2001년 한국정보처리학회 춘계 학술발표논문집 제8권 제1호

계층적 하이퍼큐브 연결망의 container를 이용한 고장지름 분석

김경희*, 김종석*, 이형옥**, 허영남*
*순천대학교 컴퓨터과학과
**한국전산원 국가정보화센터
rockhee@sunchon.ac.kr

Analysis the Fault Diameter of Hierarchical Cubic Network Using the Container

Kim Kyeong-Hee*, Kim Jong-Seok*, Lee Hyeong-Ok**, Heo Yeong-Nam*
* Dept. of Computer Science, Sunchon National University
** National Computerization Agency

요 약

상호 연결망에서 임의의 두 노드 사이에 존재하는 노드 중복 없는 경로들의 집합을 Container라고 하는데, 본 논문에서는 계층적 하이퍼큐브 연결망의 Container가 n+1임을 보이고, 그 결과를 통하여 계층적 하이퍼큐브 연결망의 고장지름이 $dia(HCN(n,n))+4$ 이하임을 보인다. 이러한 Container는 노드간에 메시지를 전송하는 시간을 줄일 수 있으며, 연결망의 노드 몇 개가 고장이 발생해도 통신지연시간이 발생하지 않음을 의미한다.

1. 서 론

병렬처리 컴퓨터는 크게 공유 기억장치를 갖는 다중프로세서(multiprocessor) 시스템과 분산기억장치를 갖는 다중컴퓨터(multicomputer) 시스템으로 분류한다. 다중컴퓨터 시스템은 각각의 프로세서들이 자신의 기억장치를 갖고, 각 프로세서는 상호 연결망(interconnection network)에 의해 연결되어 있으며, 프로세서간의 통신은 상호 연결망을 통하여 메시지 전송 방식으로 이루어진다. 상호 연결망은 각 프로세서들을 노드로, 프로세서들 사이에 통신 채널을 에지로 나타내는 무방향 그래프로 표현할 수 있다. 지금까지 제안된 상호연결망을 노드 개수를 기준으로 분류하면 $k \times n$으로 표현되는 메쉬 부류, 2^n으로 표현되는 하이퍼큐브(hypercube) 부류, $n!$로 표현되는 스타(star) 그래프 부류가 있다. 상호 연결망을 평가하는 척도로는 분지수(degree), 연결도(connectivity), 대칭성(symmetric), 지름(diameter), 망비용(network cost), 방송(broadcasting), 임베딩(embedding) 등이 있다[7,8].

메쉬 구조는 평면(planar) 그래프로서 VLSI 회로 설계같은 분야에서 많이 이용되는 구조로 현재까지 널리 이용되고 있으며 다양한 시스템으로 상용화되었다. 일반적인 격자 구조를 갖는 메쉬의 지름(diameter)을 개선한 구조로 Hexagonal 메쉬, Toroidal 메쉬, Diagonal 메쉬, Honeycomb 메쉬[11] 등이 제안되었다[7].

n-차원 하이퍼큐브 Q_n는 2^n개의 노드와 $n2^{n-1}$개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 n-비트 이진수로 표현될 수 있고, 임의의 두 노드의 주소가 정확히 1비트만 다를 때 그들 사이에 에지가 존재한다. n-차원 하이퍼큐브 Q_n는 분지수와 지름이 각각 n을 가지면서 망비용이 n^2을 갖는다[2,9]. 이러한 하이퍼큐브는 노드 및 에지 대칭성을 갖고, 간단한 라우팅 알고리즘, 최대 고장 허용도 및 재귀적 구조를 갖지만, 노드 개수의 증가에 따른 분지수의 증가로 인해 네트워크의 망비용이 증가하는 단점이 있다. 이러한 단점을 개선하고자 하이퍼큐브의 지름을 1/2로 개선한 Folded-하이퍼큐브가 제안되었다.

또한, 하이퍼큐브와 Folded-하이퍼큐브의 장점을 가지면서 망비용을 개선한 상호 연결망으로

Hierarchical Folded-hypercube Network $HFN(n,n)$과 Hierarchical Cubic Network $HCN(n,n)$이 제안되었다[3,5,12].

<표> 상호연결망의 망비용 비교

	노드수	분지수	지 름	망 비용
하이퍼큐브 Q_{2n}	2^{2n}	$2n$	$2n$	$4n^2$
Folded-하이퍼큐브	2^{2n}	$2n+1$	n	$2n^2+n$
$HCN(n,n)$	2^{2n}	$n+1$	$n+\lfloor\frac{n+1}{3}\rfloor+1$	$\cong 1.3n^2$
$HFN(n,n)$	2^{2n}	$n+2$	$2\times\lceil\frac{n}{2}\rceil+1$	$\cong n^2+3n$

상호 연결망에서 임의의 두 노드 사이에 노드 중복 없는 경로가 여러 개 존재하면, 두 노드 사이에 많은 양의 데이터를 동시에 전송하여 속도를 증가시킬 수 있을 뿐만 아니라, 상호 연결망이 분리 되지 않을 만큼의 노드가 고장이 발생했을 때 대체 경로를 구성할 수 있어서 안정적이다.

본 논문에서는 하이퍼큐브보다 망비용이 개선된 $HCN(n,n)$에서 노드 중복하지 않는 n+1개의 병렬 경로를 구성하는 방법을 제안하고, 그 결과를 이용하여 $HCN(n,n)$의 고장지름을 분석하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 관련연구에 대하여 논하고 3장에서는 $HCN(n,n)$의 병렬경로를 구성하는 방법 및 고장지름을 분석하고, 마지막으로 결론을 맺도록 한다.

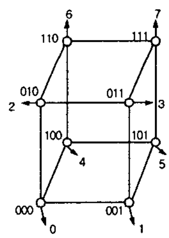
2. 관련연구

하이퍼큐브 연결망은 노드 및 에지 대칭이고 단순한 재귀적 구조를 가지고 있어서 각종 응용 분야에서 요구하는 통신망 구조를 쉽게 제공할 수 있는 장점이 있어 기존의 연구용 및 상용 시스템에 널리 사용되고 있다[10].

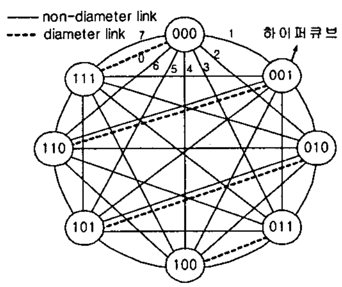
n-차원 하이퍼큐브 Q_n는 2^n 개의 노드와 $n2^{n-1}$ 개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 n-비트 이진수로 표현될 수 있고, 임의의 두 노드의 주소가 정확히 1 비트만 다를 때 그들 사이에 에지가 있다[6,10].

하이퍼큐브의 단점은 분지수에 비해 지름과 노드 간의 평균 거리가 짧지 않다는 것이다. 이것은 하이퍼큐브가 에지를 효율적으로 사용하지 못함을 의미한다. 이러한 문제를 극복하기 위한 연결망으로 Folded-하이퍼큐브[4], $HCN(n,n)$[5,12], $HFN(n,n)$[3] 등이 제안되었다.

$HCN(n,n)$은 n-차원 하이퍼큐브 Q_n를 기본 모듈로 사용한다. $HCN(n,n)$은 2^{2n}개의 노드들을 포함하고 $(n+1)2^{2n-1}$개의 에지들을 포함하며, 분지수는 n+1이다. $HCN(n,n)$ 각 노드는 $HCN(I,J)$와 같이 두 개의 주소로 구성이 된다. I는 기본 모듈을 인식하고, J는 기본 모듈 내의 노드를 인식한다. 기본 모듈 안의 에지들은 내부 에지라고 말한다. 두 개의 기본 모듈 사이의 에지들은 외부 에지(external link)라고 한다. 이 외부 에지들은 diameter link들과 non-diameter link들로 나뉜다. diameter link는 조건 $0\leq I\leq(2^n-1)$와 $0\leq J\leq(2^n-1)$을 만족하는 노드 $HCN(I,I)$와 $HCN(J,J)$ 사이의 외부 에지를 말하는데 I와 J는 서로 보수관계이다. diameter link가 아닌 외부 에지는 $HCN(I,J)$와 $HCN(J,I)$ 사이의 외부 에지로 non-diameter link로 불리운다. $m<n$이고 하이퍼큐브 2^m 개가 있을 때 $HCN(m,n)$과 같은 불완전한 HCN을 가질 수도 있다. 본 논문에서는 정규연결망인 HCN만을 말하겠다.



[그림 1] 3차원 하이퍼큐브



[그림 2] $HCN(3,3)$

3. Container 및 고장지름

3.1 Container

Container란 상호 연결망에서 임의의 두 노드 사이에 존재하는 노드 중복 없는 경로들의 집합으로 Container가 여러 개 존재하면, 두 노드 사이에 많은 양의 데이터를 동시에 전송하여 속도를 증가시

킬 수 있을 뿐만 아니라 상호 연결망에서 노드에 고장이 발생해도 다른 대체 경로를 구성할 수 있는 장점이 있다.

정리 1 $HCN(n,n)$에 있는 임의의 두 노드 S와 D 사이에는 경로길이가 $dia(HCN(n,n))+4$ 이하인 Container가 $n+1$개 존재한다($n \ge 2$).

증명 $HCN(n,n)$의 임의의 노드 S와 D 사이에 $n+1$개의 Container를 구성한다. 증명은 두 노드 S와 D가 위치하는 경우로 나누어 보인다. 본 증명에서는 편의상 $HCN(n,n)$의 임의의 노드 S를 포함하는 기본모듈을 $Q_n(S)$이라 하고, 노드 S와 내부에지에 의해 인접한 노드는 n개 노드를 $S_1, S_2, \ldots, S_n$이라 하고, 외부에지에 의해 인접한 노드를 S'이라 하자.

첫째, 노드 S와 D가 동일한 기본모듈 $Q_n(S)$에 위치한 경우 :

기본모듈 $Q_n(S)$의 임의의 노드 S와 D 각각에서 내부에지에 의해 인접한 노드는 n개이고, 이들 노드는 $S_1, S_2, \ldots, S_n$과 $D_1, D_2, \ldots, D_n$ 이고, 외부에지에 의해 인접한 노드는 각각 S'과 D'이다. 노드 S와 D가 포함된 기본모듈 $Q_n(S)$은 n-차원 하이퍼큐브 Q_n이므로, n-차원 하이퍼큐브 Q_n는 n개의 Container를 가지며, 고장지름이 $n+1$임은 잘 알려져 있다[7].

나머지 한 개의 경로는 노드 S와 D에서 외부에지에 의해 인접한 노드 S'와 D'를 경유하는 경로를 구성할 수 있다. 노드 S와 D에서 외부에지에 의해 인접한 노드 S'와 D'는 서로 다른 기본모듈이고, 노드 S'에서 D'까지 경로길이는 $HCN(n,n)$의 지름 즉 $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+1$임을 알 수 있다. 따라서 노드 S에서 D까지 외부에지에 의해 인접한 노드 S'와 D'를 경유한 경로길이는 $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+3$이다.

둘째, 노드 S와 D가 서로 다른 기본모듈에 위치한 경우 :

노드 S와 D에 내부에지에 의해 인접한 노드 $S_1, S_2, \ldots, S_n$과 $D_1, D_2, \ldots, D_n$과 외부에지에 의해 인접한 각각의 노드 즉, $S'_1, S'_2, \ldots, S'_n$과 $D'_1, D'_2, \ldots, D'_n$는 $HCN(n,n)$의 기본성질에 의해 서로다른 기본모듈 즉, $Q_n(S'_i) \neq Q_n(D'_i)$이다($1 \le i \le n$). 기본모듈 $Q_n(S'_i)$의 임의의 노드 S'_i에서 기본모듈 $Q_n(D'_i)$의 임의의 노드 D'_i까지 경로길이는 $HCN(n,n)$의 지름 $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+1$이다. 또한, 기본모듈 $Q_n(S'_j)$의 임의의 노드 S'_j에서 기본모듈 $Q_n(D'_j)$의 임의의 노드 D'_j까지 경로상의 노드와 기본모듈 $Q_n(S'_i)$의 임의의 노드 S'_i에서 기본모듈 $Q_n(D'_i)$의 임의의 노드 D'_i까지 경로상의 노드는 중복되지 않음을 쉽게 알 수 있다($1 \le i \neq j \le n$). 따라서 노드 S와 D에 인접한 노드 S_i와 D_i에서 외부에지에 의해 인접한 노드 S'_i와 D'_i를 경유하는 n개의 경로길이는 $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+5$이고, 각 경로상의 노드들은 서로 중복하지 않음을 알 수 있다.

나머지 한 개의 경로는 노드 S와 D에서 외부에지에 의해 인접한 노드 S'와 D'를 경유하는 경로를 구성할 수 있다. 노드 S와 D에서 외부에지에 의해 인접한 노드 S'와 D'는 서로 다른 기본모듈이고, 노드 S'에서 D'까지 경로길이는 $HCN(n,n)$의 지름 즉, $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+1$임을 알 수 있으므로, 노드 S에서 D까지 외부에지에 의해 인접한 노드 S'와 D'를 경유한 경로길이는 $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+3$ 이다.

그러므로 $HCN(n,n)$의 임의의 노드 S와 D 사이에 $n+1$개의 Container 길이는 최대 $n+\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor+5$이다. □

3.2 고장지름

연결망 G의 고장 지름이란 G가 나누어지지 않는 한도 내에서 노드가 고장이 발생했을 때 즉, 고장 노드수가 분지수 미만일 때의 최대 지름을 말한다. 연결망 G가 나누어지지 않을 만큼의 노드가 고장이라면 노드 연결도 미만의 노드가 고장임을 의미하고, 연결망 G의 고장 지름이 G의 지름과 비슷하다는 것은 G의 노드 몇 개가 고장이 발생해도 통신 지연 시간이 크게 늘어나지 않음을 의미한다. 연결망 G의 고장 지름이 G의 지름 + 상수일 때 G를 strongly resilient하다고 한다[1].

따름정리 2 $HCN(n,n)$의 고장지름(fault diameter)는 $dia(HCN(n,n))+4$ 이하이다($n \ge 2$).

증명 고장지름은 연결망 G에서 노드연결도 미만의 노드가 고장 발생시의 연결망 G의 지름이다. $HCN(n,n)$의 노드 연결도가 $n+1$이므로 n개 이하의

노드가 고장이 발생했을 때 지름이 고장지름이 된다.

정리1에서 $HCN(n,n)$의 임의의 두 노드 S와 D 사이에 Container의 길이가 $dia(HCN(n,n))+4$ 이하인 $n+1$개의 경로가 존재함을 보였다. 이것은 $HCN(n,n)$에서 n개 이하의 노드가 고장이 발생하여도 적어도 1개의 경로가 존재하고, 그 경로길이는 $dia(HCN(n,n))+4$ 이하임을 의미한다. 따라서 정리1에 의해 $HCN(n,n)$의 고장지름이 $dia(HCN(n,n))+4$ 이하임을 알 수 있다. □

4. 결론

본 논문에서는 상호 연결망으로 널리 알려진 하이퍼큐브보다 망비용이 개선된 HCN (n,n)의 노드 중복하지 않는 병렬경로를 구성하는 방법을 제시하였으며, 그 결과를 이용하여 $HCN(n,n)$의 고장지름을 분석하였다.

상호연결망의 고장지름이 지름 값과 비슷하다는 것은 그 연결망에서 분지수 이하의 노드가 고장이 발생해도 임의의 두 노드간에 메시지를 전송하는데 전송시간 지연이 거의 발생하지 않음을 의미한다. 이러한 결과는 상호 연결망 $HCN(n,n)$의 고장 감내가 우수함을 의미한다.

참고문헌

[1] S. B. Akers and B. Krishnamurthy, "On Group Graphs and Their Fault Tolerance," IEEE Trans. Comput., Vol. c-36, No. 7, pp. 885-888, July 1987.

[2] N. Corp, "NCUBE/ten : an Overview," November 1985.

[3] D. R. Duh, G. H. Chen and J. F. Fang, "Algorithms and Properties of a New Two-Level Network with Folded Hypercubes as Basic Modeles," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol. 6, No. 7, pp.714-723, 1995.

[4] A. El-Amawy and S. Latifi, "Properties and Performance of Folded Hypercubes," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol. 2, No. 1, pp.31-42, 1991.

[5] K. Ghose and K. R. desai " Hierarchical Cubic Networks," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.6, No. 4, pp.427-436, 1995.

[6] F. Harary, J. P. Hayes, and H.-J. Wu, "A Survey of the Theory of Hypercube Graphs," Comput. Math. Appl., Vol. 15, pp.277-289, 1988

[7] F. T. Leighton, Introduction to Parallel Algorithms and Architectures : Arrays, Hypercubes, Morgan Kaufmann Publishers, 1992.

[8] V. E. Mendia nad D. Sarkar, "Optimal Broadcasting on the Star Graph," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.3, No.4, pp.389-396, 1992.

[9] S. Ranka, Y. Won and S. Sahni, "Programming a Hypercube Multiprocessor," IEEE Software, Vol. 5, pp. 69-77, 1988.

[10] Y. Saad and M.H. Schutltz, "Topological Properties of Hypercubes," IEEE Trans. Comput., Vol.37, pp.867-872, 1988.

[11] Ivan Stojmenovic, "Honeycomb Networks: Topological Properties and Communication Algorithms" IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol. 8, No. 10, pp.1036-1042, 1997.

[12] S. K. Yun and K.H. Park, "Hierarchical Cubic Networks", IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol. 9, No. 4, pp.410-414, 1998.