

가열을 수반하는 Ludwig Tube 유동에 대한 연구

백승철* · 권순범** · 김희동***

Study of the Periodic Ludwig Tube Flow with Heat Addition

S. C. Baek, S. B. Kwon and H. D. Kim

Key Words: Ludwig Tube(Ludwig 관), Condensation Shock Wave(응축충격파), Periodic Flow(주기적 유동), Non-equilibrium Condensation(비평형 응축), Supersonic Nozzle(초음속 노즐)

Abstract

The time-dependent behavior of nonequilibrium condensation of moist air through the Ludwig tube is investigated with a computational fluid dynamics(CFD) method. The two-dimensional, compressible, Navier-Stokes equations, fully coupled with the condensate droplet growth equations, are numerically solved by a third-order MUSCL type TVD finite-difference scheme, with a second-order fractional time step. Baldwin-Lomax turbulence model is employed to close the governing equations. The computational results are compared with the previous experiments using the Ludwig tube with a downstream diaphragm. The results clearly show that for an initial relative humidity below 30% there is no periodic oscillation of the condensation shock wave, but for an initial relative humidity over 40% the periodic excursions of the condensation shock occurs in the Ludwig tube, and the frequency increases with the initial relative humidity. It is also found that total pressure loss due to nonequilibrium condensation in the Ludwig tube should not be ignored even for a very low initial relative humidity, and the periodic excursions of the condensation shock wave are responsible for the total pressure loss.

1. 서론

초음속노즐에서 급속하게 팽창하는 습공기 유동의 비평형 응축⁽¹⁾과 같이 열전달이 포함된 유동에서 가열 과정은 비정상 파동 운동을 수반한다. 응축에 의한 잠열의 방출량이 어느 임계치를 넘으면 유동이 불안정해지며,⁽²⁾ 이 유동의 불안정은 응축충격파의 운동과 밀접한 관련이 있다. 상류 정체조건에 따라 유동에서 여러 가지 종류의 응축충격파 진동이 발생한다.⁽³⁾ 이러한 비평형 응축에 의한 노즐유동의 복잡한 주기적 거동을 이

해하기 위해 많은 연구^(4,5)가 수행되었지만, 응축 충격파의 시간의존적 거동과 응축충격파로 인한 에너지 손실에 대해서는 충분히 밝혀지지 않은 상태이다.

초음속 풍동의 일종인 Ludwig 관은 노즐유동에서 응축에 의한 열전달 과정을 연구하기 위해 사용되는 장치이다. Ludwig 관은 기존의 초음속/극초음속 풍동에 비해 상대적으로 낮은 난류를 가지면서도 높은 마하수와 Re수를 쉽게 얻을 수 있는 장점이 있는 동시에 짧은 지속시간으로 인해 유동장을 측정하는 것은 매우 어려운 점도 있다.

Matsuo⁽⁶⁾등은 하류 격막식 Ludwig 관을 사용한 실험을 수행하여 상류유동 물성치와 노즐의 기하학적 형상으로부터 비정상 주기 유동의 무차원 주파수를 구하였다. 그러나 이는 유동가시화 및 몇몇 지점에서의 벽압력 측정으로 Ludwig 관의 습공기 유동을 정량화한 것이다. 이러한 실험

* 학생회원, 경북대학교 기계공학과 대학원

** 정회원, 경북대학교 기계공학부

*** 정회원, 안동대학교 기계공학부

은 그 한계로 인해 Ludwig 관에서 시간의존 비평형 응축과 관련된 유동장은 현재까지 자세히 밝혀지지 않은 상태이다. 따라서, Ludwig 관 유동에서 비평형 응축의 효과에 대한 연구의 필요가 대두되었다.

본 연구는 Ludwig 관에서 비평형 응축에 의한 유동의 불안정성을 예측하기 위해 2차원, Navier-Stokes 방정식을 사용하여 하류 격막식 Ludwig 관을 CFD 해석하였다. 계산결과와 하류 격막식 Ludwig 관을 사용한 이전의 실험결과⁽⁶⁾를 비교하였다.

2. 수치해석

2.1. 지배방정식

계산을 단순화하기 위해 응축물 입자와 매개 가스 사이의 속도 슬립과 온도차는 존재하지 않으며, 에너지 완화과정은 없다고 가정한다. 또, 응축 입자가 매우 작기 때문에 압력장에 대한 입자의 영향은 무시하였다. 본 해석에서 지배방정식은 비정상, 2차원, 압축성, Navier-Stokes 방정식이다. 이하의 자세한 내용은 생략한다(Ref. (7) 참조).

난류 유동장을 계산하기 위해 Baldwin-Lomax 모델을 채택하였다. MUSCL의 3차-오더 TVD scheme으로 공간차분하였으며, 점성항은 2차-오더 중앙차분법을 사용하였다. 액적 성장 방정식은 2차-오더 풍상 차분 TVD scheme을 적용하였으며, time integration에 대해서는 2차-오더 fractional step을 채택하였다.

2.2. 초기조건 및 경계조건

Fig. 1은 본 연구의 Ludwig 관의 개략도이다. Matsuo 등의 실험에서 사용한 것과 동일한 Ludwig 관으로서 상류 고압관, 축소-확대노즐 및 하류 저압관으로 구성되어 있으며 전체 길이는 1000mm이다. 노즐목 하류의 격막을 계산의 원점($x=0$)으로 설정하였다. 고압관과 저압관의 높이는 모두 $h=38\text{mm}$ 이다. $h^*=12\text{mm}$ 의 목 높이를 가진 축소-확대 노즐은 격막으로부터 $x=302.5\text{mm}$ 상류에 위치하며, 노즐의 곡률반경 $R^*=155\text{mm}$ 이다.

고압관과 저압관의 압력은 각각 p_4 와 p_1 이다. 본 연구에서 p_4 는 101.3kPa로 일정하게 두었고, $p_4/p_1(=p_{41})$ 은 30~5.0으로 변화시켰다. 고압관의

초기조건은 압력 p_4 , 상대습도 ϕ_4 , 온도 T_4 이다. 계산에서 T_4 와 T_1 은 303K로 일정하게 두었으며, 초기상대습도 ϕ_4 는 0%~90%로 변화시켰다. 기체 역학 이론⁽⁶⁾으로 비정상 팽창과의 파미(tail) 바로 후방의 상대습도 ϕ_{03} 를 계산하면 0%~221%이다.

본 연구에서 작동 유체는 습공기이며, 열적 및 열량적 완전유체로 가정하였다. 또, p_{41} 을 고정시킨 상태에서 상대습도 ϕ_4 를 변화시켰다. 입구 및 출구경계는 자유경계이며, 열전달이 없는 단열벽 조건에서 속도슬립은 없다고 가정하였다. 또, 고체벽과 노즐 중심선에서 응축질량분율 $g=0$ 으로 두었다. 얻어진 해가 계산격자의 세밀도에 무관하다는 것을 검증하였다. 격자수는 601×301 이며, 노즐과 벽 경계층에 격자를 밀집시켰다. 해의 수렴은 각 보존 변수의 잔차가 4이하로 떨어질 때 얻어졌다. 다른 수렴기준으로는 계산격자를 통한 보존량을 직접 점검하는 것이 있다.

3. 결과 및 토론

Fig. 2는 현재의 계산과 이전의 실험⁽⁶⁾에서 얻은 유동장을 비교한 그림이다. 실험과 계산에서 $p_{41}=3.0$, $\phi_4=42\%$ 및 $T_4=302\text{K}(=T_1)$ 로 거의 동일한 조건이다. 모든 슈리렌 사진에서 유동은 노즐목 바로 하류에서 초음속이다. $t=0 \mu\text{s}$ 에서 시동충격파(starting shock wave) S가 노즐목의 하류에 발생하고 벽경계층과 간섭하여 복잡한 wave 구조를 형성한다. 2개의 응축충격파 A와 B가 노즐목의 상류와 하류에 나타난다. 시간이 경과함에 따라 응축충격파 A는 상류로 이동하고 그 강도는 유동 면적의 증가효과로 인해 약해진 것으로 판단된다. $t=350 \mu\text{s}$ 에 응축충격파 A가 더욱 상류로 이동함에 따라 응축충격파 B후방에 새로운 응축충격파가 나타나며, 이 응축충격파의 비정상 운동의 주파수는 약 $f=2.86\text{kHz}$ 이다. 계산과 실험의 응축충격파의 이동과 시동충격파 구조는 거의 같다. 응축충격파 운동의 계산 주파수가 실험치보다 다소 높지만, Ludwig 관에서 발생하는 비평형 응축과 충격파와 같은 극도로 복잡한 유동을 고려하면 계산과 실험은 매우 잘 일치한다고 볼 수 있다.

Fig. 3은 $\phi_4=0\%$ (건공기), 30% 및 60%에 대한 Ludwig 관 유동의 계산된 슈리렌 이미지이다.

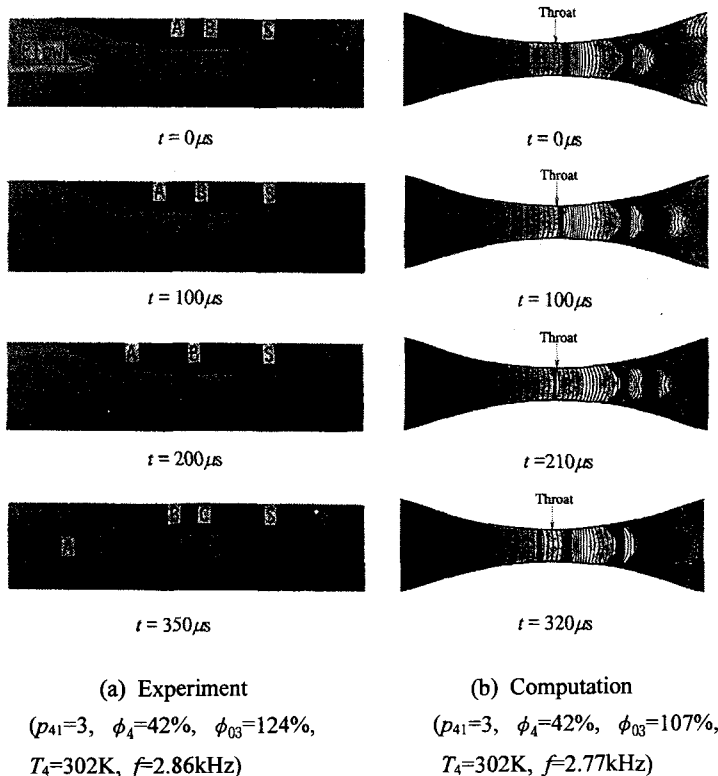


Fig. 2 Comparison between experimented and computed flow fields

유동은 파막 직후 상류로 전파하는 비정상 팽창파에 의해 시작된다. 천이유동은 단일 시동충격파(adiabatic starting shock wave)가 노즐의 확대부에 발생할 때까지 노즐 내부에서 일어난다. $t=1.72 \mu s$ 에서 유동은 노즐내부에서 완전히 발달하고, 단일 시동 충격파는 벽경계층과 간섭하여 λ 형 충격파가 된다. 경계층은 λ 형 충격파의 front leg의 foot에서 박리한다. $\phi_4=0\%$ 의 경우, 응축충격파는 발생하지 않고 단일 충격파는 심하게 진동하지 않는다. $\phi_4=30\%$ 의 경우, 응축충격파는 노즐목과 단일충격파 사이에서 발생한다. $t=1.51 \mu s$ 에서 초기 응축충격파인 약한 교란이 노즐목 하류에 나타나고 수직 응축충격파가 $t=1.72 \mu s$ 에 형성된다. 시간의 경과에 따라 분명한 진동은 없다. 그러나 단일 충격파의 세부구조와 위치는 시간의 경과에 따라 다소 변한다. $\phi_4=60\%$ 의 경우 $t=1.39 \mu s$ 에서 약한 응축충격파가 노즐목 약간 하류에 나타나고, 시간의 경과에 따라 상류로 이동한다. 응축충격파는 노즐목을 지날 때 감쇄하며, 노즐목 더욱 상류에서 사라진다. 또, 새로운 응축

충격파가 노즐목 약간 하류에 나타남으로써 주기적 이동의 한 사이클을 이루며 그 주파수는 약 6kHz로 나타났다. 이러한 응축충격파의 주기적 이동은 단일 충격파의 위치와 구조에 영향을 미치는 것으로 판단된다.

Ludwig 관의 중심을 따라 각 위치에서 시간의 경과에 따른 계산된 정압을 Fig. 4에 나타내었다. 직선과 점선은 각각 ϕ_4 가 80%와 30%의 경우에 대한 정압이다. 파막 직후, 상류로 팽창파의 파두(head)와 파미가 상류로 전파하는 것을 볼 수 있다. 팽창파의 파두가 위치 노즐목에 도달하기 전까지 정압은 p_4 로 일정하다. 팽창파의 파두와 파미는 파막($t=0ms$) 후 $t=0.8ms$ 와 $1.7ms$ 에 노즐목에 도달한다. $\phi_4=80\%$ 인 경우, 노즐목에서 정압이 심하게 진동하며, 시간평균값은 약 $0.53p_4$ 이다. 그러나, $\phi_4=30\%$ 인 경우 압력진동은 노즐목에서 발생하지 않으며 시간평균 압력 $\phi_4=80\%$ 의 경우에 비해 다소 낮은 것으로 나타났다. Fig. 4의 점 a와 b에서의 압력진동은 응축충격파의 주기적 이동에 기인한 것이다. $x/h^*=55.2$ 의 위치에서 압력진동의

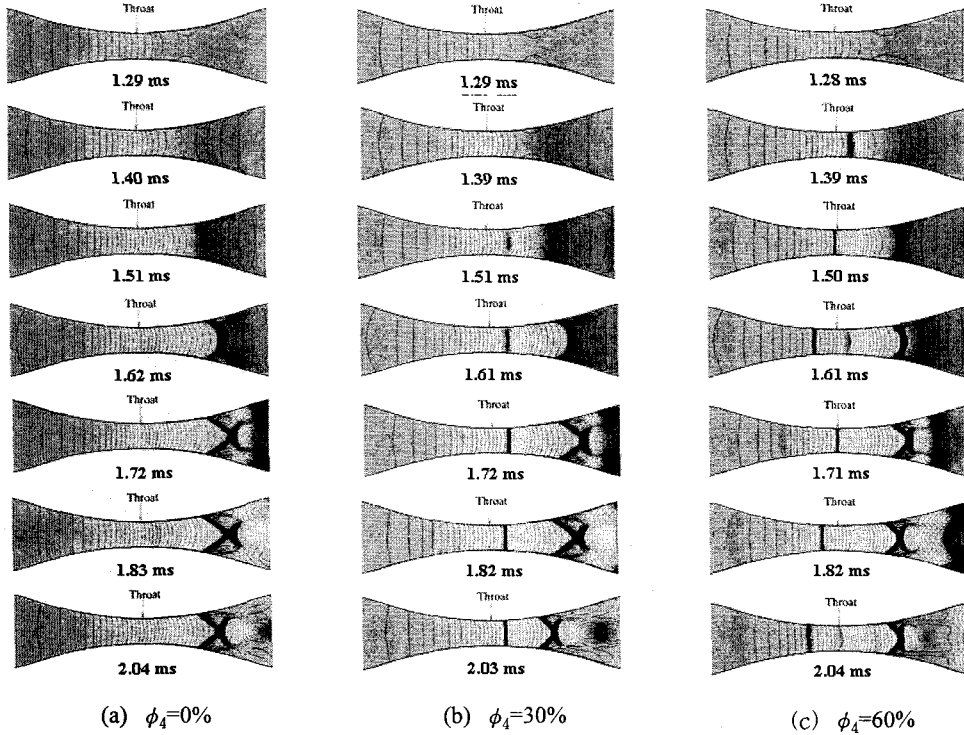


Fig. 3 Computed Schlieren images

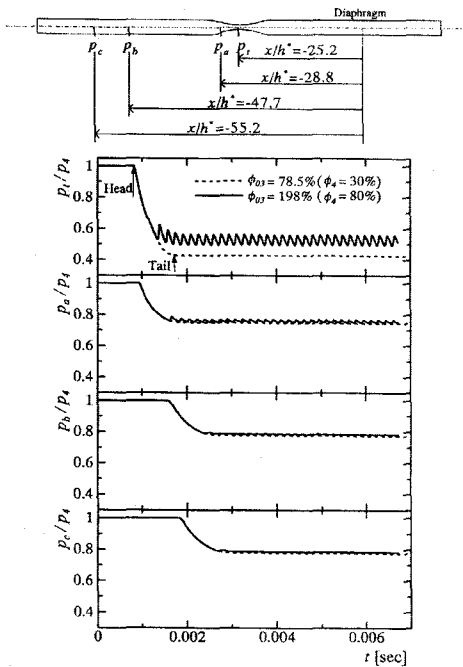
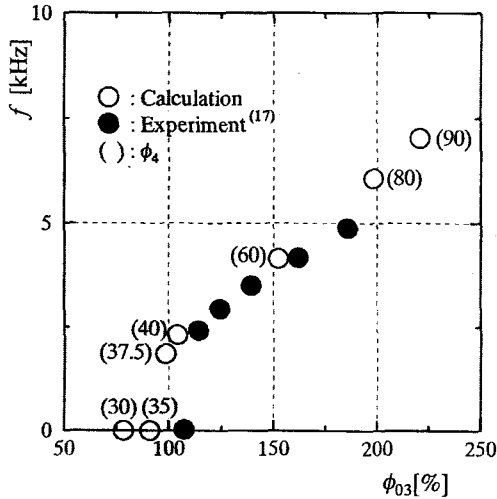


Fig. 4 Time histories of static pressures at several points on the centerline

진폭은 매우 작다. 이는 응축충격파가 노즐상류로 이동할 때 응축충격파가 약해진 때문이다. 또, 비정상 팽창파의 파미 후방의 정압이 $\phi_4=80\%$ 인 경우가 $\phi_4=30\%$ 의 경우보다 다소 높다. 이는 응축충격파의 주기적 이동에 의한 것이다

Fig. 5는 응축충격파의 진동 주파수와 상대습도 ϕ_{03} 의 관계를 현재의 계산결과와 이전의 실험⁽⁶⁾ 결과를 비교한 그림이다. 상대습도 ϕ_{03} 은 주어진 ϕ_4 로 계산하였다. 91%보다 낮은 ϕ_{03} 에 대해 응축충격파의 큰 진동은 없으나, ϕ_{03} 가 91%보다 높아지면 응축충격파의 운동 주파수는 ϕ_{03} 에 따라 증가한다. 계산과 실험결과는 응축충격파가 노즐에서 진동하기 시작하는 상대습도를 예측하는데 다소 차이가 있을지라도 잘 일치한다고 판단된다.

시간의존 비평형 응축의 특성 즉, Ludwig 관 중심선에서의 정압 p , 핵생성률 I 및 응축질량분율 g 를 Fig. 6에 나타내었다. 여기서, I 는 단위시간당, 단위체적당 응축핵의 수이며, g 는 Ludwig 관을 통해 흐르는 전체 질량유량에 대한 응축질량분율의 비이다. 화살표는 시간의 증가를 의미



5 Relationship the periodic motions of condensation shock wave and initial relative humidity

하며, 각 선은 약 110 μ s의 시간증분이다.

응축핵은 격막의 위치에서 생성되기 시작하고, 시간의 경과에 따라 비정상 팽창파의 전파와 동일한 방향인 노즐목의 상류로 이동한다. 응축핵의 공간분포는 날카로운 피크를 가진 좁은 영역에서 보인다. 응축질량분율 g 가 증가하기 시작하는 점은 시간이 경과함에 따라 상류로 이동한다. 비정상 팽창파의 파두가 노즐목을 지날 때, 노즐 내부유동은 초음속으로 가속되고, 응축충격파는 시간에 따라 진동한다. 그러나, 노즐목 근처에서 유한한 영역에서만 응축핵이 발생한다. 비정상 팽창파가 노즐목의 먼 상류로 전파하지만 응축핵은 노즐목의 먼 상류에서 발견되지 않는다. 비정상 팽창파 후방의 압력은 $0.8p_4$ 이지만, 비평형 응축이 노즐목의 하류에서 일어나는 상태에서는 $0.6p_4$ 임에 유의해야 한다.

현재의 Ludwig 관 유동과는 별도로 일정면적의 기존의 충격파 관에서의 유동을 계산하였다. 이 경우, 정압 p , 핵생성률 I , 응축질량분율 g 가 Fig. 6과 동일한 유동조건에서의 계산결과는 Ludwig 관에서의 결과와 매우 다르게 나타났다. $x/h^* > 30.0$ 의 영역에서 I 와 g 가 분포하지만, Fig. 6에서의 분포는 $x/h^* > 28.0$ 의 영역으로 한정된다. 따라서, 하류 격막식 Ludwig 관에서 팽창파가

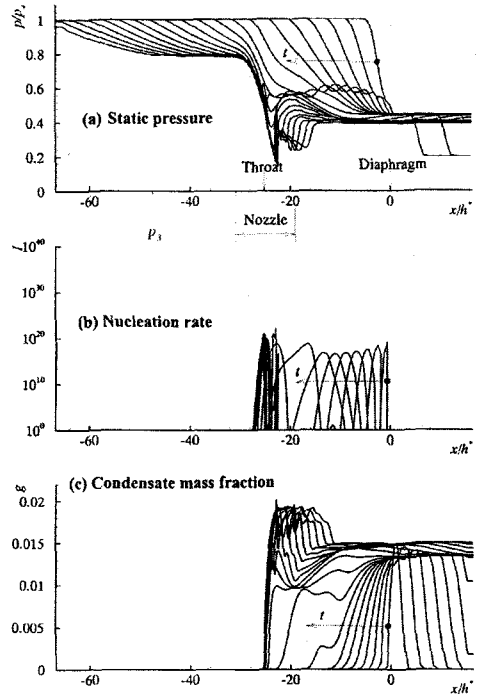
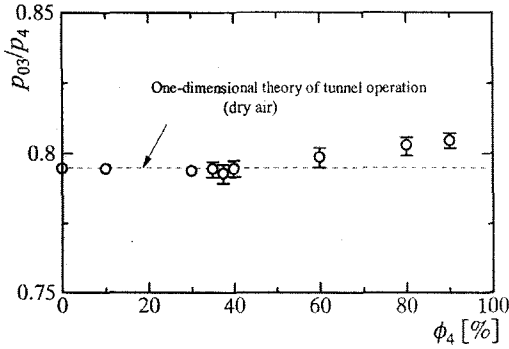


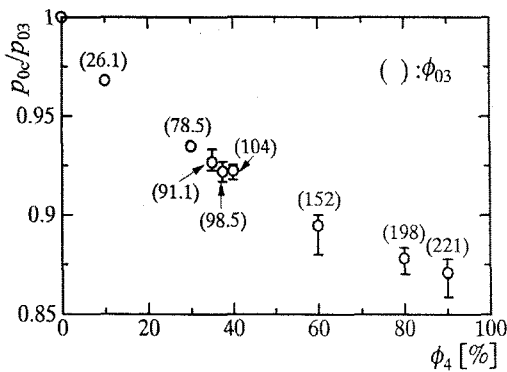
Fig. 6 Time-dependent behavior of nonequilibrium condensation

노즐목에서 먼 상류로 전파하지만 비평형 응축은 노즐목에서 먼 상류에서는 일어나지 않는 것으로 판단된다.

Ludwig 관에서 비평형 응축에 의한 전압손실을 Fig. 7에 나타내었다. 여기서 p_{03} 와 p_{0c} 는 비정상 팽창파의 파미 직후와 시동 충격파 상류의 평균 전압이다. 초기 상대습도 ϕ_4 가 40%보다 낮은 경우 전압은 건공기의 1차원 기체역학 이론의 결과와 거의 동일하지만, 초기 상대습도 ϕ_4 가 60%보다 높아지면 전압은 파선에서 벗어난다. 이는 응축충격파가 주기적인 상류 이동으로 인한 압력 변동 때문이다. Fig. 7(b)에서 p_{0c}/p_{03} 은 ϕ_4 가 증가함에 따라 상당히 감소하는 것을 볼 수 있다. 기존의 흡입식 풍동을 이용한 이전의 연구로부터 비평형 응축에 의한 손실은 매우 높은 초기상대습도에서 약 5%⁽⁸⁾인 반면에 현재의 Ludwig 관에서 전압손실은 약 13%로 나타났다. 기존의 흡입식 풍동시험에서 초기상대습도가 10%보다 충분히 낮은 경우에 노즐에서 비평형 응축이 일어나



(a) p_{03}/p_4 vs ϕ_4



(b) p_{0c}/p_4 vs ϕ_4

Fig. 7. Effect of the initial relative humidity on total pressure loss

지 않기 때문에 건공기 유동으로 고려할 수 있다. 그러나 습공기를 작동기체로 사용하는 Ludwig 관에서는 ϕ_4 가 10%보다 낮은 운전조건에서도 응축의 영향을 고려해야 한다.

4. 결론

Ludwig 관을 통한 습공기에 대한 비평형 응축의 시간 의존적 이동을 조사하기 위해 2차원, 압축성, Navier-Stokes 방정식 및 응축액적 성장 방정식을 사용한 CFD 해석을 수행하였다. 그 결과, 30% 이하의 초기 상대습도의 경우에 응축충격파의 주기적 진동은 없으나, 40%이상의 상대습도에서 응축충격파의 주기적 이동이 나타났으며, 그 주파수는 초기 상대습도의 증가에 비례한다. 또, 초기 상대습도가 높은 경우에 압력진동은

Ludwig 관의 노즐목 먼 상류에서 발생하였다. Ludwig 관에서 비평형 응축에 의한 전압손실은 매우 낮은 초기 상대습도에서도 무시할 수 없다는 결론을 얻었다.

참고문헌

- (1) Wegener, P. P. and Mack, L. M., 1958, "Condensation in Supersonic Hypersonic Wind Tunnels," *Adv. in Applied Mechanics*, Vol. 5, pp. 307~447.
- (2) Wegener, P. P. and Wu, B., 1977, "Nucleation Phenomena," Vol. 7, pp. 325~402.
- (3) Wegener, P. P. and Cagliostro, D. J., 1973, "Periodic Nozzle Flow with Heat Addition," *Combustion Science and Technology*, Vol. 6, pp. 269~277.
- (4) Setoguchi, T., Matsuo, S. and Kim, H. D., 2001, "Passive Control of Condensation Shock Wave Oscillations in a Transonic Nozzle," *Journal of Sound and Vibration*(to be published).
- (5) Cagliostro, D. J., 1972, "Periodic Compressible Nozzle Flow Caused by Heat Addition due to Condensation," Ph. D. Thesis, Yale University, New Haven.
- (6) Matsuo, K., Kawagoe, S., Sonoda, K. and Setoguchi, T., 1983, "Oscillations of Laval Nozzle Flow with Condensation(part 1, on the range of oscillations and their frequencies)," *Bulletin of JSME*, Vol. 26, pp. 1556~1562.
- (7) Kim, H. D., Setoguchi, T., Matsuo, S., Baek, S. C, Kwon, S. B., and Raghunathan, R. S., 2001, "Study of Moist Air Flow through the Ludwig Tube," *Jour. IMEC*,(to be published).
- (8) Kwon, S. B., 1986, "The Study of Characteristics of Condensation Shock Waves," Ph. D. Thesis, Kyushu University, Japan.