

마이크로 임계노즐 유동의 CFD 예측

김재형* · 우선훈* · 김희동**

A CFD Prediction of a Micro Critical Nozzle Flow

Jae-Hyung Kim, Sun-Hun Woo, Heuy-Dong Kim

Key Words : Discharge Coefficient (유출계수), Micro Critical Nozzle (마이크로 임계노즐), Choke (초크), Compressible Flow (압축성 유동), Boundary Layer (경계층)

Abstract

Computational work using the axisymmetric, compressible, Navier-Stokes Equations is carried out to predict the discharge coefficient of mass flow through a micro-critical nozzle. Several kinds of turbulence models and wall functions are employed to validate the computational predictions. The computed results are compared with the previous experimented ones. The present computations predict the experimental discharge coefficients with a reasonable accuracy. It is found that the standard $k-\epsilon$ turbulence model with the standard wall function gives a best prediction of the discharge coefficients. The displacement thickness of the nozzle wall boundary layer is evaluated at the nozzle throat and is well compared to a prediction obtained by an empirical equation. The resulting displacement thickness of the wall boundary layer is about 2% to 0.6% of the diameter of the nozzle throat for the Reynolds numbers of 2000 to 20000.

1. 서 론

최근 산업기반 및 생활환경이 변화함에 따라 다양한 분야에서 기체의 사용이 증가하면서 유량 계측의 정확도가 제품의 성능 및 신뢰도를 결정짓는 매우 중요한 요소가 되고 있으며, 일상 생활에서도 기체유량의 측정이 매우 중요시되고 있다.

일반적으로 기체 유량계는 사용압력, 온도, 유량의 범위가 다르면 측정 오차가 크게 발생하기 때문에 보다 정확한 유량계의 필요성이 대두되면서 압축성 유동의 대표적 현상인 초크(choke) 현상을 이용한 임계노즐(critical nozzle)의 사용이 증대되고 있다.

기체역학 이론에 의하면, 노즐 상/하류에 적용되는 압력비가 어느 임계압력비 이상이 되면 노즐을 통하는 유동은 노즐 목에서 초크하게 된다.⁽¹⁾ 이 경우 노즐목에서 유동은 노즐 하류에서 적용되는 압력조건에 더 이상 의존하지 않게 된다. 이와 같

은 기체유동의 초크현상을 이용하여, 기체유동의 유량을 측정하는 목적으로 사용되는 노즐을 임계노즐이라 하며, 임계노즐의 경우 노즐 상류에서 주어지는 압력, 온도 및 기체의 종류가 알려지면, 노즐을 통하는 기체유량을 용이하게 예측할 수 있다. 그러나 이와 같은 유동의 초크현상은 기체의 점성이나 노즐 벽면에서 발생하는 열전달 등의 효과를 고려하지 않은 것으로, 노즐 목에서 발생하는 유동의 초크현상은 벽면에서 발생하는 경계층과 벽면 열전달, 노즐 벽면의 국소곡률, 노즐 확대부에서 발생하는 압력손실 등으로 인해, 이론예측값과 실험값의 차이를 초래하게 되는 주요 원인으로 된다.

종래 임계노즐 유동에 관한 연구에 의하면, 임계노즐을 통하는 기체유동의 유출계수(discharge coefficient, C_d)는 노즐 상류에서 발생하는 유동의 레이놀즈수의 함수로 얻어질 수 있다고 보고하고 있다.^(2,3) 예를 들면 레이놀즈수가 증가하면 유출계수의 값은 증가하여, 레이놀즈수가 매우 높은 경우 유출계수는 1.0 에 접근하게 된다. 이는 주어진 노즐 형상에 대해서 유출계수가 노즐 목 상류의

* 안동대학교 대학원

** 회원, 안동대학교 기계공학부

유동상태량만의 함수로 주어진다 것을 의미한다. 그러나 미소 임계노즐의 경우 노즐 목의 직경은 매우 작으며, 노즐목을 특성길이로 하는 레이놀즈수는 높지 않다. 이 경우 노즐 목에서 발생하는 경계층 유동을 직접 측정하는 것은 극히 곤란하다. 또 기체의 종류가 달라질 경우, 유출계수값에 미치는 레이놀즈수의 의존성이 달라지게 되므로, 실제의 유량예측이나 검증에서는 모든 기체에 대하여 유량검증을 하지 않으면 안되는 실정이다. 따라서 대표적인 질소가스를 이용하여, 유량검증 실험을 수행하여, 다른 기체의 유량예측이나 검증에 활용하고 있지만⁽⁴⁾, 이 방법은 물리적인 타당성을 제공하지 못하며, 오차 또한 상당히 클 것으로 판단된다.

임계노즐 유동에서 레이놀즈수가 매우 낮은 경우 유출계수의 값은 비현실적으로 낮아져, 실제의 기체유량검증에 곤란을 초래하게 된다. 이것은 노즐 벽면의 경계층의 효과가 증대하여, 노즐목에서 1 차원적인 유동의 초크현상이 발생하지 않기 때문이다. 이 경우 노즐에서 유동이 초크할 수 있는 충분한 압력비의 조건에도 불구하고 노즐을 통하는 유동은 하류의 압력변동 등에 의존하게 되며, 노즐 목에서 발생하는 유동의 초크현상은 복합초크(compound choke)⁽⁵⁾의 형태로 나타날 수 있다. 따라서 임계노즐의 경계층 및 벽면 열전달 등의 효과를 최대한 경감시키고, 노즐 목에서 발생하는 음속선을 노즐 단면에 걸쳐 균일하도록 할 수 있다면, 유출계수의 값은 1.0 에 매우 가깝게 될 뿐만 아니라, 기체의 종류가 바뀐다고 하더라도 노즐을 통하는 유량을 용이하게 예측할 수 있으리라 판단된다.

종래의 연구에서, Tang 등⁽⁶⁾과 Geropp⁽⁷⁾는 낮은 레이놀즈수에서 임계노즐의 종류 경계층에 대한 해를 실험으로 증명해 보였으며, Hall⁽⁸⁾은 비점성 유동장에서 급수전개법을 이용해 경계층 두께에 대한 해를 얻었다. 또 최근에 Ishibashi 등⁽⁹⁾은 초정밀 가공 노즐을 사용하여 이론적인 유출계수(C_d)를 도출하였으며, Choi 등⁽¹⁰⁾은 ISO9300 에서 제시하는 마이크로임계노즐의 형상을 이용하여, 저 레이놀즈수의 영역에서 임계노즐의 유출계수를 실험적으로 조사하였다.

최근까지 수치계산법을 이용하여, 마이크로 임계노즐 유동을 예측한 연구 결과는 매우 드물다. 따라서 본 연구는 수치계산법을 이용하여 임계노즐의 유출계수를 구하고, 그 결과를 이전의 실험 결과⁽⁴⁾와 비교하였다. 또 수치계산에 적용되는 난류모델과 벽함수를 변화시켜, 수치계산 결과의 타

당성을 조사하였다.

2. 수치해석법 및 이론

본 연구에서는 임계노즐의 유동을 N₂, O₂, H₂, Ar, 의 4 가지 기체에 대하여 수치해석을 수행하였다. 본 연구에서 적용하는 마이크로 임계노즐의 경우, 노즐 벽면 부근의 격자배치, 난류모델, 벽면부근의 수치격자와 관련된 벽함수의 선택 등 수치적으로 많은 곤란한 점이 있다. 따라서 본 연구에서는 $k-\epsilon$ standard, $k-\epsilon$ RNG, $k-\epsilon$ Realizable, Spalart-Allmaras(1 equation), Reynolds Stress(5 equation)의 5 가지 난류모델과 Standard wall function, Non-equilibrium wall function, Two-layer zone model 의 3 가지 벽함수를 적용하여, 임계노즐 유동을 보다 타당하게 예측할 수 있는 난류모델을 조사하였다. 또 수치계산에서 얻어진 경계층 유동의 적분 상태량을 이전의 Geropp⁽⁷⁾가 제시한 노즐목에서 발생하는 배제 두께에 대한 이론식과 비교하였다.

수치계산에서는 다음의 식들로 주어지는 축대칭 압축성 Navier-Stokes 방정식에 유한체적법을 적용하였다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) &- \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i H) &= \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(x + \frac{\mu_i}{Pr_i} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + u_j (\tau_{ij})_{eff} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

위의 식들을 유한체적법으로 이산화하여 공간항에 대해서는 풍상차분법, 시간항의 적분은 4 단계 Runge-Kutta 법을 적용하였다. 한편 유출계수는 노즐 입구의 전압(P₀)과 정체 온도(T₀)로 1 차원 등엔트로피 이상기체 방정식을 사용하여 계산된 이론 유량(Q_{theo})과 본 연구에서 수치계산 결과로부터 얻어지는 실제 유량(Q_{act})과의 비로 나타낼 수 있다.

$$C_d = \frac{Q_{act}}{Q_{theo}} \quad (4)$$

또 이론 유량은 1 차원 등엔트로피 이상기체 방

정식을 이용한 다음 식으로 나타낸다.

$$Q_{theo} = A \times C_c \times \frac{P_o}{\sqrt{R \times T_o}} \quad (5)$$

여기서 A 는 노즐 목의 단면적, R 은 기체상수이며 C_c 는 이상기체의 유동 함수로 다음과 같이 주어진다.

$$C_c = \sqrt{k \times \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (6)$$

위의 식에서 k 는 기체의 비열비이며, 이론 유량을 이용한 레이놀즈수는 다음과 같이 정의된다.

$$Re \equiv \frac{4 \times Q_{theo}}{\pi \times D \times \mu_o} \quad (7)$$

여기서 D 는 노즐 목의 직경이며, μ_o 는 노즐의 상류 조건에서의 점성계수이다.

한편 노즐 목에서 발생하는 경계층의 배제 두께는 다음의 Geropp⁽⁷⁾가 제시한 이론과 비교하였다.

$$\delta^* = \frac{D}{\sqrt{Re} \times m} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{2k-1}} \left(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \frac{k-1}{\sqrt{3}} \right) \quad (8)$$

위에서 m 은 노즐 형상과 비열비의 함수로 다음과 같이 정의된다.

$$m = \sqrt{\frac{2D}{R_a} \times \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{3k-1}{k-1}}} \quad (9)$$

위의 식에서 R_a 는 노즐 목의 곡률반경이다.

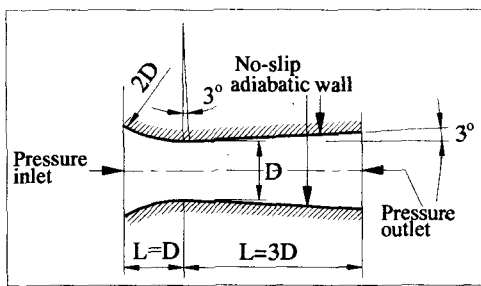


Fig. 1 Schematic diagram of critical nozzle

Fig. 1 에는 본 수치계산에 적용된 임계노즐의 개략도를 나타내었다. 노즐 목 직경(throat diameter) 은 $D=0.5935\text{mm}$ 이며 노즐 목에서부터 출구까지의 길이는 $3D$ 이다. 또 노즐 목의 곡률반경은 $2D$ 이며 노즐 확대반각과 노즐 목에서 확대반각이 시작되는 위치까지의 각은 3° 이다.

Fig. 2 는 본 수치계산에 사용된 정렬 격자계를

나타낸 것으로, 격자점은 대략 24000 개이며, 벽면의 경계층이 발달하는 부분과 유동이 초크할 것으로 예상되는 노즐 목 부분에 격자점을 집중시켰다.

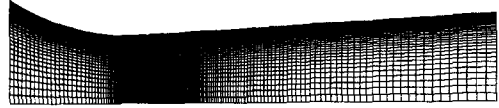


Fig. 2 Computational grid system

유동은 왼쪽으로부터 오른쪽 방향으로 향하며, 임계노즐의 상류의 전압 p_o 는 50kPa 에서 250kPa 의 범위에 대하여 계산을 수행하였다. 이때 노즐 입/출구의 온도 T_o 는 실온 25°C 로 적용했으며, 다음으로 유출계수에 미치는 상류온도의 영향을 조사하기 위해서 $T_o=5, 10, 20, 40, 80^\circ\text{C}$ 로 변화시켰다.

노즐 하류 경계에는 유출 조건으로 Pressure outlet 을, 벽면에는 단열 No-slip 벽 조건을 적용하였다. 본 연구의 임계노즐의 유동장이 노즐의 중심축에 대하여 대칭 형태이므로, 유로의 상반부에 대해서만 계산을 수행하였다. 본 연구의 수치해의 수렴은 소산율 $\epsilon=10^{-5}$ 에 대하여 약 3000 회의 반복 계산이 소요되었으며, 노즐 입구와 출구에서 질량 유량의 변화를 조사하여, 이러한 계산 영역의 경계를 출입하는 질량 유량의 합이 $\pm 0.5\%$ 이하로 되는 조건을 수치해가 수렴한 것으로 판정하였다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 3 에는 노즐의 중심축을 따르는 정압분포를 나타내었다. 그림의 횡축은 노즐 목을 원점으로 하는 축방향의 거리 x 를 노즐 목 직경 D 로 무차원한 값을 x/D 로, 그리고 종축은 국소정압을 노즐 입구의 전압력 p_o 으로 무차원한 값을 나타낸다. 따라서 그림에서 $x/D=-1$ 은 노즐의 입구를, $x/D=3$ 은 출구 그리고 $x/D=0$ 은 노즐 목이다. 본 연구에서 적용된 모든 작동기체에 대하여, 유동이 노즐목을 통과하는 경우 아음속에서 초음속으로 가속한다. 노즐 목에서 유동은 초크하게 되며, 작동기체가 변화하는 경우에 국소 압력 값은 달라지게 된다. 예를 들면 노즐목에서 Ar 기체의 압력은 다른 기체에 비하여 더 낮다. 이는 기체의 비열비의 영향때문이며, 본 계산결과에서

가벼운 기체일수록 노즐목에서 압력값이 높아진다는 것을 알 수 있다.

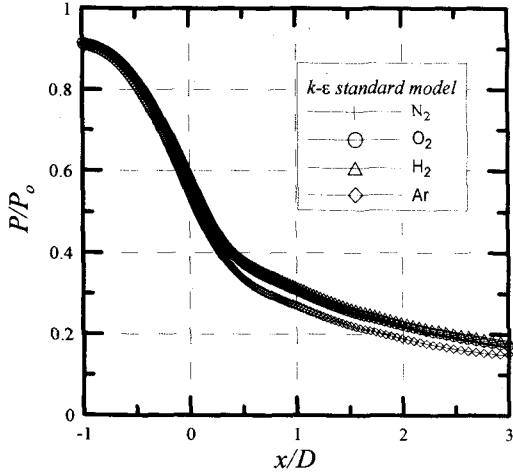


Fig. 3 Static pressure distribution along the axis

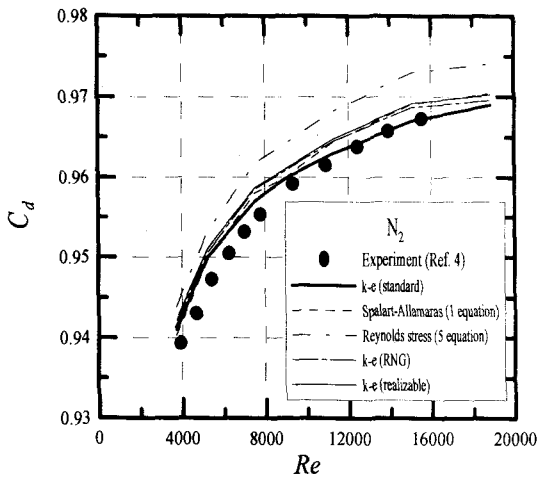


Fig. 4 Discharge coefficient C_d vs Re

Fig. 4 와 Fig. 5 에는 작동기체가 N_2 와 O_2 인 경우, 수치계산에서 사용된 난류 모델이 유출계수 C_d 의 예측에 미치는 영향을 나타내었다. 수치계산에서는 표준 벽함수를 사용하였으며, 다섯 종류의 난류모델을 적용하였다. 그림의 횡축의 값은 식(7)에서 정의한 바와 같이, 노즐 입구의 상태량과 노즐의 기하학적인 직경 D 를 특성길iero 하는 레이놀즈수 Re 를 의미한다. 그림으로부터 레이놀즈수가 증가하는 경우 유출계수의 값은 급격하게 증가하여, 레이놀즈수가 20000 정도로 되면 유출계수의 값이 약 0.97 정도로 된다. 또 레이놀즈수가 비교적 낮은 범위에서는 레이놀즈수의 증가에 대한 유출계수값의 증가율이 큰 것으로 보이지만, 레이놀즈수가 상대적으로 큰 범위에서 레이놀즈수의 증가에 대한 유출계수값의 증가율은 크지 않은 것으

로 보인다. 그림으로부터 표준 $k-\epsilon$ 난류모델을 이용한 수치계산 결과와 실험값은 상당히 잘 일치한다는 것을 알 수 있다. 그러나 작동기체에 관계없이 Reynolds Stress 모델과 Spalart-Allmaras 모델은 유출계수 값을 과대평가하는 것으로 나타난다.

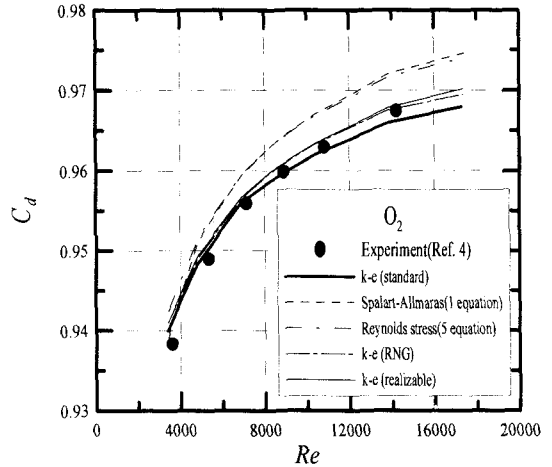


Fig. 5 Discharge coefficient C_d vs Re

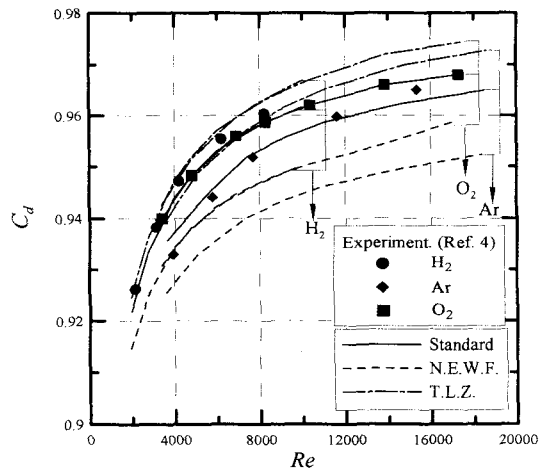


Fig. 6 Discharge coefficient C_d vs Re

Fig. 6 에는 표준 $k-\epsilon$ 난류모델을 사용한 경우, 유출계수의 예측에 미치는 벽함수의 영향을 나타내었다. 그림에서 ●, ◆ 및 ■는 실험값(4)을 나타내며, Standard는 표준 벽함수(Standard wall function), N.E.W.F.는 비평형 벽함수(Non-Equilibrium wall function), 그리고 T.L.Z.는 Two-layer zone model 을 나타낸다.

그림에 나타난 세가지 기체에 대하여, 표준벽함수가 유출계수를 가장 잘 예측하는 것으로 보이며, 비평형 벽함수는 유출계수의 값을 과소평가하는 것으로 나타난다. 한편 위의 Fig. 4, 5 그리고 6의 결과로부터 레이놀즈수가 낮은 범위에서는 난류모델이 변화할 경우 유출계수의 예측에서 큰 차이를

보이지 않지만, 레이놀즈수가 높아지면 유출계수의 예측에 난류모델의 영향이 커진다는 것을 알 수 있다. 이하의 수치계산 결과들은 표준 $k-\epsilon$ 난류모델과 표준 벽함수를 적용한 수치계산 결과를 토의한다.

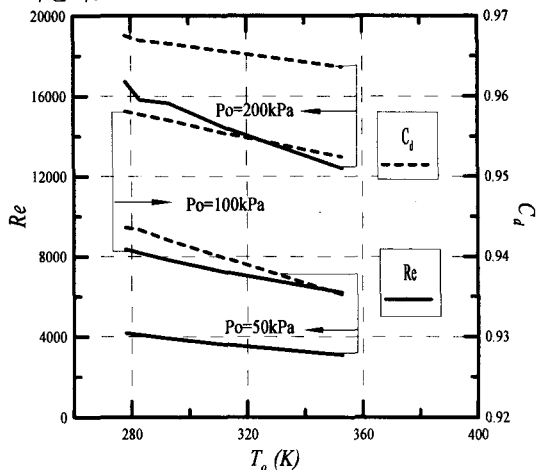


Fig. 7 Effect of T_0 on Re and C_d (N_2)

Fig. 7에는 작동기체의 온도가 유출계수에 미치는 영향을 나타내었다. 주어진 노즐 입구압력에 대하여, 기체의 온도가 증가할수록 유출계수의 값은 감소한다. 이는 기체의 온도가 증가할수록 레이놀즈수가 낮아져, 유출계수에 미치는 노즐벽면 경계층의 영향이 증가하기 때문이다. 또 주어진 기체의 온도에 대하여, 노즐입구에서 압력이 증가할수록 기체의 밀도가 증가하여, 경계층 유동의 질량유량이 증가하기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 8에는 본 수치계산으로부터 얻어진 노즐목에서 발생하는 난류경계층의 배제 두께(δ^*)와 운동량 두께(θ)를 레이놀즈수의 함수로 나타내었다.

그림으로부터 레이놀즈수가 증가할수록 배제 두께와 운동량 두께의 값은 작아진다. 레이놀즈수가 비교적 낮은 영역에서 레이놀즈수의 증가에 대한 배제 두께와 운동량 두께의 감소율은 크지만, 레이놀즈수가 비교적 큰 영역에서 배제 두께와 운동량 두께의 감소율은 크지 않다. 한편 주어진 레이놀즈수에 대하여, 배제 두께와 운동량 두께의 값은 가장 가벼운 H_2 기체가 가장 작은 것으로 보인다.

Fig. 9에는 본 수치계산의 결과와 식(8)의 경험식의 결과를 비교하였다. 그림의 결과로부터 본 수치계산의 결과는 식(8)의 예측결과보다 다소 높은 배제 두께 및 운동량 두께를 예측하지만, 두 결과간의 일치는 훌륭하다. 한편 본 수치계산 결과로부터 작동기체가 변화할 경우, 구체적으로 N_2 , O_2 , H_2 의 경우 배제 두께의 값은 거의 유사하지만, Ar 인 경우는 타 기체들과 비교하여 배제 두께값이 더 크다. 이것은 Ar 의 경우 N_2 , O_2 , H_2 와 비교

하여 점성계수와 비열비가 크기 때문이다. 본 연구의 수치계산 결과로부터 마이크로 임계노즐의 목에서 발생하는 경계층의 배제 두께는, 레이놀즈수가 2000에서 20000까지의 범위에 대해서, 노즐목 직경의 약 2%에서부터 0.6%정도 된다는 것을 알 수 있다. 더욱이 본 연구의 결과로부터 레이놀즈수가 20000 정도로 되면 유출계수값이 0.97 정도로 저 레이놀즈수에 대한 유출계수값보다 크다.

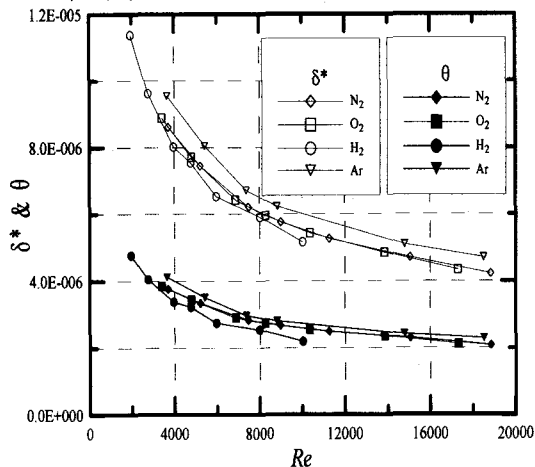


Fig. 8 Boundary layer displacement thickness and momentum thickness

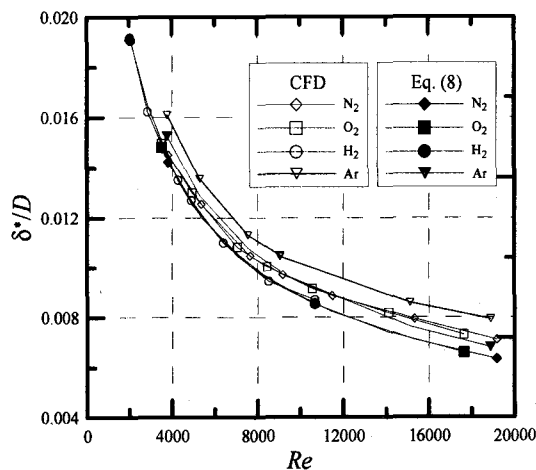


Fig. 9 Comparison of δ^*/D vs Re

Fig. 10에는 δ^*/D 와 유출계수의 관계를 나타내었다. 위의 그림에서 유출계수값은 δ^*/D 에 선형적으로 비례한다는 것을 알 수 있다.

한편 본 연구에서 같이 노즐 목의 곡률반경이 비교적 크고, 직경이 매우 작은 경우, 노즐 목에서 발생하는 속도분포는 벽면 근처의 원심력의 영향으로 벽면근처에서 overshoot의 분포를 가지게 된다. 따라서 본 연구에서 경계층의 적분상태량은 질량유속(mass flux)의 분포를 이용하여 산출하였다.

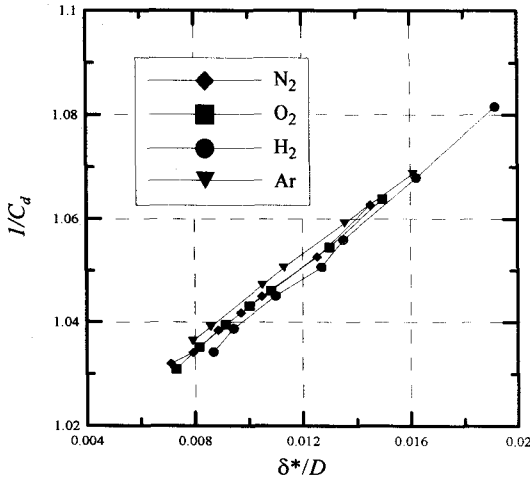


Fig. 10 Comparison of δ^*/D vs $1/C_d$

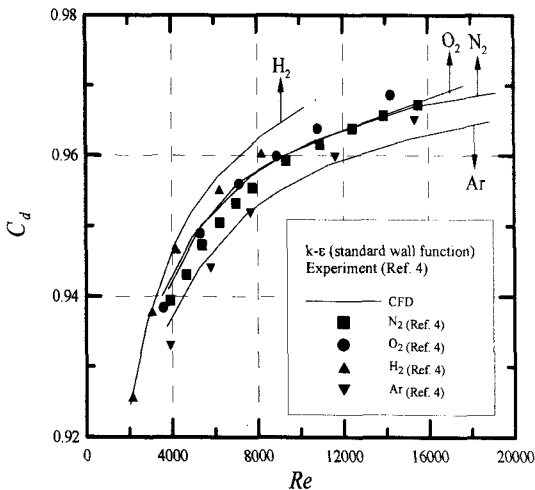


Fig. 11 Discharge coefficient C_d vs Re

Fig. 11 에는 4 가지 다른 기체에 대하여, 본 수치 계산으로부터 얻어진 유출계수의 값을 실험값과 비교하였다. 그림으로부터 작동기체에 따라 유출계수의 예측정도가 다소 달라진다는 것을 알 수 있다. 이로부터 수치계산법으로 마이크로 임계노즐을 통하는 유량을 정확하게 예측하기 위해서는 작동기체의 열역학적 특성에 적합한 난류모델과 벽합수의 사용이 필요하다는 것을 의미한다.

4. 결론

본 연구에서는 마이크로 임계노즐 상류의 상태량 변화에 따른 유출계수를 5 가지 난류모델과 3 가지 벽합수를 적용하여 수치계산한 결과를 실험값과 비교하여 유출계수의 예측을 위한 수치계산법의

타당성을 조사하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 수치계산법은 실험에 의한 유출계수값을 잘 예측하였으며, 표준 난류모델과 표준 벽합수가 유출계수를 가장 잘 예측하였다.
- (2) 노즐 목에서 발생하는 경계층의 배제 두께는 Geropp 이 제시한 이론식과 잘 일치하였으며, 레이놀즈수가 2000 에서 20000 의 범위에서 경계층의 배제두께는 노즐 목 직경의 2.0%~0.6%정도였다.
- (3) 유출계수의 값은 노즐목에서 발생하는 경계층의 배제 두께가 증가할수록 작아지며, 기체의 비열비와 경계층의 두께의 함수로 주어질 수 있다.

참고문헌

- (1) Kim, H. D., Kim, T. H. and Woo, S. H., 1999, "Further Consideration on Internal Gas Flow Choke," 대한기계학회 춘계발표논문집(B), pp. 379-384.
- (2) Hillbrath, H. E., 1981, "The Critical Flow Venturi an Update, Flow: Its Measurement and Control in Science and Industry," Instrument Society of America, Vol. 2, pp. 407-420.
- (3) ISO 9300, 1990, Measurement of Gas Flow by Means of Critical Flow Venturi Nozzles.
- (4) Nakao, S., Irayama, T. and Takamoto, M., 2000, "Relations between the Discharge Coefficients of the Sonic Venturi Nozzle and a Kind of Gases," JSME, Series B, Vol. 66, No. 642, pp. 438-444.
- (5) Bernstein, A., Heiser, W. H. and Hevenor, C., 1967, "Compound Compressible Nozzle Flow," Trans. ASME., Jour. Applied Mechanics, Vol. 37, pp. 548-554.
- (6) Tang, S. P. and Fenn, J. B., 1978, "Experimental Determination of the Discharge Coefficients for Critical Flow through an Axisymmetric Nozzle," AIAA, Vol. 16, No.1, pp. 41-46.
- (7) Geropp, D., 1971, "Laminare Grenzschichten in Ebenen und Rotation Ssymmetrischen Lavalduesen," Deutsche Luft-und Raumfahrt for Schungsbericht, pp. 41-46.
- (8) Hall, I. M., 1962, "Transonic Flow in Two-Dimensional and Axially-Symmetric Nozzles," Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 15, No. 4, pp. 487-508.
- (9) Ishibashi, M. and Takamoto, M., 2000, "Theoretical Discharge Coefficient of a Critical Circular-Arc Nozzle with Laminar Boundary Layer and Its Verification by Measurements using Super-Accurate Nozzles," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 305-313.
- (10) Choi, Y. M., Park, K. A., Cha, T. S., Choi, H. M. and Yoon, B. H., 2000, "Evaluation of Critical Pressure Ratios of Sonic Nozzles at Low Reynolds Numbers," KSME, Series B, Vol. 24, No. 11, pp. 1535-1539.