theta^2}{r} \quad (1)$$

각 단에서 전 온도(total temperature)가 같다고 가정하면, 동역에서 주어지는 일에 의해서  $h_0$ 가 축방향으로는 계속 증가하지만 반경방향으로는 일정하게 된다. 따라서  $\frac{dh_0}{dr} = 0$ 가 성립하게 되며 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$V_x \frac{dV_x}{dr} + V_\theta \frac{dV_\theta}{dr} + \frac{V_\theta^2}{r} = 0 \quad (2)$$

#### 2.2.1 Free vortex 방법

축 방향의 속도성분  $V_x$ 가 반경방향에 대해서 일정하다고 가정하면 식 (2)에서  $\frac{dV_x}{dr} = 0$ 가 되므로 다음과 같이 정리된다.

$$V_\theta \frac{dV_\theta}{dr} + \frac{V_\theta^2}{r} = 0 \quad (3)$$

$$V_\theta \frac{dV_\theta}{dr} = -\frac{V_\theta^2}{r} \quad (4)$$

식 (4)를 적분하면 다음과 같은 free vortex 관계식이 얻어진다.

$$V_\theta r = K \quad (5)$$

이 때,  $K$ 는 상수이다.

### 2.2.2 Forced vortex 방법

식 (2)를 변형하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$V_x \frac{dV_x}{dr} + \frac{V_\theta}{r^2} \frac{d}{dr}(rV_\theta) = 0 \quad (6)$$

Forced vortex 방법이므로

$$V_\theta/r = K(K:상수) \quad (7)$$

을 식 (6)에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d}{dr} V_x^2 + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr}(K^2 r^4) = 0 \quad (8)$$

이 식을 계산하면

$$d(V_x^2) = -2K^2 r dr \quad (9)$$

식 (9)을 평균 반경에서 임의의 반지름까지 적분하면

$$V_x^2 = (V_x^2)_m + 2K^2 r_m^2 - 2K^2 r^2 \quad (10)$$

이 되고,  $(V_x^2)_m + 2K^2 r_m^2 = A$ 라 하면 축방향의 속도 성분은 다음 식으로 얻어진다.

$$V_x = \sqrt{A - 2K^2 r^2} \quad (11)$$

### 2.2.3 Exponential flow 방법

축류압축기를 설계하는 경우에 각 단에서 반경 방향으로 가해지는 일이 같다고 가정하자. 그리고 이 조건을 만족시키면서 임의의 스윙 속도 분포 (swirl velocity distribution)를 가질 수 있도록 스윙 속도를 정의해보자.

먼저 반경 방향의 각 환형(annulus)에서  $\frac{dh_\theta}{dr} = 0$ 를 만족하기 위해서는,  $U(V_\theta - V_{\theta 1})$ 가 일정해야 한다. 따라서 다음과 같은 속도분포를 고려해 볼 수 있다.

$$V_{\theta 1} = aR^n - \frac{b}{R} \quad (12.a)$$

$$V_\theta = aR^n + \frac{b}{R} \quad (12.b)$$

여기에서  $R=r/r_m$ 이고, a,b는 상수이다.

그러면  $U(V_\theta - V_{\theta 1}) = 2bU_m$ 이 되므로 위의 가정을 만족한다. 특별히 exponential flow는 식 (12)에서  $n=0$ 일 경우를 말한다. 즉,

$$V_{\theta 1} = a - \frac{b}{R} \quad (13.a)$$

$$V_\theta = a + \frac{b}{R} \quad (13.b)$$

식 (2)를 변형하면

$$V_x dV_x + V_\theta dV_\theta + \frac{V_\theta^2}{R} dR = 0 \quad (14)$$

이 식을  $R=1$ (평균 반경)에서부터 임의의 반경비 R까지 적분한다.

$$-\frac{1}{2} [V_x^2]_1^R = \frac{1}{2} [V_\theta^2]_1^R + \int_1^R \frac{V_\theta^2}{R} dR \quad (15)$$

여기에 식 (13.a)을 대입하면 동익 입구에서 임의의 반지름에서의 축방향 속도를 구할 수 있다.

$$(V_x^2)_1 - (V_x^2)_m = -2 \left[ a^2 \ln R + \frac{ab}{R} - ab \right] \quad (16)$$

마찬가지로, 동익 출구에서는 식 (13.b)를 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$(V_x^2)_2 - (V_x^2)_m = -2 \left[ a^2 \ln R - \frac{ab}{R} + ab \right] \quad (17)$$

## 3. 설계조건

### 3.1 축류압축기 설계 조건

주어진 설계 조건은 Table 1에 나타나 있다.

Table 1 Design Condition

Inlet total pressure	101.3kPa
Inlet total temperature	288K
Pressure Ratio	4.15
Balder Tip speed(1st stage)	355.3m/s
Mass flow rate	25kg/s
Degree of reaction	0.6
Efficiency at each stage	0.9

### 3.2 설계 과정에서 사용된 가정

- (1) 압축기 입구에서는 공기의 스윙 방향 속도는 없다고 가정한다. 깃 가까이에 있는 공기는 회전 성분이 있겠지만 고려하지 않았다.
- (2) 압축기의 각 단에서의 평균 반경이 일정하다고 가정한다. 다만 압축기에 따라서 팁 반경 또는 허브 반경을 일정하게 하는 경우도 있지만, 여기서는 평균 반경을 일정하게 두었다.
- (3) 평균 반경에서의 축방향 속도성분을 일정하게

다. 다만 축류압축기는 뒷 단으로 갈수록 단면적이 작아지므로, 평균반경에서의 축방향 속도가 일정하면 연속방정식을 만족시키기 위해서 유체의 밀도가 변화한다.

#### 4. 결과

Table 1에서 주어진 조건을 이용하면 6단의 다단 축류압축기가 설계된다. Fig. 2는 평균 반경에서, 각 단 입구의 정 압력(static pressure), 전 압력(total pressure)와 출구의 전 압력을 나타내고 있다. 조강래<sup>(4)</sup>에 의하면, 다단 축류압축기에서는 각 단에서의 압축비가 일정할 경우에 가장 작은 일을 이용해서 원하는 압축비를 얻을 수 있는데, 설계된 다단 축류압축기에서 각 단의 압축비는 1.25~1.3으로 거의 일정하다. Fig. 3은 평균 반경에서의 각 단에서의 정 온도, 전 온도를 나타내고 있다. 각 단에서의 온도의 증가량이 일정함을 알 수 있다. Fig. 4는 각 단 평균 반경에서의 공기의 밀도를 나타내는데, 단을 지날수록 밀도가 증가함을 보인다. 이는 각 단을 지남에 따라서 온도의 증가량보다 압력의 증가량이 크기 때문이다.

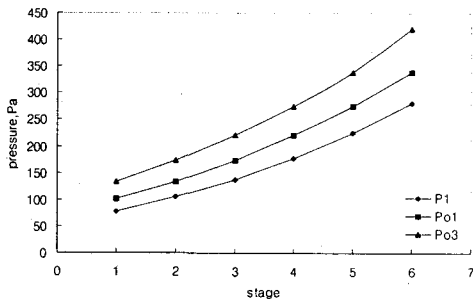


Fig. 2 Pressure at each stage

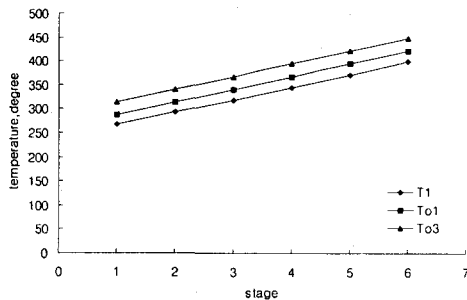


Fig. 3 Temperature at each stage

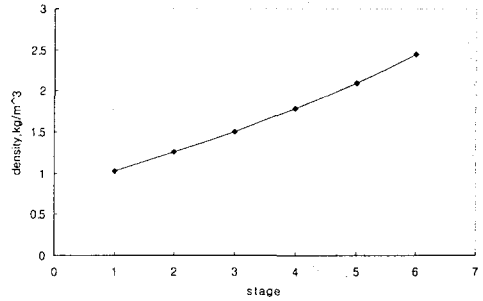


Fig. 4 Density at each stage

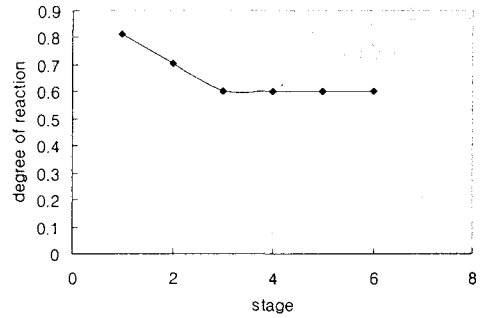


Fig. 5 Degree of reaction at each stage

설계조건에서 주어진 각 단에서의 반응도 값은 0.6이다. 그러나 Fig. 5에서처럼 1단 평균 반경에서 반응도를 구해보면 0.838로서 디자인 값보다 크다. 그러나 1단에서의 평균 반경에서 반응도 값이 너무 작은 경우에 free vortex 방법을 쓰면 허브 부근에서는 반응도가 음의 값을 가지게 되어 축류압축기의 성능이 떨어지게 된다. 그러므로 1단에서의 높은 반응도는 합리적인 값이다. 2단에서 반응도가 0.719가 된 것은 프로그램 상에서 반응도 값을 첫 단의 반응도 값과 설계 값의 평균값으로 지정해 주어서이다. Cohen<sup>(3)</sup>에 의하면, 일반적으로 원하는 반응도 값은 다단 압축기에서 3단 이후의 단에 적용된다.

Fig. 6, 7, 8은 세 가지 vortex방법을 이용해서 설계한 다단 축류압축기의 3번째 단에서의 반경에 따른 유동 각도를 나타내고 있다. 허브와 팁에서의 유동의 전향각(deflection angle,  $\beta_1-\beta_2$ )을 살펴보면, 세 방법 모두 팁으로 갈수록 전향각이 작아지고 있다. 이는 것이 허브에서는 많이 휘어 있고, 팁에서는 평평하다는 것을 의미한다. 따라서 허브에서는 유체

에 의한 부하(load)가 많이 걸리고, 팁에서는 부하가 적게 걸림을 알 수 있다. 그러나 free vortex 의 경우가 다른 경우보다, 허브와 팁에서의 전향각의 차이가 큰데, 이는 free vortex 방법에 의해 설계된 것이 더 많이 꼬여 있어 부하가 많이 걸림을 의미한다. 따라서 깃에 걸리는 부하를 줄이기 위해서는 forced vortex 방법이나 exponential flow 방법을 쓰는 것이 좋다.

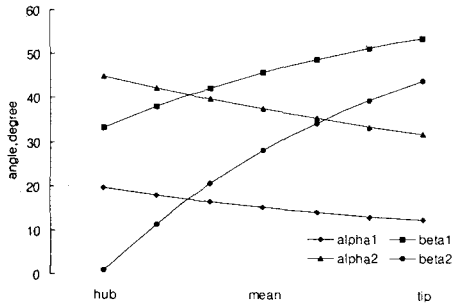


Fig. 6 Radial variation of air angle (3rd stage, free vortex flow)

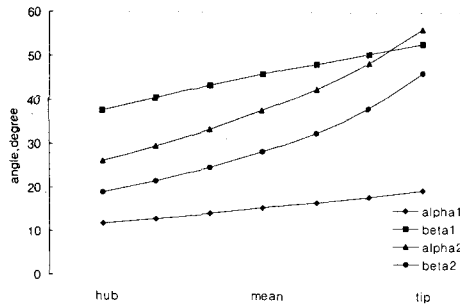


Fig. 7 Radial variation of air angle (3rd stage, forced vortex flow)

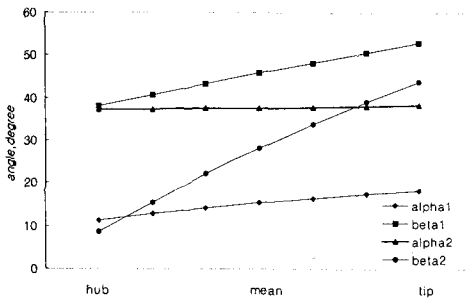


Fig. 8 Radial variation of air angle (3rd stage, exponential flow)

Fig. 9에는 동익을 지난 유체의 반경에 따른  $V_x$ ,  $V_\theta$ 를 나타내고 있다. Free vortex 방법의 경우에는  $V_x$ 는 일정하고,  $V_\theta$ 는 반지름에 반비례한다. Forced vortex 방법의 경우에는 반경이 커질수록  $V_x$ 는 감소하고,  $V_\theta$ 는 반경에 비례한다. Exponential flow의 경우에는  $V_x$ ,  $V_\theta$  모두 반경이 커짐에 따라 감소하지만, 값이 거의 일정하다. Forced vortex 방법에서는 반경이 커짐에 따라  $V_x$  값이 많이 줄어드는데, 이것은 유량이 작아서 평균 반경에서의  $V_{xm}$ 이 너무 작은 경우에는 팁 근처에서는 식 (11)을 사용해서  $V_x$ 값을 계산할 수 없는 문제를 발생시킬 수 있다. 따라서 forced vortex 방법은 유량이 작은 축류압축기 설계에서는 적합하지 않다.

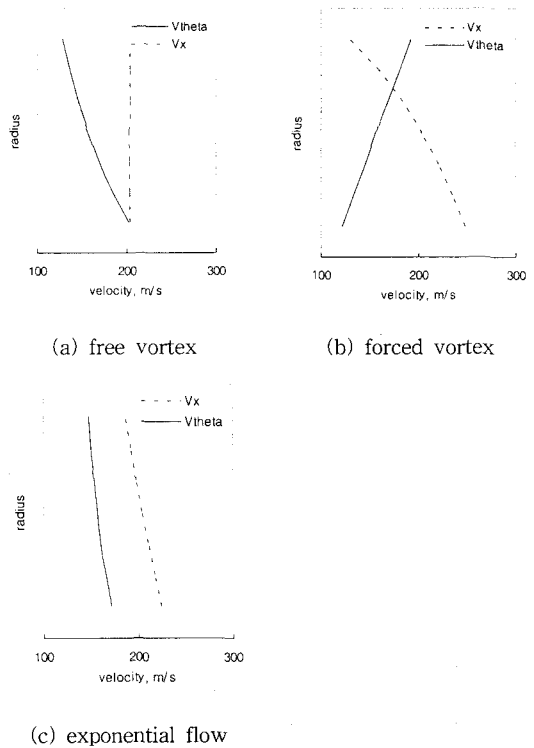


Fig. 9 Variation of velocity(3rd stage, after rotor)

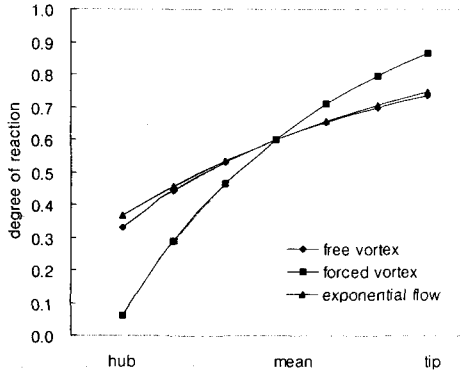


Fig. 10 Comparison of degree of reaction

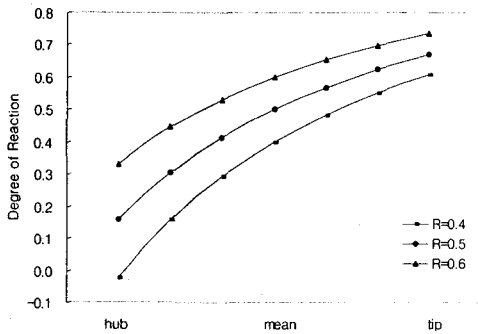


Fig. 11 Variation of degree of reaction  
(3rd stage, free vortex)

Fig. 10은 세 가지 방법으로 계산된 축류압축기 셋째 단에서 반경에 따른 반응도의 변화를 볼 수 있다. 전체적으로 팁 쪽에서 큰 반응도를 가지고, 허브에서는 작은 반응도를 가진다. 그러나 forced vortex 방법은 허브와 팁의 반응도 차이가 많이 난다. Free vortex 방법도 exponential flow 방법보다는 허브와 팁의 반응도 차이가 많이 난다. 따라서 만약 평균 반경에서의 설계할 반응도가 작은 경우에, forced vortex 방법이나 free vortex 방법을 적용한다면 exponential flow 방법을 적용할 때 보다 허브에서 반응도가 음이 될 가능성이 많다. Fig. 11은 평균 반경에서의 반응도를 변화시키면서 free vortex 방법을 사용해서 설계한 축류압축기의 3단에서의 반응도를 나타낸다. 평균 반응도가 0.4 일 경우에 허브에서 반응도가 음이 되었다. 음의 반응도가 될 경우에 축류압축기의 성능이 저하되므로 좋지 못하다. 따라서 허브에서의 반응도를 고

려한다면 exponential flow 방법을 사용하는 것이 좋다.

## 5. 결론

평균 유속법과 vortex 방법을 사용하여 다단 축류압축기를 설계하는 프로그램을 개발하였다. 이때, free vortex 방법, forced vortex 방법, exponential flow 방법을 사용해서 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 첫 단에서는 설계 조건으로 주어진 반응도보다 큰 값이 나타난다.
- (2) Vortex 방법을 사용하였을 경우 압축기 동익은 허브에서 전향각이 크고 팁에서는 전향각이 작으며, 허브에서 더 심한 부하가 걸린다.
- (3) Free vortex 방법은 각 단에서 반경에 상관없이 축방향 속도가 일정하지만, forced vortex 방법과 exponential flow 방법의 경우 반경에 따라서 축방향 속도 성분이 변한다.
- (4) 평균반경에서 유체의 축방향 속도가 작은 경우에 forced vortex 방법은 적절치 못하다.
- (5) 깃에 걸리는 부하와 반경에 대한 반응도를 고려할 경우에 축류압축기를 설계하는 데에는 exponential flow 방법이 타당하다.

## 후기

본 연구는 '에너지기술 학술진흥 사업'의 연구과제로 수행되었습니다. 이에 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Horlock, J. H., 1958, "Axial Flow Compressors, Fluid Mechanics and Thermodynamics," Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida
- (2) Lewis, R. I., 1996, "Turbomachinery Performance Analysis," ARNOLD, London
- (3) Cohen, H., Rogers, G. F. C. and Saravanamuttoo, H. I. H., 1996, "Gas Turbine Theory," 4th ed., Longman Group Limited, U.K
- (4) 조강래, 1998, "유체기계", 개정판, 음성문화사