

주파수역 피드백 시스템 인식을 이용한 이산시간 제어기 설계

정 유 철* · 심 영 복** · 이 건 복***

Discrete-Time Controller Design using Identification of Feedback System in Frequency Domain

Yu Chul Jung, Young Bok Shim and Gun Bok Lee

Key Words: PID Controller(비례적분미분제어기), Automatic Tuning(자동튜닝), Feedback System(피드백시스템), Adaptive Control(적응제어), Frequency Response(주파수응답), Frequency Domain Approximation(주파수역 근사화), Popov Criterion(Popov 기준)

Abstract

Discrete-time controller design is proposed using feedback system identification in frequency domain. System Stability imposed by a new controller is checked in the function of a conventional closed-loop system, instead of a poorly modeled plant due to non-linearity and disturbance as well as unstable components, etc. The stability of the system is evaluated in view of Popov criterion. All the equations are formulated in the framework of the discrete-time system. Simulation results are shown on the plant with input saturation components, DC disturbance and a pure integration.

기호설명

G_{cl} or G_{cl}^* : 폐루프전달함수
 C or C^* : 제어기 전달함수
 P : 플랜트 전달함수
 $\hat{G}(z^{-1})$: (이산시간) 인식 모델
 $\hat{G}(j\omega)$: 주파수응답함수
 τ : 플랜트의 시정수
 K : 플랜트의 DC 이득
 T_d : 플랜트의 시간지연
 T_s : 이산시간제어시스템의 샘플시간

1. 서론

제어대상으로서 CNC 공작기계, 로봇, 반도체 제조에 이용되는 와이어 본더에 이르는 모션제어시스템의 고속·고정밀화에 따라 예전에 고려할 필요가 없었던 플랜트(제어대상)의 각 구성요소들의 비선형성에 의한 효과나 모델링오차 및 외란의 작용에 대해서도 충분히 요구하는 제어성능을 만족시키는 제어기의 설계 및 적합한 제어방식의 개발이 진행되어지고 있다. 현장에서 널리 사용되고있는 PID제어기설계는 제어기구조로 비례적분미분제어기를 선정하고, 각각의 제어기 파라미터를 적절하게 튜닝하는 기법을 채택하고 있다.^(1,2) 그러나 PID 제어방식을 채택하고 있는 시스템 중 대부분이 PID제어기를 플랜트에 잘 튜닝하여 사용하지 않고 있는 실정이다.⁽²⁾ 더욱이, 제어기 튜닝의 자동화가 가능하리라 기대되었던 적

* 숭실대학교 대학원

** 숭실대학교 대학원

*** 숭실대학교 기계공학과

응제어기법도 제어대상에 적합한 적응제어법칙을 얻기위해서는 플랜트에 대한 보다 많은 선행정보들을 필요로한다는 점과 그 만큼 제어노력이 많이 든다는 단점 때문에 순수하게 자동튜닝기법이라고 생각하기에는 적합하지 않음을 알 수 있다.⁽³⁾ 그리고 기존의 설계기법이 플랜트모델에 기반을 두고 안정성의 견지에서 성능을 만족시키는 제어기를 설계하므로, 이때 플랜트의 모델링 오차에 대한 성능평가 및 실험해석 등의 보다 많은 제어노력이 들게된다. 이러한 제어시스템 설계상의 문제를 해결하기 위해서는 시스템의 안정성을 확보한 기본 제어기로부터 점차적으로 제어성능을 높일 수 있고 단순하고 안정적인 제어기자동 설계기법의 개발이 필요하다.

본 연구에서는 현장에서 실제적인 제어기의 설계하고 적용할 때 제어시스템의 적합성시험과 관련된 반복실험의 문제와 안정성(예측)에 대한 문제를 다루고 있다. 즉, 제어기의 설계와 제어시스템의 안정성 및 최적성능의 평가를 기존의 플랜트인식방법을 이용하지 않고, 선형시스템에 가까운 피드백시스템을 인식함으로써 해결하고자 한 것이다. 일반적인 플랜트 인식의 어려움은 플랜트에 존재하는 비선형성, 외란영향, 그리고 불안정한 요소들에 기인한다. 그러나 안정한 피드백시스템의 경우, 성능은 비교적 좋지 않지만 플랜트의 인식모델에 비해 제어시스템의 설계방법들에 대한 많은 정보를 제공하며 피드백제어의 잇점으로 외란과 비선형요소의 효과가 적고 안정하고 선형시스템에 가까워 시스템인식이 비교적 쉬운 장점이 있다. 피드백시스템인식을 이용한 제어기의 설계는 초기의 피드백시스템의 성능과 함께 인식한 결과를 이용하여 주파수역에서 설계된 제어기에 대한 안정성을 Popov의 관점에서 검토하며, 이산시간제어시스템에 알맞도록 식을 유도한다.

2. 제어기 설계

2.1 시스템 인식

일반적인 제어시스템은 Fig. 1의 블록선도와 같이 피드백요소를 통해 폐루프를 이루며, 이때 전체적인 제어시스템이 선형시스템에 가까운 경우 그 동특성과 성능은 다음과 같은 전달함수로 나

타낼 수 있다.

$$G_{cl}(*) = \frac{C(*)P(*)}{1 + C(*)P(*)} \quad (1)$$

여기서, *연산자는 연속시간시스템에서는 미분연산자 s 를 의미하며, 이산시간시스템에서는 z^{-1} 를 의미한다.⁽⁷⁾ 그리고 $C(*)$ 는 선형제어기의 전달함수를 나타내고, $P(*)$ 는 제어대상인 플랜트의 전달함수를 나타낸다.

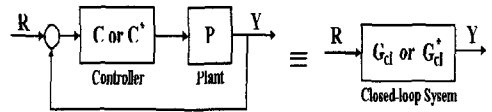


Fig. 1 Block Diagram of Feedback System

구동기나 일반적인 플랜트는 입력측 포화를 포함한 하드 비선형 요소를 가지므로, 기존 제어시스템에 대한 제어실험의 작업조건으로서 선형구간범위에서 수행하면, 피드백시스템이 선형성을 갖게하는 조건으로 얻은 피드백시스템에 대한 실험결과로부터, 제어기와 플랜트로 이루어진 다음의 해석함수를 구할 수 있다.

$$[C(j\omega)P(j\omega)]^{-1} = \frac{1 - G_{cl}(j\omega)}{G_{cl}(j\omega)} \quad (2)$$

여기서, 위 식 (2)는 피드백시스템의 설계조건으로 정상상태오차가 거의 없도록 설계하는 구속조건 ($G_{cl}(j0) \approx 1$)에 대해서도 해석적임을 알 수 있다.⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 그리고, 실험으로부터 구한 페루프시스템은 피드백시스템의 특성상 강인하고 안정하며, 특히 선형시스템에 가까운 장점을 이용하여 다음과 같이 선형시스템 모델로 고려한 페루프전달함수를 구할 수 있다.

$$\widehat{G}_{cl}(z^{-1}) \equiv \frac{B_{\widehat{G}_{cl}}(z^{-1})}{A_{\widehat{G}_{cl}}(z^{-1})} \quad (3)$$

또한, 제어기를 재설계하여 피드백시스템을 꾸렸을 때 얻을 수 있는 페루프전달함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G_{cl}^*(z^{-1}) = \frac{C^*(z^{-1})P(s)}{1 + C^*(z^{-1})P(s)} \quad (4)$$

여기서, $C^*(z^{-1})$ 는 새로 설계되는 제어기의 전달함수이며, 이산시간제어기로 구현될 수 있다.

2.2 안정한 제어기 설계

: Stability of Popov Criterion

2.1절의 식 (4)에서 요구되어지는 성능을 만족하는 페루프전달함수를 기존 페루프전달함수에 필터전달함수의 곱으로 나타내도록 하면, 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$G_{cl}^*(j\omega) = \frac{C^*G_{cl}}{C(1-G_{cl}) + C^*G_{cl}} \quad (5)$$

여기서, $G_{cl}(j\omega)$ 는 실험을 통해 구한 주파수 응답결과이며, $C(j\omega)$ 는 기존의 제어기이고, $C^*(j\omega)$ 는 새로 설계되는 제어기를 주파수응답을 해석적으로 구한 것이다.

식 (5)로부터, 요구되는 특성을 갖는 페루프전달함수 G_{cl}^* 를 만족시키는 새로운 제어기 C^* 의 설계는 다음의 식으로 재구성할 수 있다.⁽⁴⁾⁽⁵⁾

$$\left[\frac{1-G_{cl}^*}{G_{cl}^*} \right] \cdot C^* = \left[\frac{1-G_{cl}}{G_{cl}} \right] \cdot C \quad (6)$$

그러나, 위의 식은 제어시스템의 성능을 향상시킬 수 있는 개념을 제시하는 반면, 적절한 제어기로 실현하는 문제를 가지고 있다. 그리고, 비선형요소에 의한 진동발생문제나 안정(가능)성문제를 포함하여 설계에 응용할 수 없는 단점을 가지고 있다. 진동문제와 안정성문제를 검토할 뿐만 아니라, 점근안정성에 대한 충분조건까지 포함하여 평가하는 방법으로 본 연구에서는 플랜트의 입력측에 포화를 갖는 시스템에 대하여 Popov 관점의 안정성평가방법을 도입한다.⁽⁸⁾⁽⁹⁾ [비선형요소로부터 발생할 수 있는 고차의 조화신호가 충분히 감쇠된다고 가정하면, 기술함수(describing fn.)을 이용하여 페루프전달함수의 특성방정식을 이용하여 안정성 평가방법은 참고문헌 (10)에 다루었다.]

플랜트의 입력측 비선형 요소로서 입력포화를 고려하면, 다음과 같은 함수로 정의할 수 있다.

$$v = \begin{cases} ku & , |u| < S \\ kS & , |u| \geq S \end{cases} \quad (7)$$

여기서, k 는 선형구간의 기울기를 나타내며, S 는 포화제한값을 나타낸다. u 가 제어기의 출력으로 비선형블록의 입력이라 할 때, v 는 비선형블록의 출력이 된다. 본 연구에서는 선형구간의 기울기 k 의 값을 해석상에서 플랜트의 이득에 영

향을 미치지 않도록 '1'로 하였다.

비선형 블록이 Popov 부등식을 만족하므로, 점근안정이 될 충분조건으로 다음의 정의된 함수가 SPR조건(Strictly Positive Real Condition)을 만족하여야 한다.⁽⁸⁾⁽⁹⁾ 이를 관계식으로 나타내면, 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$[(1+j\omega)C(j\omega)P(j\omega)] + \frac{1}{k} := SPR \quad (8)$$

혹은,

$$Re[(1+j\omega)C(j\omega)P(j\omega)] > -\frac{1}{k} \quad (9)$$

여기서, q 는 일차저역필터의 시정수를 나타내는 값으로 $q > 0$ 이며, 선형구간의 기울기를 나타내는 k 는 영보다 큰 값으로 '1'로 하자.

위의 식 (13)을 이산시간모델에 적용할 수 있도록 아날로그 일차저역필터를 이산시간 일차저역필터를 고려하면, 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$Re \left[\frac{(z-a_1)}{(1-a_1)z} C(z)\hat{P}(j\omega) \right]_{z=e^{j\omega}} > -\frac{1}{k} \quad (10)$$

여기서, $1 > |a_1| > 0$ 이다.

플랜트에 대한 수학적 모델을 구하기가 어려운 경우, 피드백제어의 안정성은 식 (2)과의 관계로부터 다음과 같은 주파수응답 정보를 얻을 수 있다.

$$C^*(j\omega)P(j\omega) = \frac{C^*(j\omega)}{C(j\omega)} \frac{G_{cl}(j\omega)}{1-G_{cl}(j\omega)} \quad (11)$$

점근안정의 충분조건 식 (12)에 대입하여 정리하면, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Re \left[\frac{C^*(p)}{C(p)} \frac{(p-a_1)\hat{G}_{cl}(p)}{(1-a_1)p(1-\hat{G}_{cl}(p))} \right] > -\frac{1}{k} \quad (12)$$

여기서, $p := e^{j\omega T_s}$ 이고, T_s 는 이산시간시스템의 샘플시간이다.

또한, 제어시스템의 요구성능에 따라 제어기구조가 정해진 경우에 대해 고려하자. 일반적인 제어시스템에서 요구되어지는 출력값 레귤레이션을 위해서 제어기구조에 적분제어항이 포함되므로, 이러한 적분제어요소를 갖는 제어기는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C^*(z^{-1}) = \frac{z^{-1}\hat{C}^*(z^{-1})}{1-z^{-1}} \quad (13)$$

위의 관계식을 안정화 제어기 설계에 적용하

면, 시스템이 진동현상을 일으키는 조건에 대하여 다음의 관계를 도출할 수 있다.

$$\operatorname{Re} \left[\frac{\widetilde{C}^*(p)}{C(p)} \frac{(1-a_1 p)(p-1)^T G_{cl}(p)}{p(1-a_1)(1-G_{cl}(p))} \right] > - \frac{\|p-1\|^2}{k} \quad (14)$$

여기서, 연산자 $p : p = z|_{z=e^{j\omega T}}$,

$\operatorname{Re}[\cdot]$: 복소수의 실수부

$(\cdot)^T$: 켈레복소수 연산,

$$\|1-p\|^2 = (1-p)(1-p)^T \geq 0$$

이다.

또한, 위의 식은 다음의 식으로 변형하여 표현할 수 있다.

$$\operatorname{Re} \left[\frac{C^*(1-a_1 p)(p-1)^T G_{cl}(1-G_{cl})^T C^T}{(1-a_1)p} \right] > - \frac{\|p-1\|^2 \cdot \|(1-G_{cl})\|^2 \cdot \|C\|^2}{k} \quad (15)$$

2.3 제어기 설계과정

주파수역 시스템 인식을 이용한 안정화 제어기 설계기법을 정리하면 다음과 같다.

I. 기존의 피드백시스템에 대해 선형범위내의 운전된 실험데이터를 이용하여 시스템 인식.

$$\widehat{G}_{cl}(z^{-1}) = \frac{\widehat{B}_{Gcl}(z^{-1})}{\widehat{A}_{Gcl}(z^{-1})} \quad (16)$$

혹은, 입출력 데이터를 아래와 같은 방법으로 주파수분석할 수 있다.

$$\widehat{G}_{cl}(j\omega) \approx \frac{Y R^T}{R R^T}(j\omega) \quad (17)$$

여기서, R : 입력신호에 대한 주파수분석

Y : 출력신호에 대한 주파수분석

II. 기존의 피드백시스템으로부터 플랜트 주파수 응답 구하기

$$[P(j\omega)]^{-1} = \left[\frac{1 - \widehat{G}_{cl}(j\omega)}{\widehat{G}_{cl}(j\omega)} \right] \cdot C(j\omega) \quad (18)$$

III. 요구하는 피드백성능을 만족시키는 새로운 피드백시스템 설계

$$\operatorname{Re} \left[\frac{C^*(p)}{C(p)} \frac{\widehat{G}_{cl}(p)}{1 - \widehat{G}_{cl}(p)} \right]_{p=e^{j\omega T}} > - \frac{1}{k} \quad (19)$$

3. 시뮬레이션

3.1 제어시스템

본 논문에서 제시한 제어기 설계방법을 검토하기 위해 고려한 플랜트에 대한 공칭 모델은 다음과 같다.

· 공칭 플랜트 : 연속시간 모델

$$\tau \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = K u(t - T_d) + d \quad (20)$$

$$(\tau=0.2, K=1, T_d=0.05)$$

위의 공칭 플랜트 모델은 모터와 드라이버회로가 결합된 플랜트에서 자주 볼 수 있는 모델로서, 시간지연 T_d 와 시정수 τ , DC이득 K 를 갖는 플랜트로 구성된다. 이를 샘플시간 $T_s=0.01$ 로 샘플하면, 아래와 같은 이산시간 모델로 표현할 수 있다.

· 공칭 플랜트 : 이산시간 모델

$$\begin{aligned} P^0(z^{-1}) &\equiv \frac{Y^0(z^{-1})}{U(z^{-1})} \\ &= \frac{K(b_{p1}z^{-1} + b_{p2}z^{-2})z^{-d}}{(1-z^{-1})(1-a_{p1}z^{-1})} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{여기서, } a_{p1} = 0.95123, \quad d = \frac{T_d}{T_s} = 5$$

$$b_{p1} = 2.45885 \times 10^{-3}$$

$$b_{p2} = 2.41821 \times 10^{-3}$$

그리고, 식 (21)의 공칭플랜트 모델에 대해 비례제어기를 선정하였을 때, 얻어지는 페루프전달 함수는 다음과 같은 형태를 가질 것이다.

$$G_{cl}(z^{-1}) = \frac{B_{Gcl}(z^{-1})}{A_{Gcl}(z^{-1})} \quad (22)$$

$$A_{Gcl} = (1-z^{-1})(1-a_{p1}z^{-1}) + B_{Gcl}(z^{-1})$$

$$B_{Gcl} = K_p K (b_{p1}z^{-1} + b_{p2}z^{-2})z^{-d}$$

또한, 안정가능한 비례이득의 범위를 구하기 위해 근계적법을 이용하면, 그 결과는 Fig. 2과 같이 나타나며 안정범위는 대략 다음과 같다.

$$0 < K_p < 20 \quad (23)$$

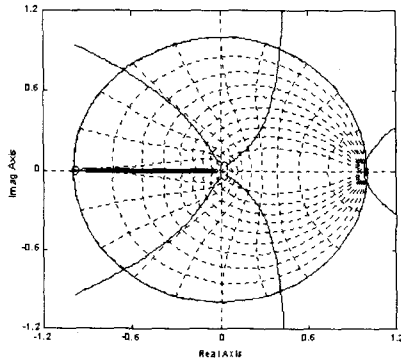


Fig. 2 Root-Locus Plot

그리고, 기존의 제어시스템은 식 (23)의 설계조건을 만족하도록 설계한 제어기는 다음과 같다.

· 기존 제어기설계(비례제어기)

$$C(s) = K_p \quad (K_p = 4) \quad (24)$$

비례제어기의 이득을 위와 같이 설정한 후, 페루프시스템을 인식한 결과는 다음과 같다고 하자.

· 페루프시스템의 주파수역 및 시간역 인식

$$\frac{\hat{y}(k)}{\hat{x}(k)} \equiv \widehat{G}_{Gcl}(z^{-1}) = \frac{\widehat{B}_{Gcl}(z^{-1})}{\widehat{A}_{Gcl}(z^{-1})} \quad (25)$$

$$\widehat{B}_{Gcl} = b'_1 z^{-1} + b'_2 z^{-2} + \dots + b'_n z^{-n}$$

$$\widehat{A}_{Gcl} = 1 - \{a'_1 z^{-1} + a'_2 z^{-2} + \dots + a'_n z^{-n}\}$$

입력에 대한 기존 피드백시스템의 시간역 응답 특성을 Fig. 3에 나타내었으며, 입출력을 이용하여 피드백시스템에 대한 주파수응답을 구한 결과를 함께 보였다.

3.2 제어기 설계 및 고찰

제어기 구조로서 비례제어기를 고려하여 비례 이득에 따른 피드백시스템의 점근안정성을 본 논문에서 제시한 방법으로 고려하여 Fig. 4와 같이 도식적으로 나타내었다. 해석결과, $a_1=0.1$ 로 하였을 경우(Fig. 4(a)), 제어기의 비례이득 K_p 를 5이하일 때 점근안정을 보장함을 볼 수 있다. 그러나, 본 논문에서 제시한 안정성검사방법인 Popov's criterion은 충분조건이므로, a_1 의 값을 더 크게 함으로써 Fig. 4(b)에 보인바와 같이 더 허

용되는 값을 갖을 수 있음을 보였다. 특히, a_1 의 값을 1에 가깝게 하면 할수록, 피드백시스템 인식을 이용한 설계방법은 Fig. 2에서 보인 근궤적의 결과와 비슷한 비레이득범위를 구할 수 있음을 알 수 있다.

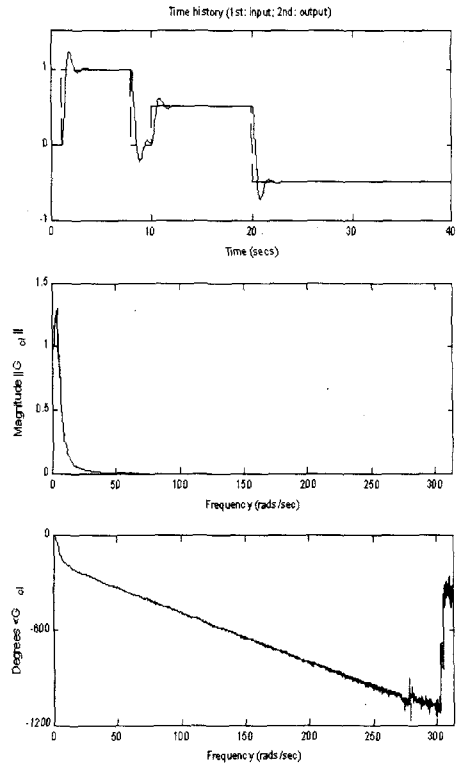
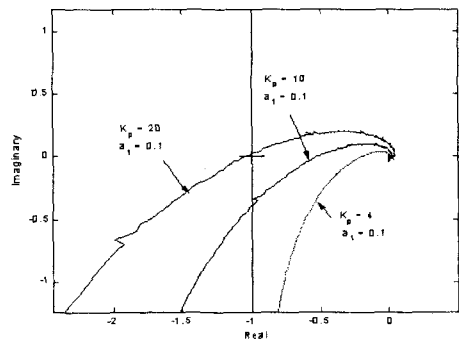
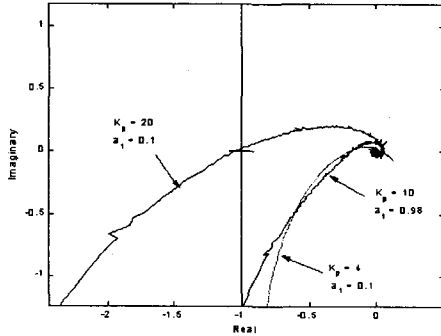


Fig. 3 Time Response and Frequency Response Result of Conventional Closed-loop System



(a) $a_1 = 0.1$



(b) $\alpha_1 = 0.1$ vs $\alpha_1 = 0.98$

Fig. 4 Stability Analysis Results in the view of Popov Criterion

4. 결론

본 논문에서는 주파수역 피드백시스템 인식을 이용한 제어기의 설계방법과 안정성 검토방법을 제시하였다. 피드백시스템 인식을 이용한 방법이 비선형이나 외란의 효과가 존재하는 플랜트 모델 인식방법에 비해 제어시스템 설계에 더욱 유용함을 알 수 있었다. 기존의 피드백시스템으로부터 인식한 정보를 이용하여 새로운 제어기의 설계시 안정성을 검토하는 방법으로 Popov의 관점에서 다루어 보았으며, 이산시간시스템에 적용가능한 식들을 유도하였다. 또한 비선형성과 외란이 존재하는 플랜트에 대한 제어시스템 시뮬레이션 결과로부터 그 유용성을 확인하였다.

앞으로의 연구는 제어시스템의 제어성능에 대한 최적설계와 관련되어 페루프시스템의 특성을 자동으로 설계하는 체계적인 방법과 일반적인 플랜트에 존재하는 비선형성에 대한 안정화 제어기 설계기법에 대한 지속적인 연구가 필요하다고 본다.

참고문헌

- (1) Ogata, K., 1990, "Modern Control Engineering, 2nd Ed.," Prentice Hall.
- (2) Aström, K. and Hägglund, T., 1988, "Automatic Tuning of PID Controllers," Instrument Society of America.

- (3) Dep. of Automatic Control in Lund Institute of Technology, Activity Report 1995-1996, Dep. of Automatic Control in Lund Institute of Technology, Lund Univ., Sweden.
- (4) 정유철, 이건복, 1999, "페루프시스템 인식을 이용한 제어기 설계기법," 한국정밀공학회 '99년도 춘계학술대회논문집, pp. 314-217.
- (5) 정유철, 이건복, 2000, "주파수역에서 시스템감시를 이용한 제어기 Auto-tuning 기법," 한국정밀공학회 2000년도 춘계학술대회논문집, pp. 136-139
- (6) Landau, I., 1990, "System Identification and Control Design," Prentice Hall.
- (7) Lilja, M., 1989, "Controller Design by Frequency Domain Approximation," Report CODEN: LUTFD2 / (TFRT - 1031)/ 1-107/(1989) (Ph. D. Thesis), Dep. of Automatic Control, Lund, Sweden.
- (8) Vidyasagar, M., 1978, "Nonlinear Systems Analysis," Prentice Hall.
- (9) Sastry, S., 1999, "Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control," Springer-Verlag.
- (10) 양호석, 정유철, 이건복, 2001, "주파수역 피드백시스템인식을 이용한 연속시간 제어기 설계," 대한기계학회 2001년도 춘계학술대회 논문집.