

유동시스템의 형상 최적화에 성장-변형률법의 적용

맹주성* · 한석영* · 김종필**

The Application of the Growth-Strain Method to the Shape Optimization of the Flow System

Joo-Sung Maeng, Seog-Young Han and Jong-Pill Kim

Key Words : Growth-Strain Method(성장-변형률법), Shape Optimization Design(형상최적설계), Dissipation Energy(소산에너지), Optimal Shape(최적형상), Design Parameter(설계인자)

Abstract

In general, shape optimization design of the flow system has done to obtain the effects, which are required in the engineering fields. Most of these designs are accomplished by empirical or numerical analysis. But, in empirical analysis case, it is difficult to obtain an optimal shape in the feasible design region. And, in numerical method case, it usually needs many design parameters, because of the required object-function. In this paper, we present a newly numerical analysis, the growth-strain method having only one design parameter. That optimizes a shape by distributing a design parameter such as dissipation energy to be uniformed in the flow system. Also, we apply this shape design process to the three-flow systems, and then we identify that the resulting shape approaches the known optimal shape in the numerical values. Consequently, we confirm that the proposed method is very efficient and practical in the shape optimization of the flow system.

1. 서 론

유동시스템 형상의 최적 설계는 주로 실험을 바탕으로 하는 경험적인 방법과 수학적으로 목적 함수를 설정, 수치해석을 하는 방법이 있다. 후자의 경우는 1973년 수학자인 Pirineau⁽¹⁾가 제안한 Adjoint 정식화^(4,7)가 있으며, 1992년 Cabuk and Modi⁽²⁾가 이것을 활용하여 층류 평판 확대관⁽²⁾이 최대 압력 회복을 가지도록 하는 최적 형상을 구하였다.

그러나 이 방법은 형상 변화시 설계 인자인 Adjoint 변수들^(2,3)을 정의하여야 하고, 유동의 지배방정식에 형상 지배방정식을 설정, 유동 특성에 맞게 설계 인자의 경계 조건을 주어야 하는 어

려움이 있다.

Azegami^(4,5)는 유동의 소산에너지를 유동장에 균일하게 분포시켜, 손실되는 에너지를 최소화하여 형상의 최적화를 수행하는 성장-변형률법^(4,5)을 제안하였다.

본 논문에서는 유동 시스템 적용시 발생하는 성장-변형률법의 단점인 안정치 못한 형상 변화를 안정적으로 형상 변화가 이루어 지도록 보완하였다. 또한, 이것을 세가지의 유동 시스템인 관로 내의 포텐셜 유동시 관로 형상 설계⁽⁶⁾, 비압축성이며, 정상 상태인 2 차원 확대관의 형상 설계⁽⁵⁾, 층류 평판 확대관의 형상 설계^(2,3)에 적용하여, 기존의 다른 방법^(2,3)에 의한 최적 형상 결과와 비교하고, 설계 인자로서 소산에너지 밀도 같은 하나의 변수로 간단하게 형상 최적화를 수행 할 수 있다는 효율성을 입증하였다.

2. 성장-변형률법을 이용한 최적화 과정

* 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : jsmaeng@email.hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0439 FAX : (02)2281-8201

** 한양대학교 대학원 기계공학부

Azegami 는 유동의 소산에너지 밀도분포를 균일하게 함으로써 형상의 최적화를 수행하였다. 이 방법을 성장-변형률법이라고 하며, Fig. 1 과 같은 유동 해석 단계와 성장 해석 단계를 반복적으로 거치면서 최적화 과정이 이루어진다. 여기서 말하는 유동 해석 단계는 유동 조건하에서 설계 인자인 소산에너지 밀도의 분포를 구하는 것이고, 성장 해석 단계는 이러한 소산에너지 밀도의 함수로 주어지는 체적 변형률에 의하여 형상 변화가 일어나도록 하는 것이다. 즉, Fig. 1 에서 보는 바와 같이 성장-변형률법은 초기 형상에 대하여 유동 해석과 성장 해석 단계를 거치며, 목적으로하는 소산에너지 밀도의 분포가 균일하게 분포 되지 않으면 형상을 변화 시켜 다시 유동 해석 단계로 가는 반복적인 최적화 절차를 수행한다.

여기서 체적 변형률은 식(1)과 같이 주어지며, 식(1)의 h 는 성장비로 경험적으로 1 보다 매우 작은 값을 대입하는데, 이는 h 가 크면 균일화가 되는 최적값에 빠르게 이르지만, 너무 크면 최적값에서 발산할 경우가 생기기 때문이다.

또한 식(1)의 d 는 균일화를 하려는 설계 인자인 단위체적당 정의되는 소산에너지 밀도이고, 비압축성 유동의 경우 식(2)와 같이 주어진다.

$$\varepsilon_{ij}^B = \frac{d - \bar{d}}{d} \delta_{ij} h \quad (1)$$

$$d = \frac{1}{2} \mu \{u_{i,j} + u_{j,i}\}^2 \quad (2)$$

앞에서 언급하였듯이 식(1)의 체적 변형률에 의하여 형상 변화는 $d > \bar{d}$ 이면 단위 체적이 증가하고 $d < \bar{d}$ 이면 단위 체적이 감소한다.

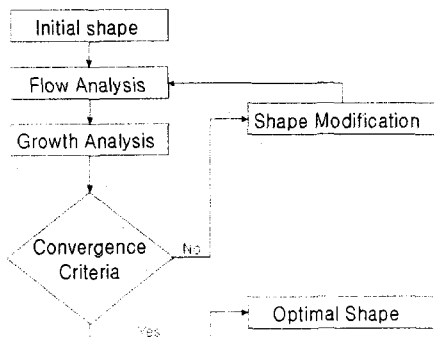


Fig. 1 The shape optimization procedures

2.1 유동해석단계

본 논문에서는 세가지의 유동 시스템 형상에 대해 최적 설계를 수행하였다. 첫번째는 비점성 유동에 대한 적용으로 관로내의 포텐셜 유동 방정식 (3)-(4)를 해석하기 위하여, 정렬 격자에 대하여 이를 유한 차분하여 유동 해석을 하였다.

$$\nabla^2 \Psi = 0 \quad (3)$$

$$u = -\frac{d\Psi}{dy}, v = \frac{d\Psi}{dx} \quad (4)$$

두번째와 세번째는 점성 유동장에 대한 적용으로 비압축성, 정상유동장에 대하여 정렬 격자와 유한 체적법으로 설계 인자인 소산에너지 밀도 d 의 분포를 구하였다. 유동의 지배 방정식은 다음과 같다. 특히, 세번째 유동 시스템의 경우 최적형상의 목적상 형상 변화가 양(+)으로 이루어지게 하여야 하므로 식(1)의 \bar{d} 대신에 d_{min} 를 사용하였다.

$$u_{i,j} = 0 \quad (5)$$

$$\rho u_j u_{i,j} = -P_i + \mu u_{i,jj} \quad (6)$$

2.2 성장해석단계

성장해석단계에서 형상 변화의 원칙은 재료 역학에서 응력-변형률의 에너지 관계식인 식(7)의 총 변형에너지식이고, 형상 변화는 이러한 총 변형에너지가 식(8)과 같이 최소가 되는 방향으로 일어난다.

$$U^G(u_i^G) = \frac{1}{2} \int_{V^0} (\varepsilon_{ij}^G - \varepsilon_{ij}^B) D_{ijkl} \times (\varepsilon_{kl}^G - \varepsilon_{kl}^B) dV^0 \quad (7)$$

$$\delta U^G(u_i^G) = 0 \quad (8)$$

식(7)에서 i, j, k, l 은 텐서성분으로 본 논문에서 유동 시스템이 2 차원이므로 $i=1,2, j=1,2, k, l$ 이 되며, 탄성의 강성 텐서인 $D_{ijkl} = \delta_{ik} \delta_{jl}$ 로 표시하여 단위면의 수직인 방향으로 형상이 변화하도록 유도하였다. 성장해석절차는 정렬 격자 요소에 대하여 유한 요소법으로 차분화하여 수행하였는데,

이를 위해 식(7)의 성장변형텐서 ε_{ij}^G 는 식(9)와 같이, 식(8)를 식(10)~(12)와 같다. 또한 형상 변화를 위하여 식(10)에서 구한 성장변위벡터 u_i^G 를 식(13)과 같이 구절점의 좌표 벡터에 더하여 신절점의 위치 즉 변형된 형상을 구한다.

$$\varepsilon_{ij}^G = \frac{1}{2}(u_{i,j}^G + u_{j,i}^G) = [B]\{u^G\} \quad (9)$$

$$[k]\{u^G\} = \{f\} \quad (10)$$

$$[k] = \int_{V^0} [B]^T [D] [B] dV^0 \quad (11)$$

$$\{f\} = \int_{V^0} [B]^T [D] \{\varepsilon^B\} dV^0 \quad (12)$$

$$\{X_{new}\} = \{X_{old}\} + \{u^G\} \quad (13)$$

2.3 성장-변형률법의 보완

성장-변형률법은 재료 분야의 최적 설계이론을 사용한 것으로 재료에서는 형상 변화가 안정치 못하여도 재료의 응력해석에는 크게 영향을 주지 못한다. 그러나, 유동 시스템의 경우, 유동 지배방정식의 특성(비선형성)상 유동 해석이 올바르게 되지 못한다. 따라서 본 논문에서는 형상 변화가 안정적으로 이루어지도록 식(14)와 같이 최적화과정의 각 반복단계에서 체적 변형률의 차이만큼 형상의 변화를 일으키도록 보완하였다. 이렇게함으로써 유동시스템에 대한 형상 설계시 본 최적화기법이 기존의 성장-변형률법보다 유동시스템 형상의 최적 설계 방법으로 적합하다는 것을 입증하였다.

$$\varepsilon_{ij}^B = \varepsilon_{ij}^B(Old) - \varepsilon_{ij}^B(New) \quad (14)$$

3. 유동시스템의 적용

3.1 관로내 포텐셜유동시 관로의 형상

정렬격자 21×21 에 대하여 식(3)~(4)를 유한차분하여 유동해석을 하였으며, 유동은 왼쪽에서 ($u=1$)이 들어와 오른쪽으로 ($u=1$) 흐른다. 이 관로 유동의 특징은 윗면의 임의 형상에 대하여 속도의

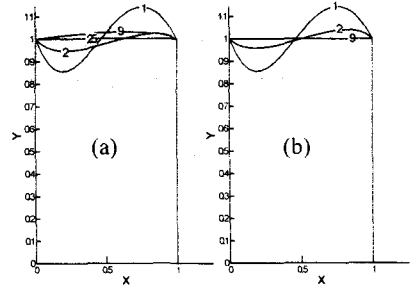


Fig. 2 Result from optimization process((a) Azegami, (b) The present)

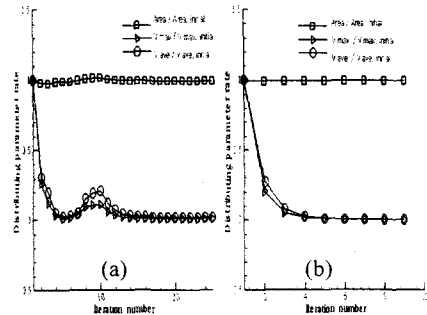


Fig. 3 Convergence history((a) Azegami, (b) The present)

y 성분이 생긴다는 것이다. 형상 설계시 목적은 이러한 속도의 y 성분을 전 유동영역에 걸쳐 소멸시키는 것이고, 이것의 최적 형상은 이미 알고 있듯이 직관로의 형상이 될 것이다.

성장 해석시 식(1)의 성장비 h 는 0.05로 설정하고 형상 변화의 구속 조건은 윗면만 변화를 인정하며, 다른 면은 완전 구속하였다

또한, Fig. 2 와 Fig. 3 과 같이 성장-변형률법과 본 논문의 기법의 최적화 과정을 비교하였다. Fig. 2 에서 알 수 있듯이 본 논문의 기법에 의한 최적 형상은 반복 횟수 9 번만에 이미 알고 있는 직관로 형태가 되어 속도의 y 방향성분이 전 유동 영역에서 소멸됨을 알 수 있다. 하지만, 기존의 성장-변형률법은 반복 횟수 9 번에서 형상이 불안정하게 위로 부푸는 현상을 볼 수 있고, 다시 성장비를 0.005 로 낮게 조절하여 25 번 이상에서 직관로 형태가 나오는 것을 알 수 있다. 이는 Fig. 3 에서 반복 횟수 5 번 이상부터 형상 변화가 안정치 못하여 유동 해석에서 나온 설계 인자인 y 방향의 속도 성분의 분포가 발산되기 때문이다.

3.2 2차원 확대관의 형상

비압축성이며, Re 수가 50 인 정상 유동시 2 차원 확대관의 형상에 대하여 최적 설계를 수행하였다. 유동 속도 조건으로는 입구는 Dirichlet 조건인 완전 발달 유동을 주었고, 출구는 Neumann 조건을 주었다. 이 유동시스템 형상 설계의 목적은 전 유동 영역에 걸쳐 설계 인자인 소산에너지 밀도의 분포를 균일하게 분포시키는 것이다. 유동 해석은 정렬 격자 61×41 과 49×21 에 대하여 확대관의 대칭성을 고려하여 반쪽만 소산에너지 밀도 분포를 구하였다. 또한 성장 해석은 성장비 h 를 0.03 으로 하여 식(14)를 사용하였다. 초기 형상 및 형상 변화의 구속 조건은 Fig. 4 와 같다.

Fig. 4 에서 L 은 무차원화한 특성 길이이다. Fig. 5 는 본 논문의 최적 형상을 Azegami 의 2 차원 확대관의 형상과 이미 알고 있는 소산에너지 밀도의 분포가 일정한 Gibson⁽⁷⁾ 확대관과 비교한 그림이다. 특히, 소산에너지 밀도가 높은 입구 부분은 새 형상 모두 잘 일치하며, 출구부는 본 논문의 최적 형상과 Azegami 의 확대관과 일치함이 확인되었다. 하지만, Fig. 5 에서 Azegami 의 확대관 형상이 좀더 윗쪽으로 부풀어 오른 것을 알 수 있는데, 이는 Azegami 의 형상이 앞에서 언급하였듯이 유동 시스템에 적용시 형상 변화가 안정치 못하기 때문이다. 이것은 Fig. 6 에 잘 나타나 있다. Fig. 6 은 최적화 과정 중 설계 인자인 소산에너지 밀도 분포가 최적값으로 균일화 하는지를 표시한 그림이다. Azegami 의 형상의 경우 반복 횟수 4 번부터 그리고 반복 횟수 10 번 이상부터 소산에너지 밀도의 최대값과 평균값이 점차 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 성장-변형률법의 형상 변화가 유동 시스템에 적용시 안정치 못하여 올바른 유동 해석을 할 수 없기 때문이다. 반면 본 논문의 최적화 기법은 반복 횟수 6 회이상에서부터 소산 에너지 밀

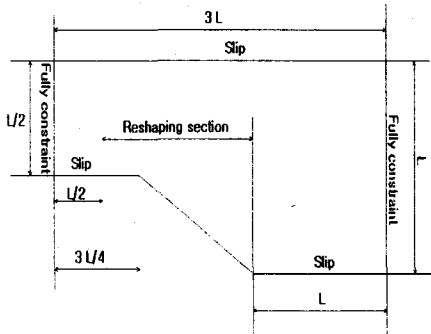


Fig. 4 Initial half shape of the 2-d diffuser and constraint condition

도 분포가 균일화되어 비교적 안정적인 소산 에너

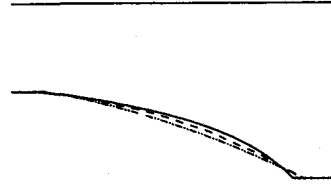


Fig. 5 The optimal shape (solid line : Gibson, dashed line : Azegami, dashed-dotted line : This present)

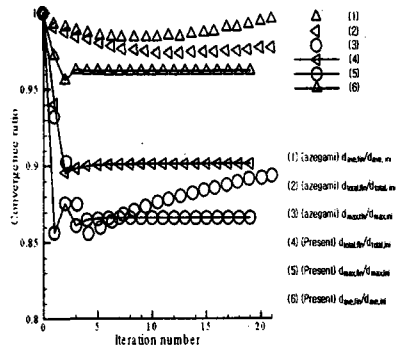


Fig. 6 Dissipation energy distribution ratio in the optimization process.

Table 1 Design parameter ratio with Gibson's Design parameter

	Azegami[2]	Present
$d_{max} / d_{max,Gibson}$	1.007	0.9938
$d_{total} / d_{total,Gibson}$	0.990	0.9055
$d_{ave} / d_{ave,Gibson}$	0.983	0.946
$V_{fin} / V_{fin,Gibson}$	1.007	1.018

지 밀도의 분포를 가진다는 것을 알 수 있다.

Table 1 은 이미 알고 있는 소산에너지 일정의 확대관인 Gibson 형상의 소산에너지 밀도 분포로 Azegami 와 본 논문의 기법에 의한 결과 형상의 소산에너지 밀도 분포를 무차원화한 표이다.

결과 수치가 전체 체적을 제외하고 Azegami 형상의 수치보다 본 논문의 수치가 항상 되었다는 것을 알 수 있다. 또한, 격자를 61×41 과 49×21 로 하여 최적화 과정을 수행한 결과 형상은 격자수에 관계없이 최적 형상이 일치한다는 것을 알 수 있다.

3.3 층류 평판 확대관의 형상

이 유동 시스템의 유동 조건은 두번째 유동 시스템과 동일하게 입구부는 Dirichlet 조건인 완전

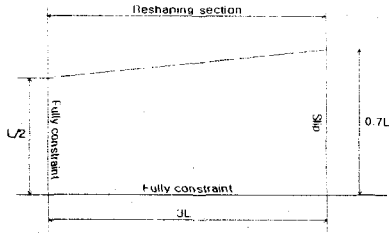


Fig. 7 Initial half shape and constraint condition

발달 유동 조건을, 출구부는 Neumann 조건으로 주었으며, 유동 해석은 정렬 격자 61×31 로 하여, 대칭성을 고려 윗부분 반쪽만, Re 수 50, 100, 200에 대하여 소산에너지 밀도 분포를 구하였다. 성장 해석은 Fig. 7 과 같은 형상 구속 조건하에서 성장비를 0.25로 하여 소산에너지 밀도 분포가 최소값으로 균일하게 분포시키도록 수행되었고, Fig. 8의 L 은 두번째 유동시스템과 같이 입구부의 특성 길이이다.

또한 결과 형상의 확대관 성능을 평가하기 위하여 식(15)로 정의되어지는 압력 회복 계수를 사용하였다.

$$C_p = \frac{\Delta P}{1/2 \rho U_{ave}^2} \quad (15)$$

식(15)에서 U_{ave} 는 입구부의 속도를 체적 평균한 값이다. 그리고 본 논문에서는 형상의 최적화 과정 절차를 Re 수 50에 대하여서만 나타내었으며, 그때의 초기 형상에 대한 소산에너지 밀도 분포는 Fig. 8 최적 결과 형상에 대한 소산에너지 밀도 분포는 Fig. 9로 소산에너지의 체적 평균값으로 부차원화한 그림이다.

Re 수 50, 100인 경우 Fig. 8과 Fig. 9에서 알 수 있듯이 확대관의 윗면부분에 소산에너지 밀도가 초기 형상보다 낮은 수치로 분포하고 있으며, Fig. 10과 같이 최적화 과정 중 각각 반복 횟수 150, 120회 이상에서 Fig. 9과 같은 소산에너지 밀도 분포로 균일화가 된다는 사실을 확인하였다.

각각의 Re 수에 따른 본 논문의 성장-변형률법에 의한 최적 형상은 Fig. 11와 같으며, 본 논문의 최적화 기법에 의하여 각각의 Re 수에 따른 최적 형상을 Cabuk and Modi⁽²⁾, Lim and Choi⁽³⁾의 수학적 Adjoint 정식화에 의한 최적 형상과 비교해보면 다음과 같다.

앞에서 정의된 확대관의 성능을 평가하기 위하여 정의한 압력회복계수를 가지고 Cabuk and Modi⁽²⁾, Lim and Choi⁽³⁾의 압력회복 계수와 비교한



Re 50



Re 100

Fig. 8 Initial distribution of dissipation energy



Re 50



Re 100

Fig. 9 Final distribution of dissipation energy

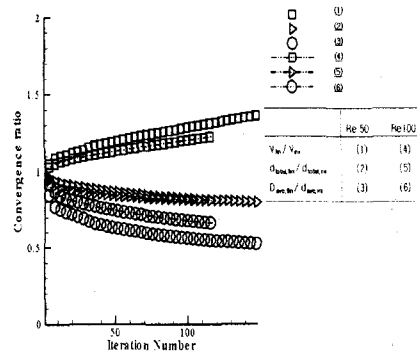


Fig. 10 Convergence history in the flow system

것은 Fig. 12, Table 2와 같다.

Table 2와 Fig. 12에서 알 수 있듯이 본 논문의 최적 형상과의 C_p 상대적인 오차는 Cabuk and Modi의 형상에서 1% 미만, Lim and Choi의 형상에서는 1.8%미만으로 거의 수치적으로 차이가 없는 것을 알 수 있다. 또한 Re 수 50에 대한 결과 형상을 비교한 그림은 Fig. 13인데, 확대관의 입구의 시작 부분은 Lim and Choi의 형상과 거의 일치하는 것을 확인하였다.

또한, 본 논문의 최적 형상과 같은 높이를 갖는 직평판 확대관의 압력 회복 계수를 각각의 Re 수

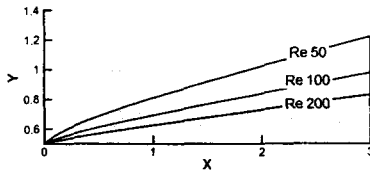


Fig. 11 Optimal shapes at Reynolds Number 50, 100, 200 by the present optimization process

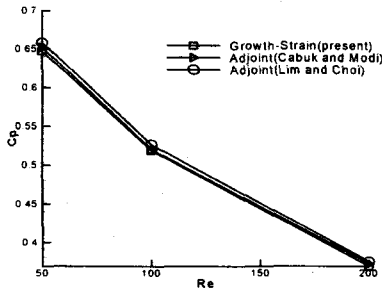


Fig. 12 C_p The pressure recovery coefficient according to Reynolds Number

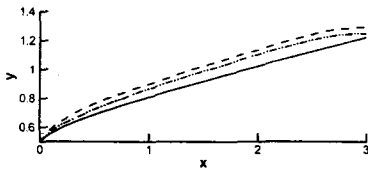


Fig. 13 Optimal shape comparison(dashed line : Cabuk and Modi, dashed-dotted line : Lim and Choi, solid line : The present $Re=50$)

Table 2 C_p Comparison (adjoint(1) : Cabuk and Modi, adjoint(2) : Lim and Choi, %(1) ; the relative error with Cabuk and Modi, The present, %(2) ; the relative error with Lim and Choi, The present)

	Adjoint (1)	Adjoint (2)	This present	%(1)	%(2)
Re50	0.6516	0.6581	0.6466	0.767	1.747
100	0.5197	0.5262	0.5185	0.231	1.463
200	0.372	0.375	0.3684	0.968	1.76

에 따라 비교하면, Re 수 50 인 경우 23.784%, 100 인 경우 22.154%, 200 인 경우 17.919% 개선되었고, Fig. 11 에서 각각의 Reynolds 수가 증가함에 따라서 확대관의 높이가 다른 것을 알 수 있는데, 이는 관성력이 점성력보다 커지므로 Fig. 10 과 같이

점성에 의한 소산에너지가 줄어들었기 때문이다.

4. 결론

본 논문에서는 기존의 Azegami 가 제안한 성장-변형률법을 유동시스템에 맞게 체적 변형률을 보완하였고, 유동 해석시 유한 체적법 알고리즘인 SIMPLEC 를, 성장 해석시 유한 요소법으로 수치 해석을 하는 프로그램을 개발하여, 세가지 유동시스템에 적용하였다. 그 결과, 본 최적화 방법이 기존의 성장-변형률법보다 형상 변화가 안정적으로 되어 보다 낮은 수치의 최적값으로 소산에너지 밀도가 분포하는 것을 알 수 있었다. 또한 기존의 다른 수학적 최적화 방법인 Adjoint 정식화와 비교시 결과 형상이 수치적으로 근사한 형상이 된다는 것을 확인 할 수 있었다.

따라서 본 논문의 성장-변형률법은 복잡한 설계 인자인 Adjoint 변수들을 적용하지 않고, 하나의 설계 인자로 유동시스템 형상에 대한 최적 설계를 수행 할 수 있다는 효율성을 입증하였다.

참고 문헌

- (1) Glowinski, R. J. and Pironeau, O., 1975, "On the Numerical Computation of The Minimum Drag Profile in Laminar Flow", *J. Fluid Mech.* Vol. 72, pp. 385 ~ 389.
- (2) Cabuk, H. and Modi, V., 1992, "Optimum Plane Diffusers in Laminar Flow", *J. Fluid Mech.* Vol. 237, pp. 373 ~ 393.
- (3) 임석현, 최해천, 1997, "충류유동에서 수학적 이론을 이용한 최적형상설계", KSME 춘계학술대회 논문집 B., pp. 357 ~ 362.
- (4) Masatoshi, S., Toshiaki, S., Yusuke, K. and Hideyuki, A., 1992, "Shape Optimization of Solid Structures Using The Growth-Strain Method (application to chassis components)", *J. ASME*, pp. 1136 ~ 1145.
- (5) Eijim, K., Hideyuki, A. and Akiyoshi, O., 1992, "Shape Optimization Analysis of Flow Field (approach by the growth-strain method)", *JSME*, Vol. 58, No.91-1434.
- (6) Dulyachot, CH., Vijay, S. and Vijay, M., 1999, "Shape Optimization for Fluid Flow Problems Using Bezier Curves and Designed Numerical Experiments", *ASME Design Engineering Technical Conference*, pp. 1 ~ 8.
- (7) Gibson, A. H., 1912, "The Conversion of Kinetic to Pressure Energy in the Flow of Water through Passages having Divergent Boundries", *Engineering*, pp. 205 ~ 206.