

자동창고용 스택커 크레인의 동특성 해석(I)

신상룡*·이윤식*·김중준*·이호택**·이상철**·윤석호**

Dynamic Characteristics Analysis of Stacker Crane for Automatic Warehouse(I)

Sangryong Shin, Yunsig Lee, Jongjun Kim, Hotaek Lee, Sanghul Lee and Sukho Yun

Key Words: Automatic Warehouse(자동창고), Stacker Crane(스택커 크레인), Flexible Body,(유연체), Dynamic Characteristics(동특성), Settling Measurement(흔들림 계측)

Abstract

In this paper, the design factors of stacker crane for the automatic warehouse are verified by dynamic simulation process. Simulation model is designed as the form of rigid elements and discrete flexible beam connections. The various result for structural design of stacker crane is produced by dynamic simulation and experiment. For the simulation of structural dynamics, ADAMS which is a software for kinematic & dynamic simulation, is used. In order to verify the analysis method, simulation and experiment result are compared.

1. 서론

경제 사회의 고도화에 수반되어 발전되는 물류 자동화 부분에 있어서 자동창고의 역할과 규모는 필수 불가결하게 증대되고 있으며, 기능적인 면으로도 종래의 화물 보관이라는 기능을 떠나 입·출고 효율성을 향상시켜 단위면적 당 재화의 보관효율성을 얼마나 올리느냐에 초점이 맞추어져 있다. 이러한 자동창고의 성능을 결정짓는 요인들은 크게 재화의 입·출고 기기, 창고자동운영프로그램, 입·출고 지점의 효율적 레이아웃 등으로 나눌 수 있는데 이중 창고성능 결정의 주된 요소는 실제 화물 입·출고 시 운반기능을 담당하는 스택커 크레인의 운전성능, 즉 프로그램된 단위 재화의 입·출고 지시에 따른 스택커크레인의 응답성이다. 이러한 스택커 크레인과 관련된 현재

의 국내 제작 수준은 기기의 단순한 형태 및 구성에도 불구하고 외국선진업체와 비교하여 성능에 많은 차이가 있어 세계시장으로 진출이 극히 미미한 실정이다. 다음의 표. 1은 외국 선진업체 대비 국내업체의 장비성능 비교표(1999년도 기준)이다.

Table. 1 Spec. Deviation of Stacker Crane

Specification		기술수준 (최고사양)	
화물중량	Height	국외	국내
500kg 이하	15m 이하	Max. 300mpm 2m/sec ²	Max. 200mpm 1m/sec ²
	15m ~30m	Max. 200mpm 2m/sec ²	Max. 140mpm 1m/sec ²
500 kg - 2Ton	15m 이하	Max. 200mpm 2m/sec ²	Max. 125mpm 0.3m/sec ² 30m
	15m ~30m	Max. mpm 2m/sec ²	
2Ton - 5Ton	30m 이하	Max. 180mpm 0.4m/sec ²	Max. 100mpm 0.3m/sec ² 30m
5Ton 초과	30m 이하	Max. 150mpm 0.4m/sec ²	-
특수형		냉동, Clean Room	-

이러한 성능의 차이를 극복하기 위해서는 기계적인 구성방법과 기능, 제어, 운용프로그램 등이 개선되어야 하는데, 이러한 개선을 위하여 기존

* 현대중공업 산업기술연구소
** 현대중공업 엔진사업부

의 기초연구^(1,2)에서는 실제모델을 단순화시켜 동적 상태에서의 제어 기술적인 성향들을 정립하였으나, 실제 상세 제품설계를 위한 응용 측면에서 보다 최적화된 설계기준을 제시, 적용하기 곤란하였다.

본 연구에서는 이러한 스택크레인의 기본 설계에 있어서 주요 기계설계요소중에서 운전시의 동적거동에 관계되는 인자를 선정하여 그 인자별로 스택크레인의 운전조건에 따르는 동특성을 시뮬레이션하고 그 해석결과에 준한 설계기준을 정립하였다. 또한 추가적인 동특성 안정화 기구를 적용하여 그 효과를 시뮬레이션을 통하여 검증하였으며, 개발제작된 스택크레인의 운전상의 진도 위험성에 대한 특성도 검증하였다. 아울러 스택크레인 정지시 상부의 흔들림양상을 계측하여 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 본 연구에서는 이러한 동특성을 분석하기 위하여 기구/동력학 해석 전용 패키지인 ADAMS를 사용하였다. 해석모델로는 실제 제작 설치된 제품의 데이터를 기준하였으며 그 구성요소중 탄성적인 특성이 극미한 부분은 강체로 모델링하고, 동특성에 가장 큰 영향을 주는 마스트 구조에 대하여 실제와 동일한 조건반영을 위해 유연한 보로 구성하였다. 운동조건으로는 실제 운전 목표와 동일한 속도선도를 사용하였다.

2. 스택크레인의 구성 및 설계 인자

2.1 스택크레인의 기계구성

본 연구에서 해석을 수행한 스택크레인의 기본구성과 기능은 그림. 1과 같으며 주요 연구 개발 제품사양은 표. 2와 같다.

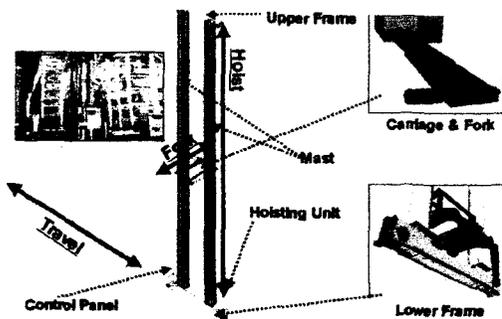


Fig. 1 Schematic Diagram of Stacker Crane

Table. 2 Specification of Developed Stacker Crane

연구 개발 제품 사양	
1.5ton Max.	160mpm 0.35m/sec ² 20m
1.0ton Max.	180mpm 0.5m/sec ² 30m
1.0ton Max.	150mpm 0.5m/sec ² 30m

아울러 구조적 항목 이외의 구동조건(가/감속선도)와 구속조건은 모두 동일한 상태로 조건을 부여하였다. 그림.2는 부여된 구동조건 선도이다.

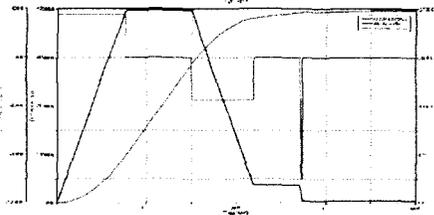


Fig. 2 Input Motion Profile

2.2 주요 설계 인자

일반적으로 대형 자동창고에 적용되는 스택크레인은 구조물의 구성특성상 주행길이에 비하여 높이가 상당히 큰 형태로 구성되어 진다. 이러한 형태로 인하여 기동형식으로 설치된 마스트는 하부의 구동부 대비 유연체의 성질을 갖게 되어 주행 또는 정지시 상부가 하부 구조물의 운전특성과 다른 변위 및 흔들림을 갖게 된다. 이러한 흔들림은 재화의 입·출고를 위한 다음 동작에 지연요소로 작용하는데 실제 이러한 안정화 시간의 축소가 시스템 효율에 지대한 영향을 미치게 된다.

본 연구에서 이러한 상부의 흔들림과 작업의 안정성에 영향을 미치는 설계인자 도출을 위해 수행한 주요 검토항목은 다음과 같다.

- 기계구조강성과 관련된 마스트 항목
- 기계구조강성강화를 위한 안정화장치 항목
- 운동조건에 관련된 구동 특성 관련 항목
- 주행·제동시의 구동력 전달 관련 항목

3. 설계인자별 동특성 해석 및 결과

3.1 마스트 관련 항목

마스트의 구조는 스택커 크레인의 동특성을 지배하는 가장 중요한 항목으로써 본 연구에서는 표. 3에 나타난 바와 같이 스택커 크레인의 운전 사양이 결정된 이후 가장 먼저 고려해야 하는 개념설계 검증단계와 관계된 주요 항목에 관한 해석을 수행하였다.

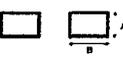
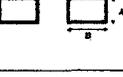
Table. 3 Simulation Case at Mast Frame

항목	설명
형식	Double or Single
단면 형상	Square or Circular Pipe
재질	Aluminum or Steel
치수	Outline or Thickness
하부 보강	Channel or Roll Bending
	Inner Mast Support
연결 방식	2 or 3 Parts Join
	Joining Position

- 마스트의 재질 및 형식 구분 시뮬레이션

본 항목에서는 최대 처짐(스택커 크레인의 구동중 발생하는 상부 프레임의 흔들림)과 정지후 안정화되는 시간(Settling Time)의 비교가 주된 관심사이며, 표. 4는 마스트의 형식과 재질 변경 시뮬레이션에 적용된 구체적 치수와 기호를 나타낸 것이다.

Table. 4 Classification of Mast Size & Material

Mast Type	형태	A	B	t	Mast 중량
Single Square (Steel) Case01		500	900	4.5	1967.23
		450	850	4.5	1825.80
		400	800	4.5	1684.38
		350	700	4.5	1472.24
Double Square (Steel) Case02		400	800	4.5	3368.76
		350	600	4.5	2661.63
		300	600	4.5	2520.21
		400	600	4.5	2803.06
Single Square (Aluminum) Case03		500	900	4.5	689.79
		450	850	4.5	640.20
		400	800	4.5	590.61
		350	700	4.5	516.23
Double Square (Aluminum) Case04		400	800	4.5	1181.23
		350	600	4.5	933.28
		300	600	4.5	883.69
		400	600	4.5	982.87

시뮬레이션 결과의 전반적인 경향에서 Single Type 보다는 Double Type이 안정적인 동특성을 보이고 있으며 단면형상이 커질수록 최대 처짐과 안정화 시간이 양호하게 나타난다. 또한 재질의

구분 측면에서는 동일한 단면형상에서 AI 재질의 마스트 구성이 최대 처짐량은 적게 발생하고 있으나 안정화 시간은 더 길게 나타나고 있다. 그 이유는 AI과 Steel의 기계적 성질과 중량의 상관관계 때문에 발생하는 현상으로 판단된다.

- Double 마스트에서의 마스트 간격 변화

스택커 크레인의 마스트의 간격은 주로 운반 화물의 외각 치수에 의해 최소한의 간격이 결정되나, 동특성 개선을 위한 다소간의 간격 조정이 가능하다. 그림. 3은 Double Mast Type에서의 마스트 사이 간격을 2.2 M에서 2.8 M로 변경하고 단면형상의 크기를 400×400×4.5(폭×높이×두께)에서 400×400×9로 변경한 경우를 상호조합하여 시뮬레이션한 것이다.

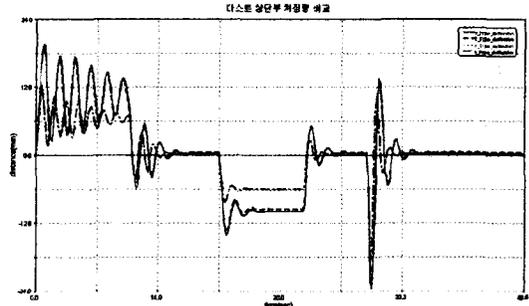


Fig. 3 Simulation Result with Mast Distance Variation (Double Mast Type)

a, b 범례는 400×400×4.5 단면과 간격 2.2 M, 2.8 M의 경우이며 c, d 범례는 400×400×9 단면과 2.2 M, 2.8 M에 해당한다. 위의 경우에서 동특성 개선을 위해 마스트 간격은 가능한 범위까지 확장하는 것이 최대 처짐량을 줄이는 효과를 볼 수 있음을 나타낸다.

- 마스트 연결방식 변경 시뮬레이션

스택커 크레인 제작을 위한 마스트는 대부분 길이제한으로 인해 제작시 구조물의 연결부위를 갖게 되는데 이때 연결부의 단면계수와 부분적인 중량증가를 갖게되어 특성에 영향을 미치게 되는데 그림. 4는 전체 20 M의 마스트 높이 구간에서 연결부위를 변경한 세가지 경우의 시뮬레이션 결과이며 a, b, c 범례는 각각 하부 프레임으로부터

(12 M + 8 M), (4 M + 12 M + 4 M), (8 M + 12 M)로 나누어 연결한 경우의 해석 결과로 그림에서 알 수 있듯이 전체 길이의 1/2 지점 이하 부분을 한번 연결하는 것이 바람직하다고 판단된다.

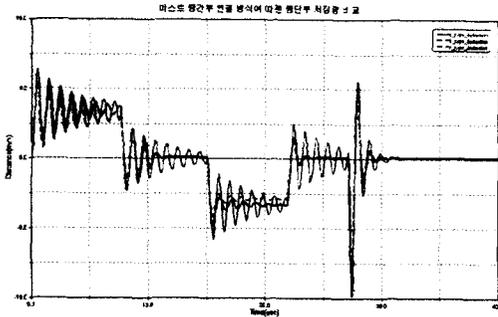


Fig. 4 Simulation Result with Mast Join Variation (Double Mast Type)

- 마스트 하부 보강 방식 변경에 따른 시뮬레이션(길이방향)

동특성 개선을 위해 가장 쉽게 접근할 수 있는 부분이 바로 마스트 하부의 극부적 단면 보강 방식으로써 기존 구성품의 형상을 유지한 상태에서 하부로부터 마스트의 길이 방향 단면계수를 각각 15%, 20%, 30% 씩 보강한 경우의 시뮬레이션 결과를 그림. 5에 나타내었다.

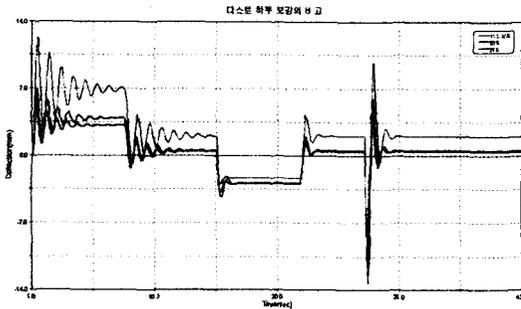


Fig. 5 Simulation Result with Mast Support Method Variation (Support Length Direction)

그림에 나타난 바와 같이 길이 방향 20% 이상의 보강은 그 경제성 측면과 동특성 개선 효과의 측면에서 부적절하며, 전체 길이의 20% 이내

의 범위내에서 실시하는 것이 그림. 6과 같이 처짐에 관련된 불연속적인 곡선 양상을 형성하는 효과를 극대화시킨다고 판단된다.

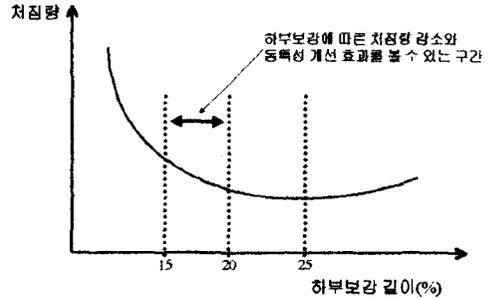


Fig. 6 Relationship between Mast Support Length and Deflection

- 마스트 하부 보강 방식 변경 시뮬레이션(형식 변경)

마스트 하부 보강 길이의 결정과 함께 고려해야 할 항목의 하나가 어떠한 형식으로 보강을 수행하는가의 문제이다. 따라서 본 시뮬레이션에서는 Charnel 보강 방식에 대한 연구를 보다 심도 있게 수행하기 위해 표. 5와 같은 하부보강 모델을 작성하여 시뮬레이션을 추가적으로 수행하였다. 그 이유는 마스트 구조 변경에 따른 전체 중량 변화와 하부보강이 동특성에 미치는 영향을 분석하기 위함이며 그림. 7과 표. 6에 표시하였다.

Table. 5 Mast Size Variation

형식	설명			
	직경 (mm)	두께 (mm)	마스트 무게(Kg)	무게 비율 (%)
Type A	508	7.9	3673.2	100
Type B	457.2	7.9	3305.6	89
Type C	406.4	7.9	2931.8	80

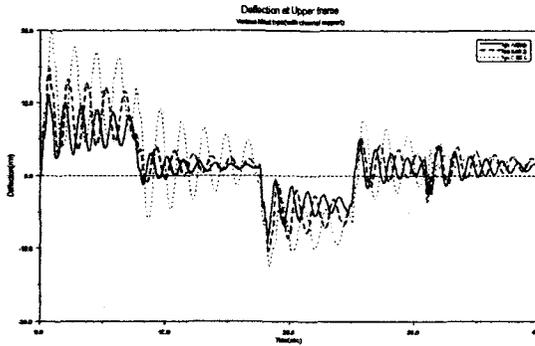


Fig. 7 Simulation Result with Mast Size Variation(Channel Support)

Table. 6 Simulation Result with Mast Size Variation(at Channel or No Channel)

형식	무게 비율 (%)	최대처짐(mm)	
		with	without
Type A	100	11	13.25
Type B	89 (11% down)	14.6 (30% up)	17.8 (34% up)
Type C	79.8 (20% down)	19.8 (80% up)	24.8 (87% up)

그림과 표에서 알 수 있듯이 마스트 중량의 감소비율을 약 10%(100→89→79.8)로 볼 때 각각 30~34%, 80~87% 정도씩 최대 처짐량이 더욱 크게 나타나고 있다. 그러나 진동특성의 측면에서는 마스트의 무게가 무거울수록 진동양상이 빨라짐을 알 수 있다. 즉, 그림. 14의 최초 0~5초 사이의 진동양상을 살펴보면(5초 동안의 진동횟수) 4.5 초, 4 초, 3.8 초의 순서로 Type A, B, C의 Settling Time 경향을 나타내고 있다. 이것은 일반적으로 시스템의 진동주기가 강성과 질량의 함수로 표현될 때 질량의 증가 양상이 진동수의 감소양상으로 나타나는 결과와는 상이한 형태를 보이는 것이다. 그 이유는 시스템 즉, 모든 부속 기구의 형상과 중량이 동일한 상태에서 마스트의 질량이 감소함과 동시에 마스트가 갖고 있는 강성 또한 질량에 비례하여 감소하기 때문에 나타나는 현상으로써 스택커 크레인의 동특성을 지배하고 있는 최대변위의 발생량 최소화와 안정화시간의 단축이라는 두 가지 설계 사양을 만족하기 어렵다는 것을 나타내고 있다.

3.2 안정화장치 관련 항목

안정화 장치는 마스트 구조의 강성을 보강하여 상부흔들림을 최소화하기 위한 즉, 스택커 크레인의 동특성 개선을 위해 부가되는 장치의 일종으로써 그림. 8과 같은 일반적인 구성과 위치를 갖고 있다.

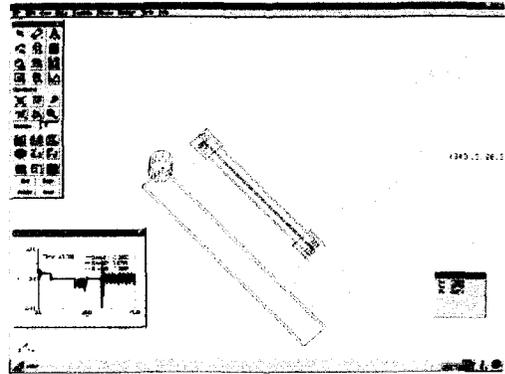


Fig. 8 Stabilizer Device

- 안정화 장치의 적용 유/무

기존 모델에 안정화 장치의 구체적 형상과 관계 없이 마스트 전체 길이의 중간부위를 완전한 강성이 보장된 Rigid Bar로 연결한 경우를 시뮬레이션에 적용한 결과가 그림. 9에 도시되어 있다. 그림에 나타난 바와 같이 모든 운전조건에서 탁월하게 개선된 동특성을 보이고 있다.

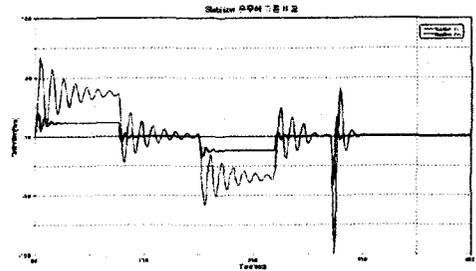


Fig. 9 Simulation Result (with Stabilizer, without Stabilizer)

- 안정화 장치의 부착위치 변화

안정화 장치의 실제적 적용시 그 부착 위치의 결정도 매우 중요한 요소의 하나이다. 앞서 살펴본 두 개 마스트 사이의 Rigid Bar 형식의 안정화

장치를 하부 프레임으로부터 전체 길이의 1/2 지점과 2/3 지점에 부착할 경우의 시뮬레이션 결과를 그림. 10에 도시하였다. 안정화 장치 부착위치의 변화에 따라서 흔들림의 진폭과 주기가 모두 다르게 나타남을 알 수 있으며 특히 과도 상태에서의 흔들림 특성은 안정화 장치가 마스트 중간 부위에 부착된 경우 우수한 것으로 알 수 있다.

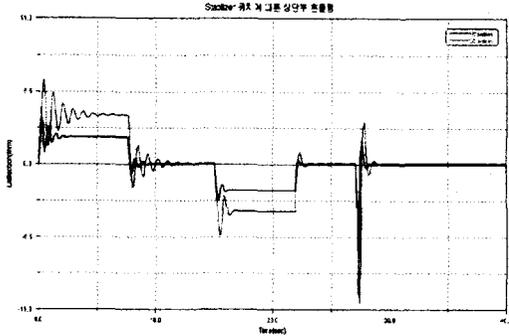


Fig. 10 Simulation Result with Stabilizer Position Variation

3.3 구동 특성 관련 항목

스태커 크레인의 구조적 변경사항이 모두 결정된 이후 수행되는 절차가 구동조건에 관련된 것이다. 즉, 정해진 가/감속 구동조건과 정지조건이 부여된 경우 원활한 운전이 가능한가의 여부를 충분히 검토하여야 하며, 실현가능한 최적의 가/감속도 선도 도출이 필요하다. 또한 추가적인 제동력의 작용과 모터 구동에서 수반되는 기어 백래쉬의 영향과 주행 및 승강이 종료된 이후 포킹 동작에 의한 구조물 안정성도 시뮬레이션을 통해 검토되었다.

표. 7은 구동특성과 관련된 시뮬레이션 항목을 정리한 것이다.

Table. 7 Classification of Simulation Model (about Motion Characteristics)

번호	설명
1	가/감속 속도 선도 변경
2	추가 제동력의 상부 프레임 적용
3	정지시 하부 프레임 기어 백래쉬 영향
4	포킹 동작시 구조물 안정성 분석

- 가/감속 속도 선도 변경

그림. 11은 대표적인 가/감속 속도선도 변경 시뮬레이션 결과를 도시한 것으로써 운전 정지를 위한 감속과정에서 가속도값의 변화 즉, Jerking Motion을 임의대로 부여하고 이에 따른 상부 흔들림량을 관측한 결과이다.

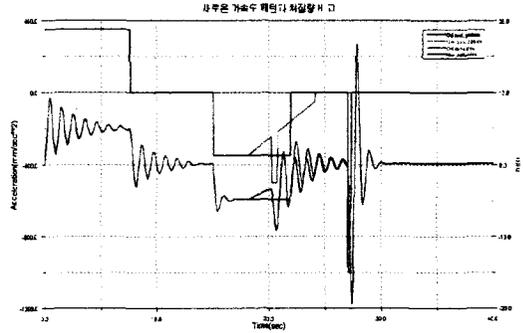


Fig. 11 Simulation Result with Motion Profile Variation

- 추가 제동력의 상부 프레임 적용 효과 산출
스태커 크레인의 제동력은 하부 프레임에 부착되어 있는 주행 모터에서 발생하며, 이로 인하여 상부흔들림을 최소화하기 위한 추가적인 방안으로 상부 프레임의 추가 제동력 적용을 검토하였다. 본 시뮬레이션에서는 상부 프레임의 주행방향 제동 효과를 구현하기 위해 펄스형태로 일정한 제동력을 주행방향과 반대로 부여하였다. 표. 8에 시뮬레이션 조건을 나타내었다.

Table. 8 Braking Pattern

번호	제동력 크기 (N)	제동력 작용시간	반복횟수 (ON 횟수)
1	1000	0.5	3
2	1500	0.5	3
3	2500	0.5	1

3.4 주행·제동시의 구동력 전달 관련 항목

일반적으로 스태커 크레인의 주행시 발생하는 하중의 분포는 비대칭적으로 발생한다. 즉, 주행 방향으로 위치한 전륜부와 후미에 위치한 후륜은 운동조건과 구조물의 강성 특성에 따라 주행·정지시 다양한 반력 분포를 갖게 되는데 이때 상부의 흔들림 또는 과도한 가·감속으로 인한 전도 모멘트의 발생은 부적절한 운동을 초래하게 된

다. 그림. 12는 강제구성요소의 반력특성을 나타낸 것이며, 그림. 13은 상이한 Creep 시간과 브레이크 시간 적용시의 각 휠에 걸리는 반력선도이다.

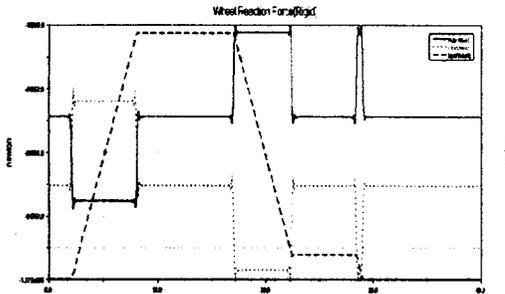


Fig. 12 Comparison of Wheel Reaction Force

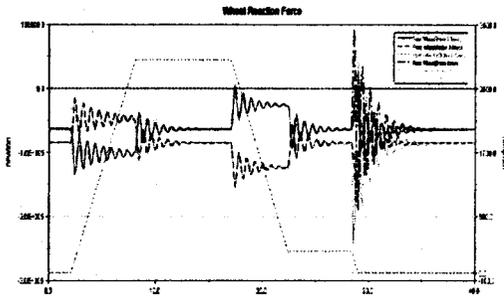


Fig. 13 Comparison of Wheel Reaction Force with Braking Pattern Variation

결론적으로 가/감속 구간에서는 상부 흔들림의 영향으로 반력값의 변동이 있으며, 정지시 운전 조건에서 가장 큰 하중이 휠에 작용한다. 그림. 13은 25~30초 구간에 정지를 위한 Creep과 정지 신호가 스택커 크레인에 작용하는 경우를 나타낸 것으로써 0.6초 동안의 완전한 정지구간을 갖는 상태와 그렇지 못한 구동 패턴 사이의 전/후륜 휠 반력 차이를 보여주고 있다. 이때 힘의 크기가 음의 방향에서 양의 방향으로 바뀌는 부분은 구조물 자체가 하나의 휠 축을 중심으로 회전하려는 전도 모멘트가 발생하였음을 의미하며 후륜측, Rear Wheel과 레일사이의 틈이 발생할 정도의 순간적 전도가 가능함을 나타낸다.

3.5 종합 시뮬레이션

이상의 해석결과를 바탕으로 하여 각 항목별로 최적의 조건이 적용된 모델을 상호 조합하여 구현 가능한 경우에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 즉, 상기의 관련항목중에서 가장 양호한 성능을 나타내는 위치와 형상이 결합된 상태에서 표. 9와 같은 5가지 모델에 대한 시뮬레이션을 수행하여 그림. 14에 도시하였다.

Table. 14 Simulation Condition (at Device Combination)

번호	설명
1	어떠한 부속 구조물도 갖고 있지 않음
2	Lower Support + Stabilizer + Brake
3	Lower Support + Stabilizer
4	Lower Support + Brake
5	Stabilizer + Brake

- Lower Support : 마스트 하부로부터 4 M 지점까지 모델의 마스트 단면 계수 대비 38 %의 증가를 보이는 단면 보강한 수행 모델

- Stabilizer : 무게 60 Kg의 안정화 장치가 마스트 중간부위인 10 M 지점에 부착된 모델

- Brake : 주행방향에 반대방향으로 250 Kg의 힘이 27.1초에서 27.5초까지 순간적인 펄스 형태로 인가되도록 구성한 모델

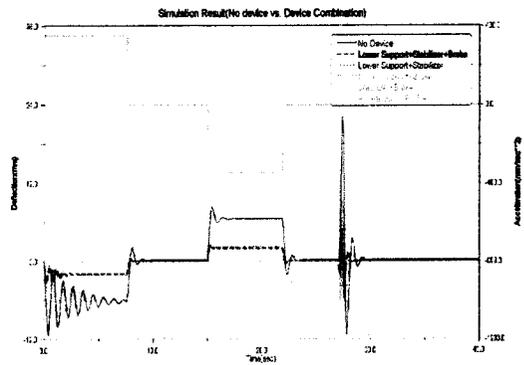


Fig. 14 Simulation Result at Device Combination

4. 안정화 현상 계측 및 해석비교

상부 흔들림 계측

시뮬레이션을 통한 해석결과와 실제 현상 사이

의 상관관계 분석을 통한 해석의 타당성을 검증하기 위해서 그림. 15에 나타난 바와 같이 실험장치를 설치하여 실제 주행후 정지시의 상부 흔들림을 계측하였다.

사용한 계측 시스템의 사양은 표. 10과 같으며 레이저 변위센서로부터 출력되는 전압신호를 디지털 오실로스코프로 입력시킨후 거리로 환산하여 시뮬레이션 결과와 비교하였으며 수동 및 자동 운전상태에서의 반복운전을 수행하여 신뢰성 있는 계측 데이터를 수집하였다. 이때 상단부의 흔들림 계측은 운전이 종료된 이후 구조물이 안정화될 때까지의 시간동안 수행되었다.

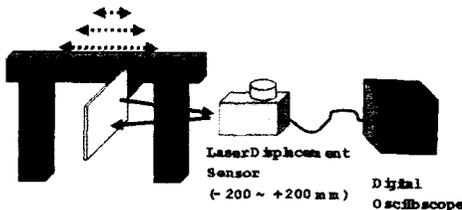


Fig. 15 Schematic Diagram of Measuring System

Table. 10 Specification of Measuring Device

항목	사양		
Sensor (KEYENCE LB-1201/301)	측정 방식	측정 거리	출력
	레이저 변위 측정	300 ± 100 mm	±5 V
Data Collector (Tektronix TDS 340A)	Two Channel Digital Oscilloscope		

본 연구에서 계측한 스택커 크레인 계측의 조건은 표. 11과 같다.

Table. 11 Measuring Condition

항목	설명
센서 위치	랙 최상단으로부터 3.5 M 하단
운전조건	613 mm 구간, 최고속도의 12.5 %, 3 mpm Creep 속도 가속도 0.33 m/sec ²

계측 결과와 시뮬레이션 결과의 상관관계 분석을 수행하기 위해 계측결과와 동일한 조건의 시뮬레이션 모델을 신규로 작성하였으며 이의 비교

결과가 그림. 16도시되어 있다.

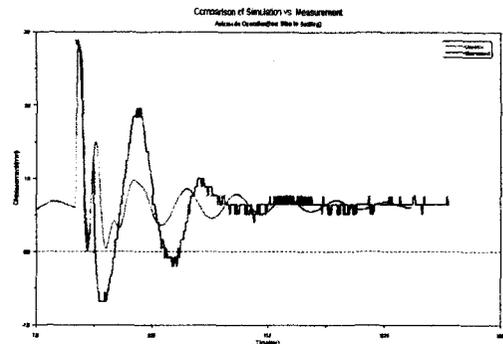


Fig. 61 Comparison of Simulation and Experimental Result(at Automatic Operation Mode)

5. 결론

본 연구에서는 지동차용 스택커 크레인 기본 설계 기준을 정립하고자 1ton급 스택커크레인을 주요 대상으로 기본 설계시 주요한 검토항목에 대한 동특성 해석연구를 수행하였다.

동특성 해석과정은 일반적인 수학적 모델링 절차를 생략하고 산업현장에서 응용이 가능한 상용 프로그램을 사용하였다.

스택커 크레인의 주행 안정성 평가를 위해 주어진 하중 조건 및 속도 선도를 기반으로 상부 프레임의 변형량 및 안정화 시간을 최소화하기 위한 기본설계인자들의 동특성해석을 수행하여 기본설계시 반영될 기준을 정립하였다. 또한 실제 제작품의 시간에 따른 흔들림 현상을 계측하여 시뮬레이션을 타당성을 검증하였다.

참고문헌

1. Olsson, M., "On the Fundamental Moving Load Problem," J. of Sound and Vibration, Vol. 145, No. 2, pp.299-307, 1991.
2. Lee, U., "Separation Between the Flexible Structure and the Moving Mass Sliding on It," J. of Sound and Vibration Vol. 209, No. 5, pp.867-877, 1998.
3. Lee, H.P., "Dynamic Responses of a Beam With a Moving Mass," J. of Sound and Vibration, Vol. 191, No. 2, pp.289-294, 1996.