

유연성을 가진 기계 시스템의 동역학 해석

박태원* · 서종휘** · 정원선** · 채장수*** · 서현석***

DYNAMIC ANALYSIS OF A MECHANICAL SYSTEM WITH FLEXIBLE BODIES

T.W.Park, J.H.Seo, W.S.Chung, J.S.Chae and H.S.Seo

Key Words: Flexible Multibody Dynamics(유연다물체동역학), Modal Synthesis(모드합성), Deformation Mode(변형모드), Normal Mode(정규모드), Static Mode(정적모드), Joint Reaction Force(조인트반력)

Abstract

The component mode synthesis method allows the elastic deformation of each component in the flexible multibody system by a sum of modes and modal coordinates. This paper focuses on the selection of boundary conditions and deformation modes for redundantly constrained flexible components in mechanical system dynamics. The result of a flexible body dynamic analysis with only normal modes is used to identify proper boundary conditions of a static modes and a desired set of static modes which will be used in the final model. A simple four bar mechanism is used to explain the procedure and a space satellite with solar panels is analyzed using the proposed method.

1. 서론

로봇이나 우주 항공과 같이 고속화, 경량화 되는 기계시스템의 보다 정확한 동역학 해석결과를 확보하기 위해서는 유연성을 가진 구성부품의 탄성효과를 고려하는 것이 매우 중요하다[1]. 탄성효과를 고려하기 위한 방법으로는 유한요소 모델에 사용되는 절점좌표를 이용하기도 하지만 이는 매우 비합리적이기 때문에 최근에는 모드좌표(Modal Coordinate)를 이용한 모드 합성법

(Component Mode Synthesis; CMD)이 많이 이용되고 있다. 이는 몇 개의 적절히 선정된 모드만으로도 물체의 탄성변형을 매우 잘 나타낼 수 있기 때문에 매우 효율적이다[2].

모드 합성법에 사용되는 모드의 종류에는 크게 정규모드(Normal Modes)와 정적모드(Static Modes)가 있는데 정규모드는 비감쇠 다자유도 시스템의 자유진동 해석에 의해 결정된 모드로 기계계의 일반적인 거동을 고려하기 위해 사용된다. 정적모드는 각 연결 부품의 조인트에 의한 반력이나 외부 힘에 의한 탄성변형을 고려하는데 효과적이며 부착모드(Attachment Modes)와 구속모드(Constraint Modes)로 나눌 수 있다. 특히, 부착모드와 구속모드는 정규모드와 독립적이 되도록 서로 직교성이 있어야 하며, 동일한 크기(Magnitude)를 갖도록 정규화(Normalized) 되어야 한다[3].

* 아주대학교 기계공학과 정교수

** 아주대학교 기계공학과 대학원

*** 한국항공우주산업(주) 본체 개발팀

모드의 합성을 위한 다양한 모드의 확보는 범용 유한요소 해석프로그램을 이용하여 얻을 수 있고, 모드 합성에 사용된 모드는 범용 유연 동역학 코드를 사용하여 정규화 및 직교화 될 수 있다.

이러한 변형모드의 적절한 선택과 조합은 유연체 동역학 해석결과와 정확성에 큰 영향을 미치게 된다. 그러나 유연체 부품을 포함하여 대부분의 기계 시스템은 과도한 구속조건을 가지고 있기 때문에 적절한 경계조건을 설정하거나 변형모드를 선정 조합하기가 매우 어렵다.

몇 가지 제안된 일반적인 방법은 정적인 경계조건을 적용하여 구한 정적모드와 정규모드를 함께 사용하는 방법인데 이는 기계시스템의 모든 조인트 반력이나 외력에 의한 탄성변형을 고려할 경우에는 모드의 수가 매우 많아져 오히려 해석의 효율과 신뢰성이 떨어지게 될 수도 있다[4].

이에 본 논문에서는, 강제 동역학 해석으로부터 얻어지는 조인트 반력정보를 이용하여 정적모드 고려하기 위한 적절한 경계조건을 설정하는 방법과 이에 대한 정규모드와의 합성을 통해 최소의 모드만으로도 기계시스템의 탄성변형을 효과적으로 고려할 수 있는 방법을 제시하였으며 이를 유연성이 큰 태양전지판의 전개거동 해석에 적용하여 그 타당성을 확인하였다.

2. 모드 형태

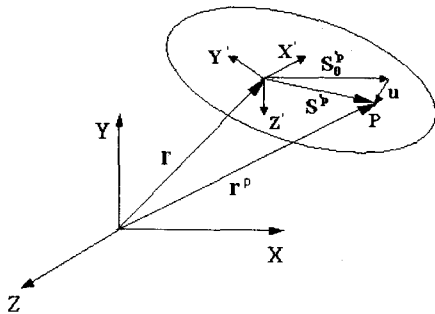


Fig.1 Global Displacement of a Point P in an Elastic Component.

Fig.1은 전형적인 유연체를 보여주고 있다.

전체 기준좌표에 대한 유연체 내의 한 점의 변위는 식(1)로 표현된다.

$$\mathbf{r}^p = \mathbf{r} + \mathbf{A}(\mathbf{S}_0^p + \mathbf{u}) \quad (1)$$

여기서 \mathbf{r} 은 물체의 기준좌표를 나타내는 위치 벡터이고, \mathbf{A} 는 물체의 기준좌표에서 전체 기준좌표계로의 회전변환 행렬이다. \mathbf{S}_0^p 는 물체 기준좌표로부터 P점의 초기위치벡터이다. \mathbf{u} 는 변형에 의한 변위벡터이며, 식(2)와 같이 독립적인 M개의 변형모드에 대한 선형조합으로 근사함으로써 탄성변형을 효과적으로 고려할 수 있다[5].

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^M \phi_i \eta_i \quad (2)$$

여기서 ϕ_i 는 모달벡터이고 η_i 는 모달좌표이다. 그리고 유연체에 대한 운동방정식은 2차 행렬 미분 방정식으로 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}_{nn} \ddot{\mathbf{x}}_n + \mathbf{K}_{nn} \mathbf{x}_n = \mathbf{f}_n \quad (3)$$

여기서 \mathbf{x}_n 은 $n \times 1$ 변위 벡터를 나타내고, \mathbf{f}_n 은 $n \times 1$ 의 힘 벡터이다. \mathbf{M}_{nn} 과 \mathbf{K}_{nn} 은 $n \times n$ 질량과 강성 행렬을 나타낸다. 식(3)에 대한 정규모드는 다음과 같은 형태의 고유값 문제로 표현할 수 있다.

$$(\mathbf{K}_{nn} - \omega^2 \mathbf{M}_{nn}) \Phi_n = 0 \quad (4)$$

여기서 모드는 \mathbf{M}_{nn} 에 대해 표준화된다. 즉,

$$\Phi_n^T \mathbf{m} \Phi_n = \mathbf{I}_n \quad (5)$$

$$\Phi_n^T \mathbf{k} \Phi_n = \Lambda_n \equiv \text{diag}(\omega_i^2) \quad (6)$$

$\Phi_n = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]$ 이며 열(Columns)이 요소의 정규모드(Component Normal Mode)이루어진 행렬이다.

정적모드는 구속모드(Constraint Mode)와 부착모드(Attachment Mode)로 구분할 수 있는데 구속

모드는 물리적인 좌표를 구속모드가 정의될 \mathbf{c} 와 그 나머지 \mathbf{v} 로 구분할 때 \mathbf{c} 에 있는 하나의 물리적 좌표에 단위 변위 (Unit displacement)를 정적으로 부여하여 얻어진다. 따라서 구속모드는 다음 식으로 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{vv} & \mathbf{k}_{vc} \\ \mathbf{k}_{cv} & \mathbf{k}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{vc} \\ \mathbf{I}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{vc} \\ \mathbf{R}_{cc} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 \mathbf{R}_{cc} 는 \mathbf{c} 좌표에서의 반력이다. 식(7)에서

$$\Phi_{vc} = -\mathbf{k}_{vv}^{-1} \mathbf{k}_{vc} \quad (8)$$

따라서 구속모드 행렬은 다음 식과 같이 된다.

$$\Phi_c \equiv \begin{bmatrix} \Phi_{vc} \\ \mathbf{I}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_{vv}^{-1} \mathbf{k}_{vc} \\ \mathbf{I}_{cc} \end{bmatrix} \quad (9)$$

부착모드는 \mathbf{a} 를 부착모드가 정의된 \mathbf{P} 의 부분이라 할 때 \mathbf{a} 의 한 좌표에 단위 힘(Unit Force)을 가했을 때의 정적 변형에 의한 영향을 갖는 모드로 \mathbf{a} 의 다른 좌표에는 힘이 가해지지 않는다. 여기서는 강체 모드가 없는 경우를 설명하기로 한다. 구속요소에서 \mathbf{w} 를 \mathbf{P} 에서 \mathbf{a} 의 나머지 부분이라고 하면 부착모드의 집합 Φ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ww} & \mathbf{k}_{wa} \\ \mathbf{k}_{aw} & \mathbf{k}_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{wa} \\ \Phi_{aa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{wa} \\ \mathbf{I}_{aa} \end{bmatrix} \quad (10)$$

유연 행렬을 $\mathbf{g} = \mathbf{K}^{-1}$ 로 정의하면 구속요소의 부착모드는 유연 행렬의 열(column)로 정의된다.

$$\Phi_a \equiv \begin{bmatrix} \Phi_{wa} \\ \Phi_{aa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{wa} \\ \mathbf{g}_{aa} \end{bmatrix} \quad (11)$$

3. 경계 조건과 모드의 선택

이상에서 설명한 모드선정 방법의 순서도는 Fig.2와 같다.

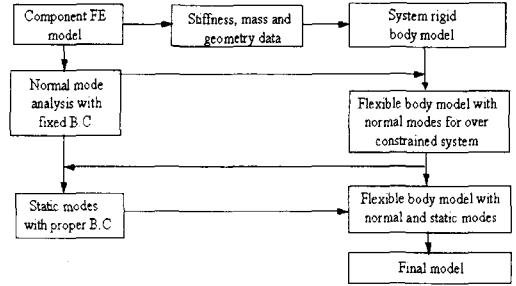


Fig 2. Flow diagram of Flexible Body Analysis

먼저 강체 모델을 준비한다. 유연체로 구성된 대부분의 기계시스템은 과도한 구속조건을 갖기 때문에 여유구속을 제거해야 함으로 강체 해석에서는 모든 연결 조인트에 가해지는 반력에 관한 정보를 제시할 수 없다. 따라서 이 단계에서는 유연체에 대한 정규모드만을 이용함으로써 경계 조건 설정에 모든 연결 조인트를 사용할 수 있다. 이때 만약 저주파의 정규모드 몇 개만 사용한다면, 적은 수의 요소로 이루어진 유한요소모델이 사용 가능 할 것이다. 그러나 고주파의 정규모드가 포함되어야 한다면, 사용되는 정규모드의 수는 더 증가하게 된다.

정규모드를 이용한 해석결과는 모든 연결 조인트의 반력에 대한 정보를 제공하게 된다. 상대적으로 작은 크기의 반력을 가지는 구속은 경계 조건으로 고려할 필요가 없고, 또한 정적모드 선정에서도 제외될 수 있다. 큰 반력을 가지는 구속은 경계조건과 정적모드의 경계조건으로 사용한다. 적절한 수의 정규모드와 이를 이용해 구해진 정적모드는 유연체 구성품에 작용하는 탄성 변형 효과를 계산하기 위해 선형 조합된다.

유연체 동력학 해석의 결과는 사용하는 모드의 정확성에 크게 의존하므로 사용하는 정규모드의 정확성은 신중하게 검증되어야 한다.

4. Example

4.1 Slider Crank Mechanism

슬라이더 크랭크 기구가 위에서 제시된 방법을 설명하기 위해 선택되었다.

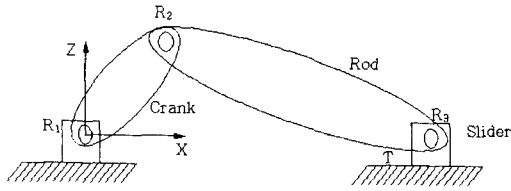


Fig.3 A Slider Crank Mechanism.

Fig.3의 모델에서는 3개의 회전 조인트 R_1 와 1개의 병진조인트 T 가 이용되었다. 힘 요소는 고속회전을 고려하기 위하여 회전조인트 R_1 을 1초에 20번 회전하도록 구동력을 주었다. 그리고 탄성효과를 고려하기 위하여 커넥팅로드를 유연체로 구성하였다. 단면은 $0.01 \times 0.02 \text{ m}^2$, 길이는 1m 이며 3차원 빔 요소(3D Beam Element) 100개를 사용하였고, 노드의 수는 101개이다. 재료는 일반적인 철(Steel)로서 물성치는 Young의 계수 $206.8 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, 포아송 비 0.3, 밀도 7820 kg/m^3 이다.

강체 모델의 총 자유도는 18개이고, 사용된 구속은 20개이다. 그러므로 이 시스템의 강체 모델은 과잉구속 상태이다. 과잉 구속된 모델의 해석을 수행하여 모든 조인트들에 대한 반력정보를 얻기 위해서는 유연체의 탄성효과를 고려한 동역학 해석을 수행해야 하는데 이 단계에서 정규모드를 사용한다. 예제에서는 5개의 정규모드를 이용하여 조인트의 반력정보를 얻었으며 Fig.4는 R_3 회전 조인트에서의 반력을 나타내고 있다.

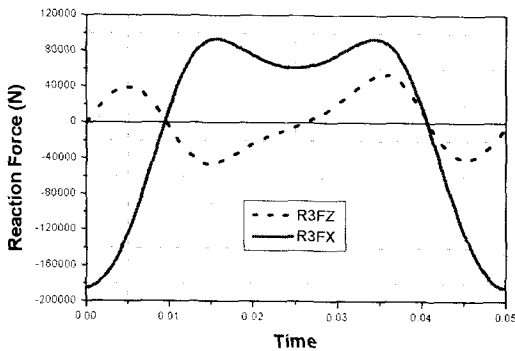


Fig.4 Reaction Forces on R3 Revolute Joint

또한 R_2 회전 조인트에서의 반력은 Fig.5와 같다.

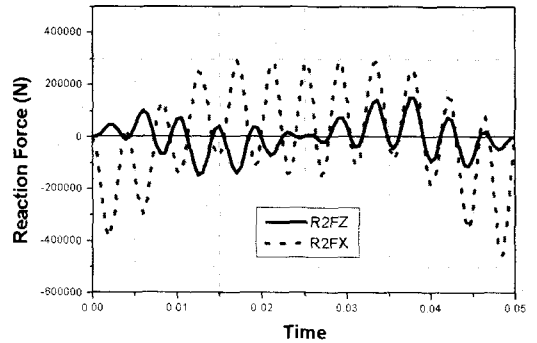


Fig.5 Reaction Forces on R2 Revolute Joint

예상대로 X, Z 방향의 반력이 크고 다른 힘은 무시할 만큼 작다. 그래서 4개의 경계조건 즉, R_2 , R_3 조인트의 X, Z 방향을 선택한다. 다른 2개의 경계조건은 결과 값에 큰 영향을 미치지 않는다. Fig.6는 서로 다른 4개의 결과들을 나타내고 있다. 회전조인트 R_3 에서의 X, Z방향 구속모드가 거의 모든 탄성변형을 나타내고 있다.

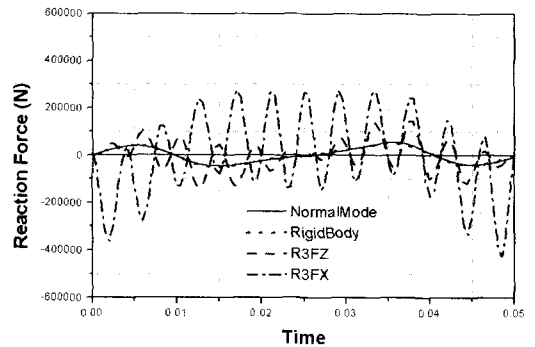


Fig.6 Reaction Force of Z direction on R3 Revolute Joint

4.2 A Satellite System

Fig.7과 같은 인공위성 시스템에 대하여 제시된 방법을 이용해 유연체 해석을 수행하였다.

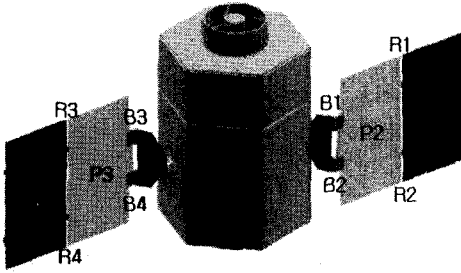


Fig.7 A Satellite System.

본체와 태양전지판은 브라켓조인트로 연결되었으며 태양전지판 사이의 연결은 회전조인트를 이용하였다. 태양전지판은 본체의 측벽에 접혀진 상태에서부터 양쪽이 동시에 전개를 하게되는데 이러한 전개구동력을 위해서 각 회전조인트에는 RSDA(Rotational Spring Damper Actuator)가 연결되어 전지판을 전개시킨다.

유연성이 큰 인공위성 태양전지판의 유한요소 모델은 Fig.8과 같이 4개 판넬 모두 같은 기하학적 형상과 소재를 사용하여 모델링 되었다.

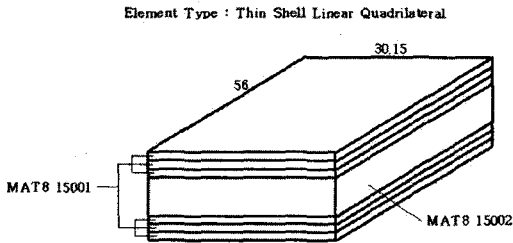


Fig.8 Finite Element Model of Solar Array

유한요소의 종류(Element Type)는 Thin Shell Linear Quadrilateral를 사용하였으며, 기하학적 형상과 재료의 물성치는 설계 도면을 참조하여 적절한 수치를 적용하였다. 변형모드를 확보하기 위한 범용 유한요소해석 프로그램으로는 NASTRAN 70.5를 사용하였다.

먼저, 태양전지판의 유연체 모델은 조인트의 기하학적 특성 때문에 서로 다른 경계조건을 가지므로 이를 고려해서 정규모드와 정적모드를 구해야 한다. 정규모드를 이용해 조인트에 대한 반력정보를 해석한 후에는 정적모드를 해석하기 위

한 적절한 경계조건을 설정할 수 있다.

Fig.9는 오른쪽 두 태양전지판 사이를 연결하는 회전조인트 R₁의 정규모드 해석에 대한 반력을 보여주고 있다.

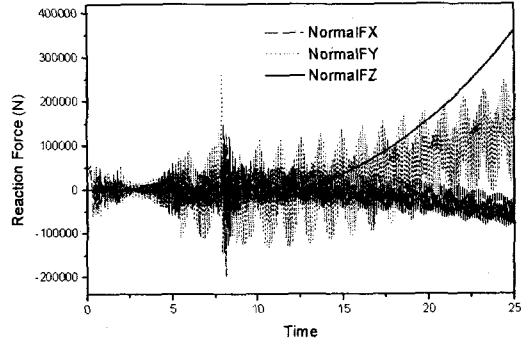


Fig.9 Reaction Force on R1 Joint with Normal Mode

Fig.10은 오른쪽 2개의 태양전지판을 연결하는 회전조인트 R₁의 구속모드 해석시 X방향 반력을 보여준다.

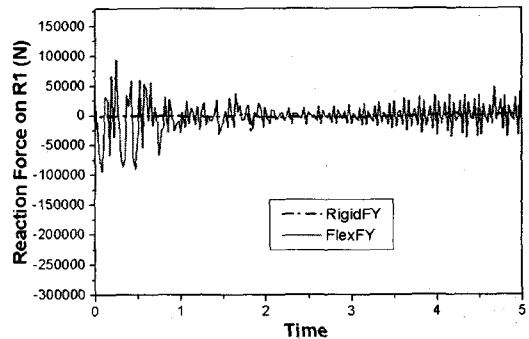


Fig.10 Reaction Force on R1 Joint with X-Direction Constraint Mode

5. 결론

기계 시스템에서 과잉 구속된 유연체 구성품의 탄성효과를 고려하기 위한 모드의 선정과 조합에 대한 절차를 제시하였다. 이 방법을 인공위

성의 태양열전지판 전개거동 해석에 적용하여 그 타당성을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Craig R.R.Jr and Bampton M.C.C. (1968). Coupling of Structures for Dynamic Analysis. *AIAA Journal* **6:7**, 1313-1319
- (2) Spanos J.T. and Tsuha W.S.(1991). Selection of Component Modes for Flexible Multibody Simulation. *Journal of Guidance* **14:2**, 278-286
- (3) Shin S.S., You W.S. and Tang J. (1993). Effect of Mode Selection, Scaling, and Orthogonalization on the Dynamic Analysis of Flexible Multibody Systems. *Mechanics of Structures and machines*. **21:4**, 507-527
- (4) Kim S.S. and Haug E.J.(1990). Selection of Deformation Modes for Flexible Multibody Dynamics. *Mechanics of Structures and machines*. **18:4**, 565-586
- (5) Craig R.R.Jr. (1981), *Structural Dynamics*, Wiley
- (6) 김성수, 김봉수(2000), 멀티레이트 수치적분법을 이용한 유연다물체 동역학해석, 대한기계학회논문집 24권 11호, 2804-2811
- (7) 김경석외 7명(1999), Experimental Analysis of Vibration Modes of Plates Using ESPI, KSME International Journal Vol.13, No.11, 667-685