

진동하는 원주주위 유동의 직접수치해석

Direct Numerical Simulation of the Flow Past an Oscillating Circular Cylinder

강신정⁽¹⁾, 店橋 護⁽²⁾, 宮内 敏雄⁽²⁾, 남청도⁽³⁾, 이영호⁽⁴⁾

Shin-Jeong KANG, Mamoru TANAHASHI, Toshio MIYAUCHI, Cheong-Do NAM, Young-Ho LEE

The flow past a circular cylinder forced to vibrate transversely is numerically simulated by solving the two-dimensional Navier-Stokes equations modified by the vibration velocity of a circular cylinder at a Reynolds number of 164. The higher-order finite difference scheme is employed for the spatial discretization along with the second order Adams-Bashforth and the first order backward-Euler time integration. The calculated cylinder vibration frequency is between 0.60 and 1.30 times of the natural vortex-shedding frequency. The calculated oscillation amplitude extends to 25% of the cylinder diameter and in the case of the lock-in region it is 60%. It is made clear that the cylinder oscillation has influence on the wake pattern, the time histories of the drag and lift forces, power spectral density and phase diagrams, etc. It is found that these results include both the periodic (lock-in) and the quasi-periodic (non-lock-in) state. The vortex shedding frequency equals the driving frequency in the lock-in region but is independent in the non-lock-in region. The mean drag and the maximum lift coefficient increase with the increase of the forcing amplitude in the lock-in state. The lock-in boundaries are also established from the present direct numerical simulation.

key words: Computational Fluid Dynamics, Direct Numerical Simulation, Circular Cylinder, Transversely Oscillation, Lock-in, Finite Difference Method

1. 서론

강제진동하는 원주와 와방출의 상호작용에 관한 연구는 유체계에 대하여 기본적인 문제와 공학적인 적용에 관한 유동제어의 문제 등에 있어서 상당히 중요하다. 유동 중에 놓여진 원주주위의 유동은 넓은 Re수에서 와가 생성, 탈락된다고 알려져 있다.

저 Re수에 있어서 와의 생성과 탈락은 주기적 성질을 갖고, 이 주기적 성질은 원주에 횡단력을 발생시킨다. 이와 같은 횡단력은 동일한 방향에 와방출을 발생시키고, 와방출의 주기는 양력계수

의 주기와 동일하며, 항력계수의 1/2주기를 갖는다. 원주의 수직방향에 강제진동 시킬 경우, 와방출은 극적으로 변화되고, 강제진동은 어떤 진동 주파수의 범위에서 와방출을 시키는 메카니즘을 제어할 수 있다. 이와 같은 물체의 진동에 관한 문제 중에서 가장 특징적인 현상은 lock-in 영역이다. lock-in 영역은 와방출주파수와 강제 진동 주파수가 일치하는 상태를 말하며, 이 현상의 발생 메카니즘의 해명을 목적으로 하여 과거부터 많은 연구가 행하여 왔다. Koopman⁽¹⁾은 강제진동하는 원주에 대한 실험적 연구를 통하여 lock-in 영역에 대하여 연구를 하였다. 처음으로 lock-in 현상에 관하여 수치적 시도를 한 사람은 hurbt등⁽²⁾이며, JING Li등⁽³⁾은 2차 정도 DNS를 이용하여 병렬로 놓여있는 2개의 원주에 관한 계산을 행하였다. 그러나 위의 연구들은 와방출에 대한 유동구조의 해석을 하지 못하였다. R.WEI

(1) 한국해양대 대학원

(2) Tokyo Institute of Tech.

Mechno-Aerospace Engineering.

(3) 한국해양대 기관시스템공학부

(4) 한국해양대 기계정보공학부

등⁽⁴⁾은 강제진동하는 원주 주위에 대하여 자유적인 Lagrangian Eulerian(ALE)에 따른 remeshing 방법을 이용하여 수치계산을 행하였지만, 이 방법은 계산량이 증가하기 때문에 비효율적이라고 생각한다. Anagnostopoulo^{(5),(6)}은 강제진동 하는 원주주위의 유동에 대하여 유한요소법을 이용하여 해석하고, lock-in 영역의 특성 및 유동의 구조등에 관하여 다양한 연구를 하였지만, 유동구조에 있어서 non-lock-in 영역에 대한 해석은 하지 못하였다.

본 연구에서는 강제진동하는 원주주위의 2차원 수치계산을 위해 고차정도의 유한차분법을 이용하여 직접수치계산을 행하였다. 또한, 강제진동하는 원주의 순간 이동속도 및 가속도를 Navier-stokes 방정식에 추가하여 모델링 하였다.

한편, 강제진동 하는 물체의 진동특성을 파악하기 위해, 주파수와 진폭에 따른 항력 및 양력, lock-in과 non-lock-in 영역의 유동 구조 등에 대한 분석을 통하여 강제진동과 와방출과의 문제점을 해명하는 것을 목적으로 하고 있다.

2. 수치해석

2.1 지배방정식

본 연구에서는 2차원 원주주위의 유동장을 대상으로 하여 직접수치계산 (Direct Numerical Simulation : DNS)을 행하였다. 유동은 비압축성류로 가정하고, 기초방정식은 비정상 2차원 Navier-Stokes 방정식 및 연속의 식이다.

운동방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + (v - V) \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + (v - V) \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + a_y \quad (2)$$

연속의 식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial (v - V)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

여기서, u, p, Re는 각각 속도, 압력, Re수이고, V, a_y는 강제진동의 속도 및 가속도를 의미한다. 또한, 각 변수는 원주의 반경 R과 유입속도 U를 이용하여 무차원화 되어있다. 본 계산에서는

격자를 원주주위에 효율적으로 배치하기 위하여 곡선좌표계를 이용하고 있으므로, 식 (1),(2),(3)은 식 (4),(5)에 의하여 일반곡선좌표에 관한 식으로 변환하여 적용되었다.

$$\xi = \xi[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \quad (4)$$

$$\eta = \eta[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \quad (5)$$

2.2 시간적분법

본 연구에서는 기초방정식을 시간발전시키는 수법으로서 FSM (Fractional Step Method)에 의한 2-step 시간분할법을 이용하였다. 대류항 및 점성항에 대하여는 2차정도 Adams-Bashforth법을 적용하였다.

$$\frac{u^* - u^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} (3S^n - S^{n-1}) \quad (6)$$

여기서 S는 다음과 같이 표현된다.

$$S^n = -(u^n \cdot \nabla) u^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 u^n \quad (7)$$

압력항에 관하여 다음과 같은 1차정도 Backward-Euler법을 이용하여 차분화를 행하였다.

$$\frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} \quad (8)$$

식(8)의 양변에 발산을 취하고 연속의 방정식을 이용하면 다음과 같은 압력 Poisson방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot u^*}{\Delta t} \quad (9)$$

이 압력에 관한 포아즌 방정식은 행렬로 표현되며, 본 연구에서는 전처리에 따른 불완전 LU분해를 이용한 Bi-CGSTAB법에 의하여 해석하였다.

2.3 고차정도 차분법

본 연구에서는 공간의 이산화에 대하여 대류항에는 7차정도 풍상차분법, 대류항 이외의 항에는 4차정도 중심차분법을 이용하였다. 그리고, 이와 같은 차분형을 이용할 수 없는 경계부근에 대하여는 6차정도와 4차정도의 편측차분을 적용하였다.

2.4 원주의 강제진동

대상으로 하는 문제는 Fig. 1과 같이 모델링되며, 강제진동 함수는

$$y = A \sin(2\pi f_e t) \quad (10)$$

을 이용하였다. 여기서, A 와 f_e 는 강제진동의 진폭과 주파수를 의미하며, 원주의 직경, 자연와 방출주파수(natural vortex shedding frequency: f_{ns}), 유입속도 U 에 의하여 무차원화 하였다. 또한, 강제진동하는 원주의 순간속도 및 가속도는

$$dy/dt = A \cdot 2\pi f_e \cos(2\pi f_e t) \quad (11)$$

$$d^2y/dt^2 = -A \cdot (2\pi f_e)^2 \sin(2\pi f_e t) \quad (12)$$

이며, 이들을 지배방정식에 추가함으로써 강제진동의 영향을 고려하였다.

2.5 경계조건

경계조건에 있어서 원주의 전방은 균입 유입조건을, 양측방은 free-slip 조건을, 원주의 표면은 no-slip 조건을 각각 부여하였다. 하부는 충분히 물리적 상태와 같게 하기 위하여 Miyauchi 등⁽¹⁰⁾에 의하여 제안된 압력의 근사적인 수송방정식을 사용하였다.

Free-Slip Condition

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

No-Slip Condition

$$u = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

Outflow Condition

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_i}{\partial x} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + U_c \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2Re} \omega^2 \quad (14)$$

여기서 U_c 는 속도 및 압력장의 대류수송속도를 나타내며, 본 연구에서는 U_c 를 $0.85U$ 로 한다.

2.5 격자생성

격자는 해가 크게 변화하는 영역에서는 집중시키고, 해의 변화가 적은 영역에서는 성기게 배치하기 위하여 본 연구에서는 타원형 편미분방정식에 따른 수치적인 격자생성법을 이용하였다. 타원형 생성계는 다음 식에서 표시된 Poisson 방정식을 이용한다.

$$\nabla^2 \xi = P \quad (15)$$

$$\nabla^2 \eta = Q \quad (16)$$

여기서, P, Q 는 제어함수이며, 곡선좌표의 간격과

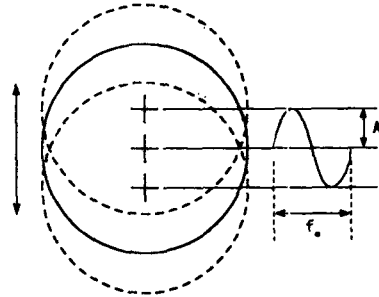
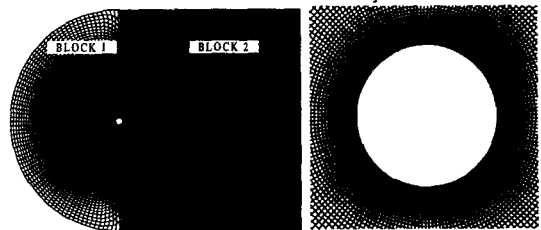
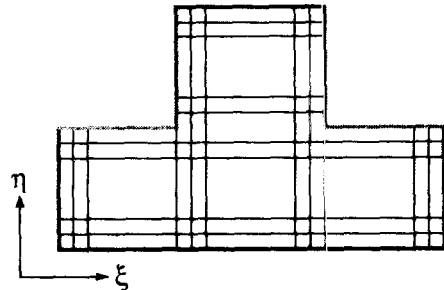


Fig. 1 Schematic of an oscillating circular cylinder



(a) Physical Space



(b) Computational Space

Fig. 2 Grid Generation

방향을 제어하기 위하여 사용된다. 본 계산에 사용된 격자는 다음과 같은 식에 의하여 간단하게 생성하였다.

$$g_{22}(r_{\xi\xi} + Pr_{\xi}) + g_{11}(r_{\eta\eta} + Qr_{\eta}) - 2g_{12}r_{\xi\eta} = 0 \quad (17)$$

여기서, $P, Q, g_{11}, g_{22}, g_{12}$ 는

$$g_{11} = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \quad g_{12} = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$$

$$g_{22} = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$$

$$P(\xi, \eta) = - \sum_{i=1}^M a_i \sin(\xi - \xi_i) \exp(-c_i |\xi - \xi_i|) - \sum_{i=1}^M b_i \sin(\xi - \xi_i) \exp[-d_i \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2}]$$

Table. 1 Computational Condition

f_r	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.94	1.00	1.10	1.15	1.20	1.30
A_r	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60

$$Q(\xi, \eta) = - \sum_{i=1}^N a_i \sin(\eta - \eta_i) \exp(-c_i |\eta - \eta_i|) - \sum_{i=1}^M b_i \sin(\eta - \eta_i) \exp[-d_i \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2}]$$

이며, a_i, b_i, c_i, d_i 는 조밀과 성긴 정도를 조절하는 계수로 사용된다.

Fig. 1(a)는 식(17)을 이용하여 생성된 물리 공간의 격자를 나타내며, Fig. 1(b)는 계산공간의 격자를 나타내고 있다. 총 격자점 수는 Reynolds 수를 감안하여 52000개로 하였다.

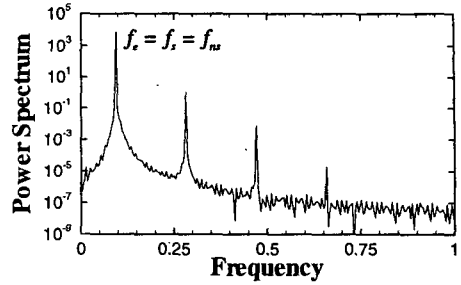
3. 결과 및 고찰

원주주위의 초기 유동장은 2차원 포텐셜 유동을 이용하였다. 본연구는 Table.1과 같이 Re수 164에 대하여 주파수비(강제진동 주파수/자연와 방출 주파수: f_e/f_{ns})와 진폭비(강제진동 진폭/원주직경: A/D)의 변화에 따라 총 27Case에 대하여 수치계산을 행하였다. 또한, 강제진동은 진동하지 않는 원주주위의 유동이 충분히 발달하였을 때 적용되었고, 시간간격은 발산 및 시간오차를 충분히 고려하여 0.004로 하였고, 계산은 무차원 시간 350까지 하였다. 계산시간은 1case당 슈퍼컴퓨터 SR2201에서 4일정도 소요되었다.

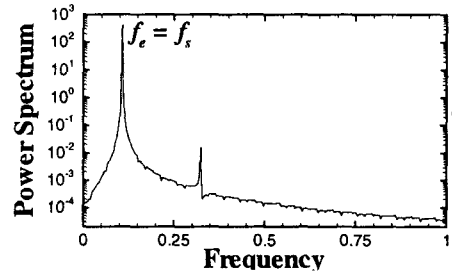
3.1 Lock-in 영역 및 non-lock-in 영역

강제진동하는 원주에 있어서 강제진동 주파수가 와방출 주파수와 충분히 가까워지면 와방출 주파수가 빠르게 유도하는 주파수(진동 주파수)를 향하여 변환하는 상태를 Lock-in영역이라고 한다. Fig.3-(a)는 $f_e = 1.0f_{ns}$ 일 때의 양력계수의 시간변화 데이터를 FFT분석한 결과를 나타내며, 3개의 주파수 즉, 강제진동 주파수, 와방출 주파수 및 자연와방출 주파수가 동일하게 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

Fig.3-(b)는 $f_e = 1.15f_{ns}$ 일 경우의 FFT분석에 의한 Power Spectrum 결과를 나타내고 있다. 와방출 주파수가 유도 주파수를 향하여 변환되었기

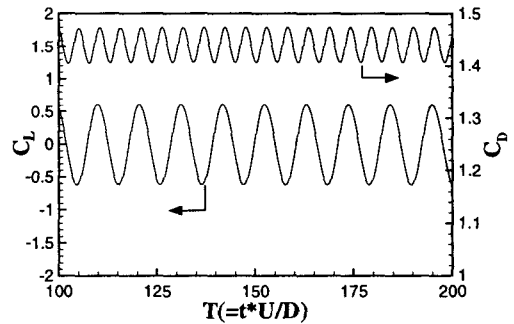


(a) $f_e = 1.0f_{ns}$

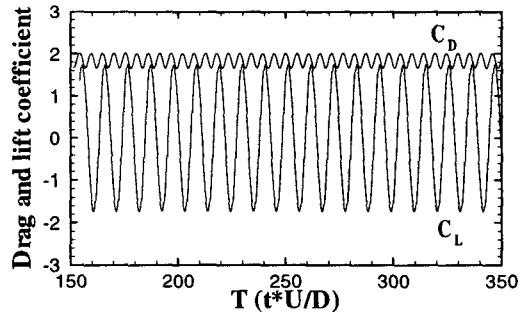


(b) $f_e = 1.15f_{ns}$

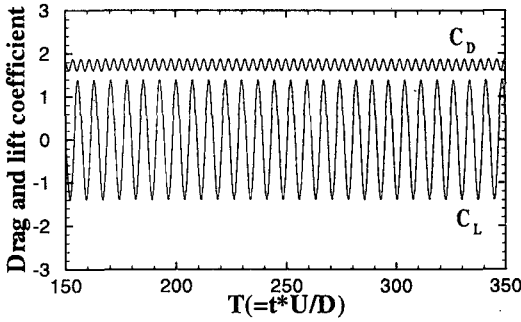
Fig. 3 Power spectrum of the lock-in region. ($Re = 164, A/D = 0.1$)



(a) Fixed Circular Cylinder



(b) $f_r (= f_e / F_{ns}) = 1.0, A/D = 0.1$



(c) $f_r (= f_e / F_{ns}) = 1.15, A/D = 0.1$
 Fig. 4 Drag and Lift Coefficient of Lock-in Region

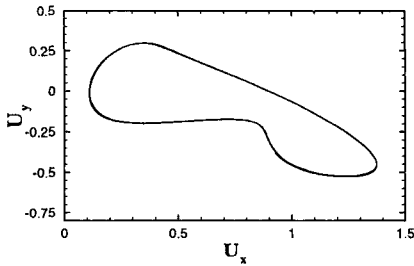
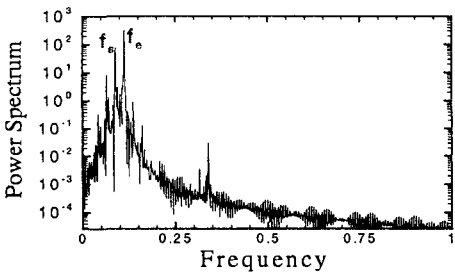
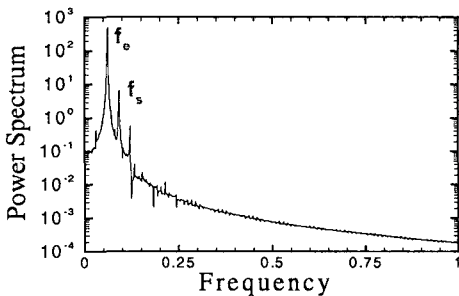


Fig. 5 $f_r = 1.0, A/D = 0.1$ (Lock-in)

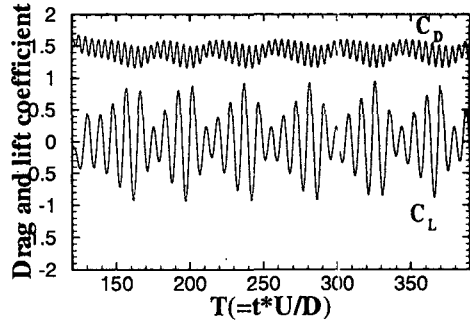


(a) $f_r = 1.2, A/D = 1.0$

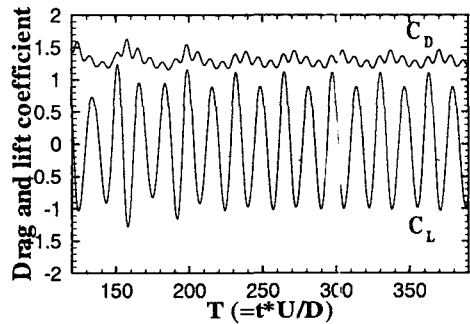


(b) $f_r = 0.65, A/D = 1.0$

Fig. 6 Power spectrum of the non-lock-in region.



(a) $f_r = 1.2, A/D = 1.0$



(b) $f_r = 0.65, A/D = 1.0$

Fig. 7 Drag and Lift Coefficient of Non-Lock-in Region

때문에 강제진동 주파수와 외방출 주파수는 일치하고 있으나, 자연외방출 주파수와는 일치하지 않는 것을 알 수 있다. Fig.4는 시간변화에 따른 고정원주와 lock-in 영역의 항력 및 양력계수에 관한 결과를 나타내고 있다. lock-in의 효과는 외방출을 안정시키고, 항력과 양력을 진동하지 않는 원주와 같이 시간의 주기함수로 되도록 하는 영향을 준다. 특히 lock-in영역은 항력 및 양력계수를 진동하지 않는 원주인 경우보다 더욱 크게 하는 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

Fig.5는 강제진동 하는 원주주위에서 와가 발생하는 임의의 위치($x=0.831D, y=0.816D$)에 대하여 횡축에는 x방향의 무차원 속도를 종축에는 y방향의 무차원 속도를 취한 결과이며, lock-in영역에서는 외방출이 주기성을 갖고 있음을 확인할 수 있다.

한편, non-lock-in영역에서는 비주기적인 상태를 갖고, 외방출 주파수와 강제진동 주파수간의 비선형적인 상호작용은 lock-in영역 부근에서 원

주의 와방출의 결과적인 상태를 결정하기 때문에 중요하다. Fig.6은 non-lock-in영역에 대한 양력 계수의 시간변화 데이터를 FFT분석한 결과를 나타내고 있다. 자연와방출 주파수와 유도주파수와의 차가 충분히 가깝지 않으므로 와방출 주파수와 강제진동 주파수가 독립적으로 존재하고 있음을 알 수 있다. 특히, 와방출 주파수가 자연와방출 주파수($f_{ms}=0.0941$)와 일치하지 않는 것은 와방출 주파수가 강제진동 주파수의 영향을 받기 때문이라고 생각된다.

Fig.7은 non-lock-in영역의 항력과 양력계수를 나타내며, 항력 및 양력계수의 시간함수가 강제진동과 와방출 간의 상호작용에 의하여 비주기성을 갖고 있는 것을 알 수 있다. non-lock-in영역에 있어서 항력과 양력계수의 진폭이 전체적으로 lock-in영역보다 낮고, 강제진동 주파수가 클수록 항력 및 양력계수의 시간에 따른 진폭의 차가 크게되는 것을 알 수 있다. Fig.8은 Fig.7과 동일한 방법과 위치에서 구한 phase diagram이며, lock-in과는 달리 비주기적인 상태를 갖고있는 것을 알 수 있다. Fig.9는 본 계산에서 구한 lock-in영역과 non-lock-in영역에 관한 결과를 나타내고 있다. Re수는 다르지만, lock-in영역에 대하여 과거의 실험 결과⁽¹⁾와 비교하여 보면, $f_e/f_{ns}>1$ 에서는 대체로 잘 일치하지만, $f_e/f_{ns}<1$ 에서는 다소 차이를 보이고 있다. 이는 저주파 영역에서 진동의 영향이 아주 미세하게 작용하기 때문에 실험적으로 행하는 경우 오차가 발생할 수 있다고 생각되어 진다.

3.2 양력 및 항력

항력과 양력계수는 강제진동 하는 원주에 있어서 원주가 받는 힘과 동일하므로 중요하다. Fig.10-(a)은 주파수비를 1.0으로 고정시키고, 진폭비에 따른 평균 항력계수와 최대 양력계수의 결과를 나타내고 있다. 평균 항력계수와 최대 양력계수는 진폭비가 클수록 증가하며, 항력계수의 최고점과 최저점의 거리가 길게되는 것을 알 수 있다.

Fig.10-(b)는 주파수비에 따른 평균 항력계수와 최대 양력계수의 결과를 나타내며, 평균 항력계수와 최대 양력계수는 주파수비 1.0부근에서 가장 크며 1.0보다 크거나 작아지면 감소한다는 것을 알 수 있다.

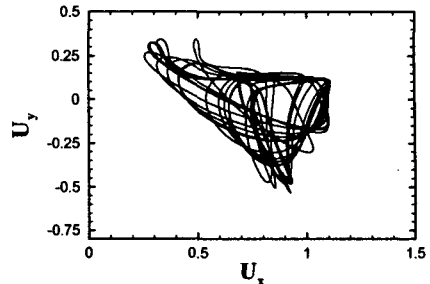


Fig. 8 $f_r=1.2, A/D=0.1$ (Non-Lock-in)

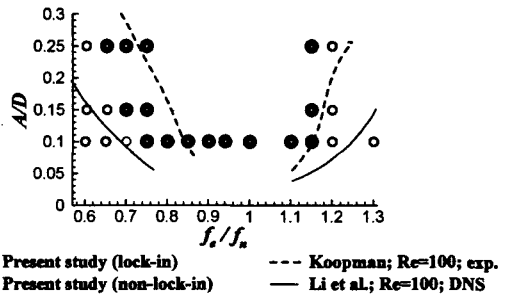
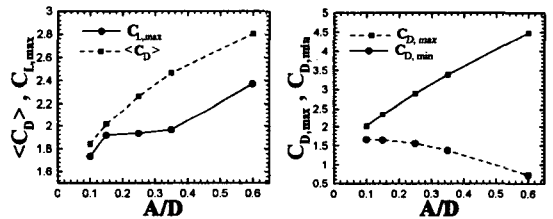
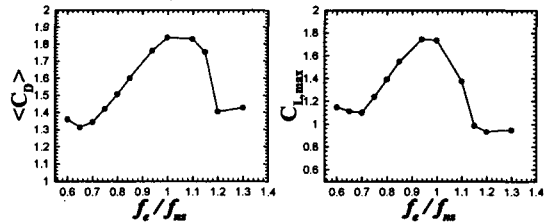


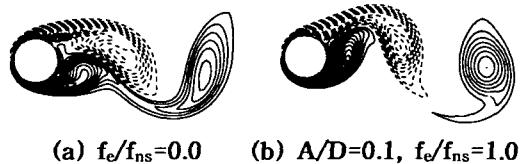
Fig. 9 Lock-in and non-Lock-in Region



(a) $f_r=1.0, A/D=0.1\sim0.3$



(b) $f_r=0.6\sim1.3, A/D=0.1$
 Fig. 10 Mean Drag and Max. Lift Coefficients



(a) $f_e/f_{ns}=0.0$ (b) $A/D=0.1, f_e/f_{ns}=1.0$



(c) $A/D=0.15, f_e/f_{ns}=1.0$ (d) $A/D=0.25, f_e/f_{ns}=1.0$
Fig. 11 Vorticity contours (Lock-in Region)



(a) $A/D=0.10, f_e/f_{ns}=0.75$

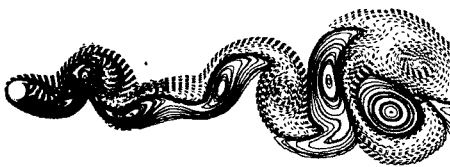


(b) $A/D=0.10, f_e/f_{ns}=0.75$



(c) $A/D=0.10, f_e/f_{ns}=1.10$

Fig. 12 Vorticity contours (Lock-in Region)



(a) $A/D=0.1, f_r=0.65$



(b) $A/D=0.1, f_r=1.3$

Fig. 13 Vorticity contours (non-lock-in region)

3.3 유동구조

유동구조를 분석하기 위하여 등와도선이 이용되었으며, Fig.11-(a)는 진동하지 않는 원주주위의 등와도선을 나타내며, Fig.11-(b),(c),(d)는 주파수

비가 1.0인 경우, 진폭비에 따른 lock-in영역의 등와도선에 대한 결과를 나타내고 있다. 와도 값의 범위는 -20에서 20이며, 점선은 -, 실선은 +를 의미하며, 원주의 상대적인 위치는 -0.821A이다. 진폭비의 증가와 함께 원주후방에 있어서 박리전단층의 말아 끌어당기는 힘이 강하게 되고, 와의 생성영역이 짧게 되는 것을 알 수 있다. Fig.12는 lock-in영역에 있어서 동일한 진폭비에 대한 주파수의 변화에 따른 등와도선의 결과를 나타내고 있다. 주파수의 증가와 함께 원주후류 있어서 와의 생성영역이 짧아지고, 박리전단층의 말아 끌어당기는 힘이 강하게 되는 것을 알 수 있다. 또한, 주파수비가 클수록 와의 수가 증가하는 것을 알 수 있다. Fig.13는 진폭비가 0.1인 경우, 주파수에 따른 non-lock-in 영역의 등와도선을 나타내고 있다. lock-in영역의 결과(Fig.11)와 비교하면, 등와도선의 구조가 완전히 다른 것을 알 수 있다. Non-lock-in영역에서는 와방출 주파수와 강제진동 주파수가 다르게 존재하며, 이 두 주파수의 상호작용에 의하여 와방출은 복잡하게 되어 있는 것을 알 수 있다. 또한, 하류로 감에 따라서 이들의 와의 배치가 복잡하게 변화하고 있는 것을 알 수 있다.

4. 결론

강제진동하는 원주주위의 유동은 DNS에 의하여 수치계산 되었다. 고차정도 차분법은 4차정도 중심차분 및 7차정도의 풍상차분이 이용되었고, 압력 포아즌 방정식은 Bi-CGSTAB법을 이용하여 계산하였다. 본연구에서는 Power spectrum과 항력 및 양력계수, 등와도선 등의 분석을 통하여 다음과 같은 결과들로부터 다음의 얻을 수 있었다.

1) lock-in 영역에서는 와방출 주파수가 진동 주파수와 일치하며, 진동하지 않는 원주주위의 유동과 동일하게 주기성을 갖는다. 또한, 와는 원주의 강제진동 주파수에 의하여 강제적으로 방출된다.

2) Non-lock-in 영역에서는 와방출 주파수와 강제진동 주파수가 일치하지 않고 독립적으로 존재하며, 와방출 주파수와 강제진동 주파수의 상호작용에 의하여 비주기성을 갖는다. 또한 주기적인 카르만 와열이 존재하지 않는다.

3). 양력 및 항력계수의 시간에 따른 변화는 lock-in영역에서는 주기성을 갖고, non-lock-in영역



역에서는 비주기성을 갖는다. 평균 항력계수와 최대 양력계수는 주파수비가 1.0인 경우 진폭비의 증가와 함께 증가한다. 또한 진폭비가 0.1인 경우, 주파수비가 1.0근방에서 평균항력계수 및 최대양력계수는 피크를 갖는다.

<참고문헌>

- (1). G. H. Koopman, "The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers", J. of Fluid Mech. vol.28, 1967, pp.501-512
- (2). S. E. Hurlbut, "Numerical simulation for laminar two-dimensional flow past a cylinder oscillating in a uniform stream", J. Fluid Mech. vol.104, 1982, pp.214-222
- (3). Jing Li, Jiong Sun, Bernard Roux, "Numerical study of an oscillating cylinder in uniform flow and in the wake of an upstream cylinder", J. Fluids Mech., vol.237, 1992, pp.457-478
- (4). R. Wei, A. Sekine, M. Shimura, "Numerical analysis of 2D vortex-induced oscillations of a circular cylinder", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol.21 1995, pp.993-1005
- (5). P. Anagnostopoulos, "Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part1: Lock-in zone, hydrodynamic forces and wake geometry", J. of Fluids and Structures, vol.14, 2000, pp.819-851
- (6). P. Anagnostopoulos, "Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part2: Timing of vortex shedding, a periodic phenomena and wake parameters", J. of Fluids and Structures, vol.14, 2000, pp.853-882
- (7). H. Persillon, M. Braza, "Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation", J. Fluid Mech., vol.365, 1998, pp.23-88
- (8). H.Q. Zhang, R. Noack "On the transition of the cylinder wake", Phys Fluid, vol.38, 1995, pp.779-7931.
- (9). B. S. Varaprasad Patanik, P. A., "Aswatha Narayana Numerical simulation of laminar flow past a transversely vibrating circular cylinder", J. of Sound and Vibration, vol.228, 1999, pp.459-475
- (10). 宮内 敏雄, 店橋 護, 鈴木 基啓, "DNSのため流入流出教会条件", 日本機械学会論文集(B編), 60卷571号, 1994, pp.813
- (11). J. R. Meneghini, P. W. Bearman, "Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder", J. Fluids and Structures, vol.9, 1995, pp.435-455
- (12). C. K. Chyu, D. Rockwell, "Near-wake structure of an oscillating cylinder: effect of controlled shear-layer vortices", J. Fluid Mech., vol.332, 1996, pp.21-49
- (13). C. Evangelinos, D. Lucor, G. E. Karniadakis "DNS-derived force distribution on flexible cylinders subject to vortex-Induced vibration", J. of Fluids and Structures, vol.14, 2000, pp.429-440
- (14). 松本 裕昭, 白尾 敦, 亀本 喬司, "一樣流中に置かれた回転振動円柱まわりの流れの数値シミュレーション", 日本機械学会工学部門講演論文集, 2000. 9.9-10, CD 506番
- (15). B. Fornberg, "Generation of finite difference formulas on Arbitrarily spaced grids", Mathematics of Comp. vol.51, 1988, pp.99-706
- (16). H.A. van der Vorst, "Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of non-symmetric linear systems". SIAMJ. Sci. Stat. Comput, vol.13-2, 1992, pp.631-644
- (17). 小国編, "行列計算ソフトヘア", 九善株式会社, 1995
- (18). Joe F. Thompson, Z. U. A. Warsi, C. Wayne Mastin, "Numerical Grid Generation"