대한기계학회 2001년도 춘계학술대회논문집 B pp. 482~487 KSME 01S238

축정렬불량이 있는 회전디스크의 시간응답해석

허진욱* · 정진태**

Time Response Analysis for a Spinning Disk with Misalignment

Jin wook Heo and Jintai Chung

Key Words : 회전디스크(Spinning Disk), 축정렬불량(Misalignment), 유한요소법(Finite Element Method), 시간응답(Time Response)

Abstract

Time responses of a flexible spinning disk of which axis of symmetry is misaligned with the axis of rotation are analyzed in a numerical manner. Equations of motions are derived by Hamilton's principle based on Kirchhoff plate theory and von-Karman strain theory, and the equations are discretized by finite element method. In obtaining the time responses, Generalized-α method is used to solve the equations. Based on the result, the effects of the misalignment are analyzed on the vibration characteristics of a spinning disk.

1. 서 론

지식 정보, 특히 디지털화 된 정보의 저장 및 재생에는 여러 가지 다양한 장치가 개발되어 쓰이고 있는데, 이 중 광디스크 드라이브(ODD; CD-ROM, CD-RW, DVD 등)는 필요 시에만 드라이브에 광디스크를 장착할 수 있도록 되어 있어 디스크 장착 조건이 매번 바뀔 수 있으므로 회전중심과 기하중심을 일치 시키지 못하는 경우가 발생한다.

초기의 디스크에 대한 연구는 자유진동과 동적 안정성에 초점이 맞추어졌으며[1~3], 컴퓨터 하드 디스크 드라이브에서 헤드와 원판 사이의 상호작용을 규명하기 위해 횡하중을 받는 회전원판에 대한 많은 연구들이 수행되었다[4]. 그리고 상하방향의 운동이나 기울어짐 (tilting)에 의한 강체운동이 있는 회전원판의 진동과 동적 안정성에 대한 많은 발표가 이루어졌다[5]. 한편, D'Alembert 원리 대신 Hamilton 원리에 바탕을 둔 변분방법에 의한 회전원판의 지배방정식을 체계적으로 유도하고, 이 과정에서 사용한 가정에 대한 고찰이 이루어졌다[6]. 그리고 각가속도가 존재하는 회전디스크의 지배방정식을 유도하고 이를 바탕으로 동적 안정성 및 시간응답을 해석하였다.[7]

본 연구에서는 축정렬불량을 고려한 회전디스크의 비선형 지배방정식을 유도하고, 유한요소법을 적용하여 비선형의 이산화된 행렬-벡터방정식을 구한다. 이 방정식으로부터 고유치해석을 하며, 일반화된 α 방법(Genralized-α method)[8]을 이용하여 비선형 방정식의 수치적 시간응답을 구함으로써 축정렬불량에 의한 영향을 분석한다.

* 한양대학교 정밀기계공학과 대학원
** 한양대학교 공학대학 기계공학과

2. 운동방정식의 유도

Fig. 1 은 회전디스크가 기하학적 중심 C와 일치하지 않는 회전중심 O를 중심으로 회전하는, 즉 축정렬불량을 가지고 각속도 Ω와 각가속도 $\dot{\Omega}$를 가지고 회전하는 것을 나타낸다. 축정렬불량의 크기는 C와 O의 거리 e로 주어진다. 이 때 회전디스크는 두께 h와 단위부피당밀도 ρ, 영률 E, 프와송비 ν를 가지며 기하학적 중심과 질량중심이 일치하는 균질(homogeneous)인 것으로 가정한다. 또한, 디스크의 내반경 $r=a$에서 고정되어 있고 외반경 $r=b$에서 구속되어 있지 않다. 디스크의 운동을 표현하기 위해 본 연구에서는 기하학적 중심 C에 원점을 가지고 디스크에 고정되어 디스크와 함께 회전하는 $x-y$ 좌표계를 사용한다. 그러므로, 그림에서 단위벡터 e_r과 e_θ는 디스크와 함께 회전하는 벡터이며, 좌표 r과 θ는 $x-y$좌표계에서 측정된다.

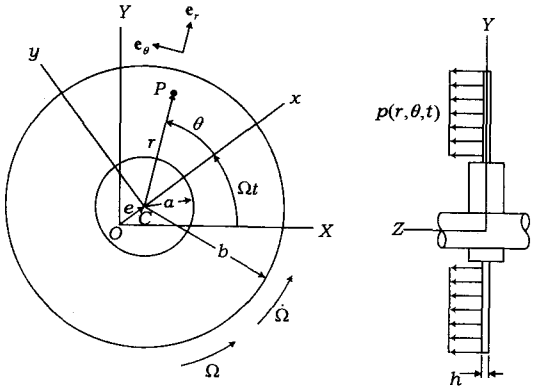


Fig. 1 Configuration of spinnng disc with misalign -ment

회전디스크 내부 임의의 점에 대한 변위 u ,v, w 라 하자. 축정렬불량이 존재하기 때문에 각 변위는 축대칭이 아니므로, 식 (1)과 같이 r,θ,z,t 의 함수로 나타내어야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} u &= u(r,\theta,z,t), \\ v &= v(r,\theta,z,t), \\ w &= w(r,\theta,z,t). \end{aligned} \tag{1}$$

Kirchhoff 평판이론과 von-Karman 변형률이론을 바탕으로 회전디스크의 변형에너지와 운동에너지와를 구하여 해밀튼의 원리(Hamilton's Principle)에 적용하면 다음과 같은 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\rho h\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2\Omega\frac{\partial v}{\partial t} - \Omega^2 u - \dot{\Omega} v\right) - \left(\frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{\partial q_{r\theta}}{r\partial\theta} + \frac{q_r - q_\theta}{r}\right) \\ &= \rho h\left(r\Omega^2 + e\Omega^2\cos\theta - e\dot{\Omega}\sin\theta\right) + P_r \\ &\rho h\left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2\Omega\frac{\partial u}{\partial t} - \Omega^2 v + \dot{\Omega} u\right) - \left(\frac{\partial q_\theta}{r\partial\theta} + \frac{\partial q_{r\theta}}{\partial r} + 2\frac{q_{r\theta}}{r}\right) \\ &= -\rho h\left(r\dot{\Omega} + e\Omega^2\sin\theta + e\dot{\Omega}\cos\theta\right) + P_\theta \\ &\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \nabla^4 w - \left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(q_r\frac{\partial w}{\partial r} + q_{r\theta}\frac{\partial w}{r\partial\theta}\right)\right]\right. \\ &\left. + \frac{\partial}{r\partial\theta}\left(q_\theta\frac{\partial w}{r\partial\theta} + q_{r\theta}\frac{\partial w}{\partial r}\right)\right\} = P_z \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, q_r , q_θ , $q_{r\theta}$ 는 각방향의 내부응력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} q_r &= \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{\partial u}{\partial r} + \nu\left(\frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r\partial\theta}\right)\right] \\ q_\theta &= \frac{Eh}{1-\nu^2}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r\partial\theta}\right) \\ q_{r\theta} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(\frac{\partial u}{r\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

D 는 디스크의 굽힘 강성(bending rigidity)을 나타내고, ∇^2 는 bi-harmonic 연산자이다.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2\partial\theta^2} \tag{4}$$

디스크의 내주는 고정되어 있고, 외주는 자유단이므로 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$u = v = w = \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{at } r = a$$

$$q_r = q_{r\theta} = m_r = -D\frac{\partial\nabla^2 w}{\partial r} + \frac{\partial m_{r\theta}}{r\partial\theta} = 0 \quad \text{at } r = b \tag{5}$$

여기서,

$$\begin{aligned} m_r &= -D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu\left(\frac{\partial w}{r\partial r} + \frac{\partial w}{r^2\partial\theta}\right)\right], \\ m_{r\theta} &= -(1-\nu)D\left(\frac{\partial^2 w}{r\partial r\partial\theta} - \frac{\partial w}{r^2\partial\theta}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

3. 유한요소법의 적용

유도된 지배방정식으로부터 축정렬불량을 가진 회전디스크의 분석을 위해 유한요소법을 사용하였다. 유한요소법의 적용은, 지배방정식으로부터 weak form 을 유도하고 이에 유한요소를 적용하여 공간에 대해 이산화함으로써 지배방정식을 행렬-벡터 방정식으로 유도하는 순서로 이루어진다.

먼저, Weak form 의 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\rho h\int_A \bar{\mathbf{u}}^{pT}\frac{\partial^2\mathbf{u}^p}{\partial t^2}dA + 2\Omega\rho h\int_A \bar{\mathbf{u}}^{pT}\mathbf{g}\frac{\partial\mathbf{u}^p}{\partial t}dA \\ &+ \Omega^2\rho h\int_A \bar{\mathbf{u}}^{pT}\mathbf{k}_\Omega\mathbf{u}^p dA + \dot{\Omega}\rho h\int_A \bar{\mathbf{u}}^{pT}\mathbf{g}\mathbf{u}^p dA + \int_A \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_L^{pT}\mathbf{D}^p\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_L^p dA \\ &= \int_A \bar{\mathbf{u}}^{pT}\mathbf{f}^p dA \\ &\rho h\int_A \bar{\mathbf{u}}^{pT}\frac{\partial^2\mathbf{u}^b}{\partial t^2}dA + \int_A \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_L^{bT}\mathbf{D}^b\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_L^b dA + \int_A \bar{\boldsymbol{\theta}}^T\mathbf{Q}\boldsymbol{\theta}dA \\ &= \int_A \bar{\mathbf{u}}^{bT}\mathbf{f}^b dA \end{aligned} \tag{7}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^p &= \{u \;\; v\}^T, \quad \mathbf{u}^b = \{w\}, \\ \bar{\mathbf{u}}^p &= \{\bar{u} \;\; \bar{v}\}^T, \quad \bar{\mathbf{u}}^b = \{\bar{w}\}, \\ \boldsymbol{\theta} &= \left\{\frac{\partial w}{\partial r} \;\; \frac{\partial w}{r\partial\theta}\right\}^T, \quad \bar{\boldsymbol{\theta}} = \left\{\frac{\partial\bar{w}}{\partial r} \;\; \frac{\partial\bar{w}}{r\partial\theta}\right\}^T, \\ \mathbf{g} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_\Omega = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_r & q_{r\theta} \\ q_{r\theta} & q_\theta \end{bmatrix} \\ \mathbf{f}^p &= \begin{Bmatrix} \rho h\left(r\Omega^2 + e\Omega^2\cos\theta - e\dot{\Omega}\sin\theta\right) + P_r \\ \rho h\left(r\dot{\Omega} + e\Omega^2\sin\theta - e\dot{\Omega}\cos\theta\right) + P_\theta \end{Bmatrix} \\ \mathbf{f}^b &= \{P_z\}. \end{aligned} \tag{8}$$

weak form 으로부터 이산화된 행렬-벡터 방정식을 유도하기 위해 C_1 continuity 와 twist condition 을 만족하는 적합(conforming)요소인 2 차원 부채꼴요소(Fig. 2)를 사용한다. 이 부채꼴요소는 4 절점

사각형요소와 같이 쉽게 정방형요소로 변환(mapping)될 수 있을 뿐만 아니라 곡선형의 모서리를 가지고 있어 곡선형의 경계를 갖는 원판을 해석하는 데에 매우 적합하다. 평면내변위의 근사를 위해서 Lagrange 보간함수()를 사용하였고, 평면외변위의 근사를 위해서 Hermite 보간함수()를 사용하였다. 그러므로, 변위에 대한 시도함수(trial function)는 다음과 같다.

$$\mathbf{u}^p = \mathbf{N}^p \mathbf{d}_e^p, \quad \mathbf{u}^b = \mathbf{N}^b \mathbf{d}_e^b \tag{9}$$

여기서,

$$\mathbf{d}_e^b = \left\{ w_1, \frac{\partial w_1}{\partial r}, \frac{\partial w_1}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 w_1}{\partial r \partial \theta}, \cdots, w_4, \frac{\partial w_4}{\partial r}, \frac{\partial w_4}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 w_4}{\partial r \partial \theta} \right\}^T$$

$$\mathbf{d}_e^p = \{u_1 \quad v_1 \quad \cdots \quad u_4 \quad v_4\}^T \tag{10}$$

$\mathbf{N}^p$ 는 평면내 변위를 위한 shape function 이고, $\mathbf{N}^b$는 평면외 변위를 위한 shape function 이다. 가중함수(weighting function)는 변위와 같은 shape function 을 가지나 그 계수는 임의의 값 η_e^p 와 η_e^b을 갖는다.

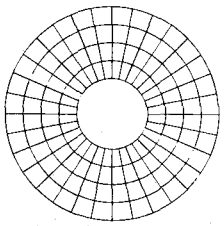
$$\bar{\mathbf{u}}^p = \mathbf{N}^p \eta_e^p, \quad \bar{\mathbf{u}}^b = \mathbf{N}^b \eta_e^b \tag{11}$$

여기서,

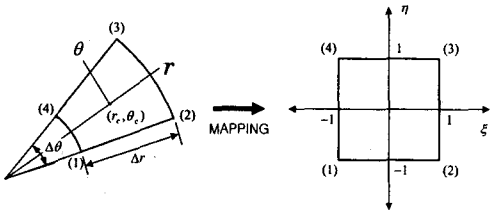
$$\eta_e^b = \left\{ \bar{w}_1, \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial r}, \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial r \partial \theta}, \cdots, \bar{w}_4, \frac{\partial \bar{w}_4}{\partial r}, \frac{\partial \bar{w}_4}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 \bar{w}_4}{\partial r \partial \theta} \right\}^T$$

$$\eta_e^p = \{\bar{u}_1 \quad \bar{v}_1 \quad \cdots \quad \bar{u}_4 \quad \bar{v}_4\}^T \tag{12}$$

제안된 부채꼴 요소를 적용하면 다음과 같은 유한요소방정식을 얻을 수 있다.



(a) Finite element discretization with 128 elements



(b) A 4-node conforming element with C_1 continuity and its Mapping into a parametric square element

Fig. 2 Figure 2. Finite element discretization of the disc and the newly proposed disc element with curved edge

$$\sum_{e=1}^{N} \eta_e^{pT} \mathbf{m}_e^p \ddot{\mathbf{d}}_e^p + 2\Omega \sum_{e=1}^{N} \eta_e^{pT} \mathbf{g}_{\Omega e}^p \dot{\mathbf{d}}_e^p + \sum_{e=1}^{N} \eta_e^{pT} \left(\Omega^2 \mathbf{k}_{\Omega e}^p + \dot{\Omega} \mathbf{g}_{\Omega e}^p + \mathbf{k}_e^p \right) \mathbf{d}_e^p = \sum_{e=1}^{N} \eta_e^{pT} \mathbf{f}_e^p$$

$$\sum_{e=1}^{N} \eta_e^{bT} \mathbf{m}_e^b \ddot{\mathbf{d}}_e^b + \sum_{e=1}^{N} \eta_e^{bT} \left(\mathbf{k}_e^b + \mathbf{k}_{Te}^b \right) \mathbf{d}_e^b = \sum_{e=1}^{N} \eta_e^{bT} \mathbf{f}_e^b \tag{13}$$

여기서,

$$\mathbf{m}_e^p = \rho h \int_A \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p dA, \quad \mathbf{g}_{\Omega e}^p = \rho h \int_A \mathbf{N}^{pT} \mathbf{g} \mathbf{N}^p dA$$

$$\mathbf{k}_{\Omega e}^p = \rho h \int_A \mathbf{N}^{pT} \mathbf{k}_\Omega \mathbf{N}^p dA, \quad \mathbf{k}_e^p = \rho h \int_A \mathbf{B}^{pT} \mathbf{D}^p \mathbf{B}^p dA,$$

$$\mathbf{f}_e^p = \int_A \mathbf{N}^{pT} \mathbf{f}^p dA, \quad \mathbf{m}_e^b = \rho h \int_A \mathbf{N}^{bT} \mathbf{N}^b dA,$$

$$\mathbf{k}_e^b = \rho h \int_A \mathbf{B}_1^{bT} \mathbf{D}^b \mathbf{B}_1^b dA, \quad \mathbf{k}_{Te}^b = \rho h \int_A \mathbf{B}_2^{bT} \mathbf{Q} \mathbf{B}_2^b dA,$$

$$\mathbf{f}_e^b = \int_A \mathbf{N}^{bT} \mathbf{f}^b dA \tag{14}$$

최종적으로, 식(13)은 assembling 과정을 거쳐서 이산화된 행렬-벡터 방정식으로 다음과 같이 유도된다.

$$\mathbf{M}^p \ddot{\mathbf{d}}^p + 2\Omega \mathbf{G}_\Omega^p \dot{\mathbf{d}}^p + \left(\Omega^2 \mathbf{K}_\Omega^p + \dot{\Omega} \mathbf{K}_\Omega^p + \mathbf{K}^p \right) \mathbf{d}^p = \mathbf{F}^p \tag{15}$$

$$\mathbf{M}^b \ddot{\mathbf{d}}^b + \left(\mathbf{K}^b + \mathbf{K}_T^b \right) \mathbf{d}^b = \mathbf{F}^b \tag{16}$$

식(15)는 면내변위 u와 v가 연성된 선형의 방정식이며, $\mathbf{F}^p$가 회전력과 축정렬불량에 의한 외력을 나타내므로 회전 및 축정렬불량에 의한 영향은 식 (15)에서 고려할 수 있다. 식(16)은 면외변위 w에 관계된 방정식이다. $\mathbf{K}_T^b$가 기하학적 비선형성에서 비롯된 접선강성행렬(tangent stiffness matrix)로서 면내변위 u와 v의 함수로 표현되므로 식 (16)은 면내변위와 면외변위의 비선형 방정식이다.

4. 시간응답해석

4.1 디스크의 물성치 및 운전조건

축정렬불량을 갖는 회전디스크의 시간응답분석을 위해 식(15)와 (16)에 시간적분법인 일반화된 α 방법을 적용하였다. 본 연구에서 일반화된 α 방법을 적용함에 있어서, 상수 ρ_∞는 1 로 하였으며, 시간적분 간격 Δt는 0.001sec 로 하였다. 디스크의 물성치는 실제 CD-ROM 디스크에 쓰이는 물성치를 사용하였다. 즉,

$E = 3\times10^9\ \mathrm{N/m^2}$, $h = 0.0012\mathrm{m}$, $\rho = 1.19\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$,

$$\nu = 0.35,\ a = 0.0075\,\mathrm{m},\ b = 0.06\,\mathrm{m}$$

로 주었다. 디스크의 회전속도는 가속, 정속, 감속 구간을 포함시킴으로서 각 상태에서 축정렬불량의 영향을 분석할 수 있도록 하였다. 디스크에 작용하는 외력으로는

$$P_r \approx P_\theta = 0,\ p_z = \delta(t),$$

이 작용한다고 가정한다. 이 때, $\delta(t)$는 충격 함수(impulse function)이다.

5.2 시간응답 해석

종래의 회전디스크에 대한 연구는 일반적으로 축대칭으로 가정하였으므로 변위 u, v, w가 오직 r 만의 함수로 표현되지만, 축정렬불량이 있는 회전디스크는 더 이상 축대칭을 이루지 못하므로 디스크 위의 변위는 r 과 θ 의 함수로 표현된다. 따라서, 축정렬불량이 있는 회전디스크의 시간응답분석에서는 반경방향의 위치뿐만 아니라 원주방향(tangential direction)의 위치에 따른 변위의 변화를 분석해야한다. 그러나 반경방향으로의 변화는 기존의 연구에서 많이 수행되었지만 원주방향으로의 변위의 변화는 다루어진 바가 없으므로, 본 연구에서는 원주방향에 따른 변위의 변화를 비교하였다. 이를 위하여 u, v, w 각각의 변위에 대하여 $r = b$ 에 고정시켜 놓고 $\theta = 0$, $\theta = \pi/2$, $\theta = \pi$, $\theta = 3\pi/2$ 로 하여 각 점에서의 변위를 비교하였다.

먼저, 축정렬불량이 반지름 방향의 변위 u 에 끼치는 영향을 분석하기 위해 식 (2)를 살펴보면, 축정렬불량의 존재에 의해 새로이 나타나는 외력항은 $e\rho h\Omega^2\cos\theta$ 와 $-e\rho h\dot{\Omega}\sin\theta$ 가 있다. 그러나 $\dot{\Omega}$ 보다 Ω^2 이 충분히 크다고 가정하면, 변위 u 는 $e\Omega^2\cos\theta$ 에 의해 크게 영향을 받는다고 할 수 있다. 이 항은 $\cos\theta$ 를 포함하므로 그 성질에 의하여 $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ 사이에서 회전속도가 증가할수록 변위 u 는 더욱 증가하하며, $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$ 사이에서는 회전속도가 증가할수록 변위 u 는 감소하는 경향을 나타낸다. 그리고, $\theta = \pi/2$ 와 $\theta = 3\pi/2$ 에서는 축정렬불량에 의한 변위의 변화가 없다. 이에 대한 예를 보이기 위하여 Fig. 3 에 변위 u 에 대한 시간응답을 축정렬불량의 정도와 회전속도를 변화시켜가며 비교하였다. 이 때, Fig. 3 의 (a), (b), (c), (d)는 각각 $\theta = 0$, $\pi/2$, π, $3\pi/2$ 에서의 변위를 나타낸다. 결론적으로, 변위 u 는 회전속도의 제곱에 비례하여 증가하며, 디스크상의 위치에 따라서 축정렬불량에 비례하여 증가하거나 또는 감소하게 된다.

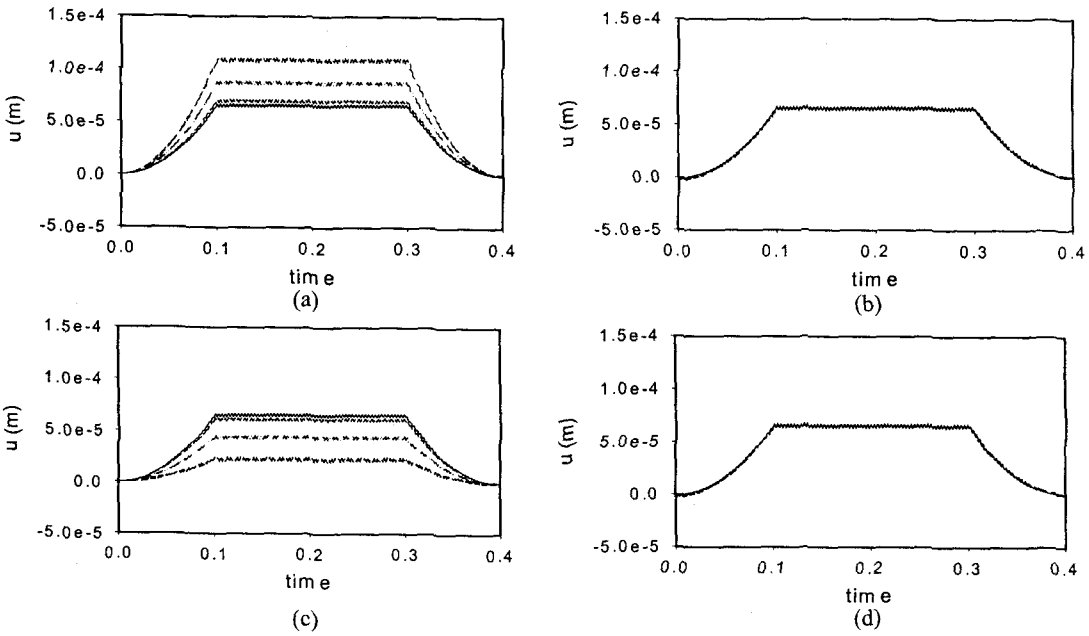


Fig. 3 Time responses for displacement u when misalignment e varies; (a) when $\theta = 0$, (b) when $\pi/2$, (c) when $\theta = \pi$, (d))when $\theta = 3\pi/2$

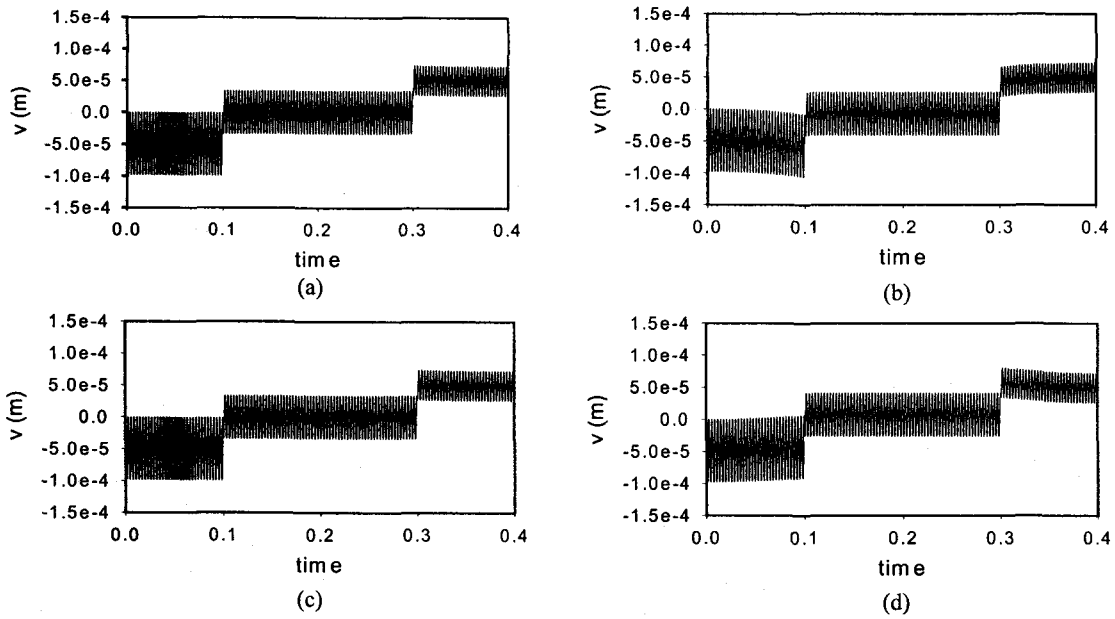


Fig. 4 Time responses for displacement v with misalignment $e = 1\,mm$;
(a) when $\theta = 0$, (b) when $\pi/2$, (c) when $\theta = \pi$, (d))when $\theta = 3\pi/2$

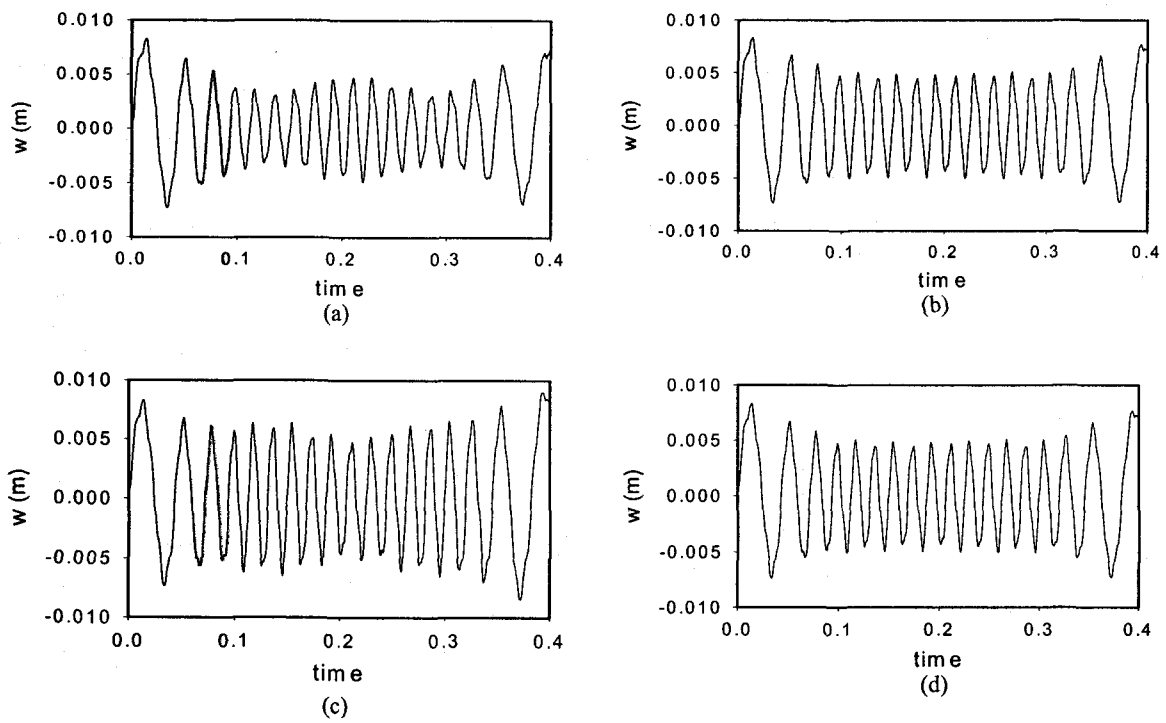


Fig. 5 Time responses for displacement w with misalignment $e = 1\,mm$;
(a) when $\theta = 0$, (b) when $\pi/2$, (c) when $\theta = \pi$, (d))when $\theta = 3\pi/2$

다음으로 축정렬불량이 원주방향의 변위 v 에 미치는 영향을 분석하였다. Fig. 4 의 (a), (b), (c), (d) 는 디스크상의 4 점에서 축정렬불량을 가진 경우 변위 v 의 시간응답을 나타낸 것이다. 축정렬불량이 존재하지 않는 경우 변위 v 는 디스크가 가속상태와 정속상태에서 모두 일정한 값을 중심으로 진동하지만, 축정렬불량이 존재하는 경우 Fig. 4 에서 보는 바와 같이 디스크가 가속상태에 있을 때 축정렬불량의 영향에 의해 증가하거나 또는 감소하는 값을 중심으로 진동하게 된다. 이러한 현상의 원인은 식 (2)의 외력항을 분석함으로써 파악할 수 있다. 즉, 식 (2)에서 v 에 관계된 방정식에 축정렬불량에 의해 나타나는 외력항은 $-e\rho h\Omega^2 \sin\theta$ 와 $-e\rho h\dot{\Omega}\cos\theta$ 가 있으며, $\dot{\Omega}$ 보다 Ω^2 이 충분히 크다고 가정하면 변위 v 는 $-e\rho h\Omega^2 \sin\theta$ 에 의해 큰 영향을 받는다고 생각할 수 있다. 그러므로, $0<\theta<\pi$ 사이에서 회전속도가 증가할수록 변위 v 는 감소하며, $\pi<\theta<2\pi$ 사이에서는 회전속도가 증가할수록 증가하게 된다. 또한 그 증가율이나 감소율은 축정렬불량에 비례하여 증가한다.

축정렬불량에 의한 면외변위 w 의 변화는 면내변위와의 연성효과에 의해 나타나게 된다. 즉, 식 (21)에서 보는 바와 같이, u 와 v 의 함수인 q_r, q_θ, $q_{r\theta}$ 가 면외변위 w 와 비선형적으로 연성되어 있으므로 축정렬불량에 의한 면내변위의 변화가 면외변위에 영향을 미치게 된다. 축정렬불량이 존재하는 경우 회전디스크의 면외진동에 나타나는 가장 큰 특징은 진폭변조(amplitude modulation)현상이며, 축정렬불량의 크기가 커질수록 변조가 심해진다. Fig. 5 는 이러한 진폭변조의 예를 보여주고 있는데, (a), (b), (c), (d)는 원주방향으로 위치를 옮겨가며 계산한 시간응답의 결과를 도시한 것이다.

5. 결론

본 논문에서 축정렬불량이 있는 회전디스크의 비선형 지배방정식과 경계조건을 Hamilton's Principle 을 적용하여 체계적으로 유도하고, 유한요소법과 시간적분법을 이용하여 시간응답의 변화를 해석하였다. 본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 반지름 방향의 변위 u 는 $-\pi/2<\theta<\pi/2$ 에서 축정렬 불량에 의하여 그 크기가 증가하지만 $\pi/2<\theta<3\pi/2$ 에서는 반대로 감소하는 경향을 나타내며, $\theta=\pi/2$ 와 $\theta=3\pi/2$ 인 위치에서는 축정렬불량의 영향을 받지 않는다.
2. 접선방향변위 v 는 $0<\theta<\pi$ 사이에서 축정렬불량에 의해 회전속도가 증가할수록 감소하며, $\pi<\theta<2\pi$ 사이에서는 회전속도가 증가할수록 증가하게 된다. 또한 그 증가율이나 감소율은 축정렬불량에 비례하여 증가한다.
3. 축정렬불량이 존재하는 경우 회전디스크의 면외진동에 나타나는 가장 큰 특징은 진폭변조(amplitude modulation) 현상이며, 축정렬불량의 크기가 커질수록 변조가 심해진다.

후 기

이 논문은 한국과학재단 2000 년도 목적기초연구사업 특정기초연구 연구비에 의해 연구되었음

참고문헌

(1) Mote, Jr., C. D., 1965, "Free Vibration of Initially Stressed Circular Disks," *Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry*, Vol 89, pp. 258~265.

(2) Everseman, W. and Dodson, R. O., 1969, "Free Vibration of a Centrally Clamped Spinning Circular Disk," *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 10, pp. 2010~2012.

(3) Adams, G. G., 1987, "Critical Speed for a Flexible Spinning Disk," *Journal of Mechanical Science*, Vol. 29, No 8,pp. 523~531.

(4) Iwan, W. D. and Moller, T. L., 1976, "The Stability of a Spinning Elastic Disk with a Transverse Load System," *Transaction of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 43, pp. 458~490.

(5) Lee, S. J., Chung, J. and Lee, J. M., "Free Vibration of a Flexible Spinning Disk with Axial Translation and Rigid-Body Tilting," *JSME International Journal, Series C*, Vol. 41, No. 3, pp. 329~337 (1998).

(6) Chung, J., Kang, N. C. and Lee, J. M.,"A Study on Free Vibration of a Spinning Disk," *KSME International Journal*, Vol. 10, No. 2, pp. 138~145 (1996).

(7) Chung, J., Oh, J. E. and Yoo, H. H.,"Non-Linear Vibration of a Flexible Spinning Disc with Angular Acceleration," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 231, No. 2, pp. 375~391 (2000).

(8) Chung, J. and Hulbert, G. M.,"A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: the Generalized- Method," *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 60, No. 2, pp. 371~375 (1993).