



NURBS 곡선을 이용한 고속비행체 최적형상설계

Shape Design Optimization of High-Speed Air Vehicles
Using Non-Uniform Rational B-Splines

*김상진¹⁾, 이재우²⁾, 변영환²⁾, 김명성¹⁾
Sang-Jin Kim, Jae-Woo Lee, Yung-Hwan Byun, Myung-Seong Kim

The computational efficiency of a shape optimization procedure is highly dependent upon the proper selection of shape representation methods and design variables. In this study, shape functions, Bezier and NURBS(non-uniform rational B-splines) curves are selected as configuration generation methods and their efficiencies on the nose shape design of high-speed air vehicles, are compared. The effects of the number of control points, weighting factors and the optimization methods when utilizing the NURBS curves, are investigated. By implementing Bezier and NURBS curves, shapes having lower drag than the optimization case utilizing the shape functions, were obtained, hence it was demonstrated that these curves have better capability in representing the configuration. Efforts will be given to improve the convergence behavior when utilizing the NURBS, hence to reduce the number of Navier-Stokes analysis calculations.

1. 서론

형상설계최적화(Shape Design Optimization)에서 형상의 표현방법과 설계변수의 선택은 설계최적화과정의 효율성과 설계결과에 영향을 미치는 중요한 요소이다. 설계최적화에서의 형상 표현 방법으로는 기존 형상함수의 선형조합에 의한 방법과, 해석적인 형상함수에 의한 방법, 수학적 공식화를 통하여 해석적으로 표현하는 방법 등이 있다.

물체형상을 해석적으로 표현하는 방법에서는 물체의 형상을 근사화하는 순서적인 점들의 집합인 조정점(Control Points)을 이용한다. 조정점은 그래픽화면에 나타내어질 수 있으며 사용자가 곡선을 예측 가능한 형상으로 조절할 수 있으므로 설계변수로 사용된다. 또한, 물체형상을 해석적으로 표현하는 방법이 형상함수에 의한 방법보다 일반적으로 다양한 형상표현이 가능한 것으로 알려져 있다[1,2].

물체형상을 해석적으로 표현하는 대표적 방법

으로는 Bezier 곡선과 NURBS(Non-Uniform Rational B-Splines) 곡선을 이용하는 방법을 들 수 있다. Bezier 곡선의 실행은 비교적 간단하며, 적은 수의 설계변수로도 복잡한 형상을 비교적 잘 표현할 수 있으므로, 익형과 날개의 형상설계 [3,4,5] 또는 노즐 형상설계[6]에서 이용되어 왔다. NURBS 곡선은 Bezier 곡선의 전역 조정 특성(Global Control)의 대안으로 사용될 수 있으며, 형상 표현능력의 우수성으로 인해 날개 및 익형[7], 블레이드[8], 날개와 동체가 부드럽게 연결된 항공기 형상[9], 구조물의 단면[10,11] 등 형상설계에서의 사용빈도가 점차 증가하고 있다.

본 연구에서는 축대칭 고속 비행체 선두부 형상설계에 NURBS 곡선을 이용하는 방법의 정립에 중점을 두고자 한다. 설계문제는 표면열전달과 내부 용적, 세장비를 구속조건으로 하고, 항력을 최소화하는 문제이며, 수치 최적화 기법으로는 구배법을 이용한다. 설계변수의 선정과 설계 방법을 정립하는데 드는 시행착오적 계산시간을 감소시키기 위하여 유동해석에는 간략화된 이론

1) 국방과학연구소 (305-600 대전시 유성구 유성우체국 사서함 35 Tel : 042-821-2314)

2) 건국대학교 항공우주공학과 (143-701 서울시 광진구 화양동 1번지 Tel : 02-450-3461)

식을 이용한다. 또한, 최적설계 결과를 형상함수의 선형조합에 의한 방법과 Bezier 곡선에 의한 방법의 결과와 비교하여 NURBS 곡선의 형상표현능력과 형상설계에의 적용가능성을 확인하고자 한다.

2. 형상표현

2.1 형상함수의 조합

축대칭 고속 비행체의 선두부 형상을 설계하기 위한 형상함수로는 고속 유동에서 항력특성이 우수한 von Karman Ogive, $n=0.69$ Power-Law 형상과 표면 열전달 특성이 양호한 Paraboloid, Sphere-Cone을 이용하였다. 뾰족한 형상함수의 선두부는 표면열전달 특성을 고려하여 뾰족한 구(Sphere)로 대체하였다. 선두부 길이와 기저 반경의 비는 기준형상과 동일하게 하였으며 각 형상 함수들과 기준 형상을 그림 1에 도시하였다.

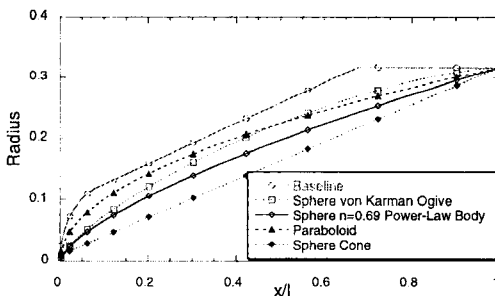


Fig.1 Baseline Shape and Shape Functions

형상은 형상함수의 선형조합으로 표현되며 기저반경을 유지하기 위해 식 (1)과 같이 Cone(y_5)을 추가하였다.

$$y = \sum_{i=1}^4 x_i y_i + (1 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4) y_5 \quad (1)$$

여기서, x_i 는 설계변수, y_i 는 형상함수를 나타낸다.

2.2 수학적 공식화를 통한 해석적인 방법

Bezier 곡선과 NURBS 곡선이 대표적이다. 두 곡선 모두 선계자의 직관에 부합하는 형태인, 생성하고자 하는 곡선을 근사하게 포함하는 특성 다각형(Characteristic Polygon)의 꼭지점(조정점)을 사용하며, 이들 조정점들의 영향을 각각 해당하는 블렌딩 함수로 섞어서 곡선을 형성한다.

2.2.1 Bezier 곡선

Bezier 곡선은 번스타인 블렌딩 함수(Bernstein Blending Function)를 사용하며 이는 조정점의 개수와 곡선식의 차수가 직결되어 있고 모든 조정점이 곡선의 형상에 영향을 미친다.

$n+1$ 개의 조정점에 의해 정의되는 n 차 Bezier 곡선은 다음과 같다.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n p_i B_{i,n}(u) \quad (2)$$

여기서, p_i 는 i 번째 조정점의 좌표벡터, 즉 $p_i = (x_i, y_i, z_i)$ 를 의미한다. u 는 0과 1사이의 값이며, $B_{i,n}(u)$ 는 블렌딩함수(Blending Function)로서, 곡선의 형상을 결정짓는 역할을 하는 함수이다.

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (3)$$

2.2.2 NURBS 곡선

Bezier 곡선을 사용하여 복잡한 형상의 곡선을 생성하는데는 많은 조정점들이 필요하게 되는데, 이는 곡선의 차수를 증가시켜 계산량의 증가와 곡선 형상의 진동 등의 문제를 유발하게 된다. 또한 모든 조정점이 곡선의 형상에 영향을 주므로 어떤 한 부분을 변화시키려고 할 때, 예상치 못했던 다른 부분까지 변형되는 문제를 발생하게 된다. Bezier 곡선은 이러한 높은 차수의 다항식과 전역효과를 피하기 위하여 여러개의 낮은 차수의 곡선을 부분별로 합성하는 방법을 이용하지만, 연결점에서 1차, 2차 미분값 등의 연속성을 유지하면서 연결하는 데는 많은 어려운 점이 존재한다.

복잡한 형상의 곡선을 생성할 때 Bezier 곡선에서 사용한 Bernstein 다항식 $B_{i,n}(u)$ 의 대응으로 B-Spline 블렌딩 함수를 생각할 수 있다. B-Spline 블렌딩 함수는 조정점의 개수와 관련된 n 을 포함하지 않고 원하는 차수를 직접 지정할 수 있으며, 매개변수 u 의 전체 범위 중 각 각 서로 다른 일정 범위에서만 값을 갖도록 하여, 그 블렌딩 함수와 짝이 되는 한정된 개수의 조정점들만 형상에 영향을 줄 수 있게 한다.

B-Spline 블렌딩 함수를 사용한 자유도(degree) k 인 NURBS 곡선은 다음과 같다[12].

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^4 N_{i,k}(u) w_i p_i}{\sum_{i=0}^4 N_{i,k}(u) w_i}, \quad 0 \leq u \leq n-k+2 \quad (4)$$

여기서, p_i 는 i 번째 조정점의 좌표벡터, $n+1$ 은 조정점의 개수, w_i 는 가중치(weight)이며, 각 조정점이 곡선에 미치는 영향의 양을 결정한다. 식 (4)에서 가중치 w_i 를 1로 하면 $\sum_{i=0}^4 N_{i,k}(u) = 1$ 이 되므로, 일반적인 비주기적 B-Spline 곡선과 같아진다. 가중치가 클수록 조정점이 곡선에 미치는 영향이 증대되어 조정점쪽으로 곡선이 잡아당겨지게 된다. 즉, NURBS 곡선은 일반적인 B-Spline 곡선의 좌표를 조절하는 세개의 자유도에 가중치를 포함시켜 네 개의 자유도가 허용되므로 일반적인 B-Spline 곡선보다 훨씬 다양한 곡선 생성이 가능해지며, 원추 곡선을 정확하게 표시할 수 있다[13].

$N_{i,k}(u)$ 는 자유도 k 인 B-Spline 블렌딩 함수를 나타내며 아래식과 같다.

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-t_i) N_{i,k-1}(u)}{t_{i+k-1}-t_i} + \frac{(t_{i+k}-u) N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+k}-t_{i+1}}$$

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

여기서, t_i 는 u 의 범위안에 존재하는 매듭값(knot value)이라 하며, 각 조정점들의 부분적인 영향력을 조정한다.

$$t_i = \begin{cases} 0 & 0 \leq i \leq k \\ i-k+1 & k \leq i \leq n \\ n-k+2 & n < i \leq n+k \end{cases} \quad (6)$$

2.2.3 Bezier 곡선과 NURBS 곡선의 비교

각 곡선에 사용된 블렌딩함수와 곡선의 특성을 확인하기 위하여 7개의 조정점을 이용한 곡선을 그림 2와 같이 나타내었다.

그림 2에서 ●는 조정점을, ■는 7개의 조정점에 의해 생성된 6차 Bezier 곡선을, 나머지 실선은 7개의 조정점과 각 조정점에 부과된 가중치 w_i 에 의해 생성된 NURBS 곡선을 나타낸다. NURBS 곡선의 차수는 2차로 설정하였다. 그림에서 Bezier 곡선의 차수는 조정점의 개수와 직결되고 모든 조정점이 곡선의 형상에 영향을 미치므로 네 번째 조정점의 위치를 변화시켜도 곡선의 형상에는 큰 변화가 없는데 반해, NURBS

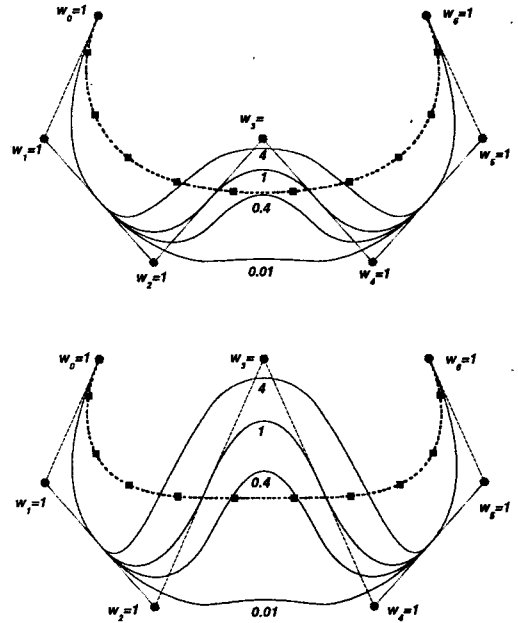


Fig.2 Comparison of Bezier and NURBS curve

곡선은 조정점의 변화에 민감하게 반응함을 확인할 수 있다. NURBS 곡선의 경우 각 조정점에 부과된 가중치에 따라 다양한 형상이 도출되므로, NURBS 곡선을 형상설계에 이용할 경우 설계변수에 가중치를 포함시켜야만 형상표현능력을 극대화 할 수 있음을 알 수 있다.

2.2.4 선두부 형상 표현

Bezier 곡선과 NURBS 곡선을 이용하여 선두부 형상을 표현하기 위한 조정점 분포와 설계변수는 두 곡선이 동일하며 그림 2와 같다. 설계결과를 형상함수의 조합에 의한 형상최적화 결과와 비교하기 위하여 설계변수의 개수는 4개로 하였다.

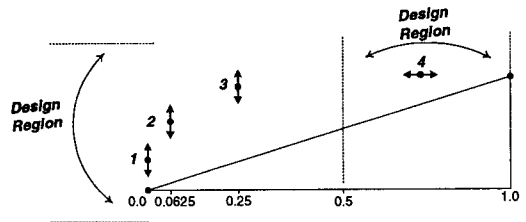


Fig.3 Control points distribution for the nose shape

설계변수로는 조정점 1~3의 경우 y좌표를, 조정점 4의 경우는 x좌표를 선택하였다. 이때, 조정점 1~3의 고정된 x좌표는 $x' = x^2$ 으로 분포시켜 비교적 다양한 형상변화가 예상되는 선두부 앞쪽 형상표현능력을 향상시켰다.

선두부 형상설계를 위한 조정점 1~3의 설계영역은 조정점의 변화에 대한 형상의 변화를 고려하여 $-0.1 \leq y \leq 0.5$ 로 하였고, 조정점 4의 경우 선두부 축 중심으로부터 기저까지 ($0.5 \leq x \leq 1.0$)로 설정하였다. 고속비행시 발생하는 표면 열전달을 고려하여 조정점 1의 x좌표를 선두부 정체점과 일치시켰으며, 세장비를 만족하기 위하여 조정점 4의 y좌표를 선두부 기저반경과 일치시켰다.

3. 수치최적화를 이용한 형상 설계

3.1 설계문제 정의

축대칭 고속비행체 선두부 형상을 설계하기 위한 설계최적화 문제는 다음과 같이 수학적으로 표현된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && f(\vec{X}) \\ & \text{Subject to} && g(\vec{X}) \\ & && x_i' \leq x_i \leq x_i'' \end{aligned}$$

목적함수($f(\vec{X})$)를 항력으로 설정하고, 설계 구속조건($g(\vec{X})$)으로 정체점에서의 표면 열전달율(Stanton 수, C_h), 세장비, 내부용적 등을 고려하였다. $x_i' \leq x_i \leq x_i''$ 는 각 설계변수의 변화범위, 즉 설계영역을 나타낸다.

3.2 공력해석 방법

설계 Strategy 정립을 위하여 간단한 방법으로 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있는 간략화된 이론식을 사용하였다. 압력분포의 해석을 위하여 Modified Newtonian 이론을 이용하였고, 표면 온도는 수직 충격파 전후의 엔트로피 변화에 관한 관계식과 충격파와 정체점 사이에서의 등엔트로피 가정을 이용하여 계산하였다. 표면 압력과 온도 분포가 결정되면 다른 열역학적 물성치나 유동 변수도 결정된다. 정체점에서의 표면 열전달률은 Fay, Riddle[14] 등이 제안한 관계식의 속도 구배항을 충격파 Stand-off 거리로 보정한 Oliver의 대류 열전달 근사식[15]을 이용하였다. 층류 열전달률은 아래와 같다.

$$q_w = \frac{0.763}{Pr_w^{0.6}} \left(\rho_e \mu_e \frac{du_e}{ds} \Big|_0 \right)^{0.5} \left(\frac{\rho_u \mu_w}{\rho_e \mu_e} \right)^{0.1} (H_e - H_w) \tag{7}$$

$$\frac{du}{ds} \Big|_0 = \frac{1}{R_n} \frac{1 + \Delta}{\Delta} \frac{p_e - p_2}{\rho_\infty u_\infty} \frac{f_2}{f_e} \tag{8}$$

여기서, R_n 은 선두부 반경, Δ 은 충격파 Stand-off 거리, 아래첨자 e 와 w 는 각각 경계층 가장자리와 벽면에서의 조건이고, 위첨자⁻는 무차원화된 값을 나타낸다.

3.3 최적화 기법

본 연구에 사용된 수치 최적화 알고리즘은 구배정보를 이용하여 최적해를 도출하는 방법을 사용하였다. 목적함수와 구속조건에 대해 1차 또는 2차 Taylor 급수로 근사하여, 최적화 과정에서 근사된 함수를 사용하는 DOT[16]의 SLP(Sequential Linear Programming)과 SQP(Sequential Quadratic Programming)를 사용하였다.

4. 최적설계 결과

4.1 각 형상표현방법의 비교

기준형상(3단형 과학로켓)의 성능해석 결과[17]로부터 1단 연소중단시점을 설계점으로 선정하였다. 선정된 설계점에서의 자유류의 조건은 마하수 4.6, 고도 31km이다.

세장비와 표면 열전달, 내부용적을 기준형상의 값으로 설정하고 항력을 최소화하였다. 형상을 NURBS 곡선으로 표현한 경우, 세장비에 대한 구속조건은 조정점으로 해결하였다. 그러나, Bezier 곡선 또는 형상함수의 선형조합으로 표현한 경우, 세장비를 만족시키기 위하여 선두부 단면 반경이 구속조건으로 추가되었다. 또한, NURBS 곡선의 차수는 2차로 하여 선두부 형상에 적합하도록 하였다.

NURBS 곡선을 이용한 형상에서, 설계변수의 개수를 다른 형상표현 방법과 동일하게 하기 위하여 식(4)의 가중치 w_i 를 1로 하고 최적형상을 구하였다. 그러나 NURBS 곡선을 이용할 경우 가중치 또한 설계변수로 포함되어야 하므로 NURBS 곡선을 이용한 형상설계에는 필연적으로 설계변수의 개수가 증가하게 된다.

Table 1 Comparison of optimization results with different shape representation

형상표현	C_D	C_h	해석회수	항력감소 (%)	
기준형상	0.2982	6.96e-03	-	-	
최적형상	형상함수	0.2701	6.91e-03	113	9.43
	Bezier	0.2534	4.66e-03	113	15.02
	NURBS	0.2560	6.38e-03	283	14.93

기준형상과 최적화된 형상의 해석결과와 기준형상에 대한 항력감소량을 표 1에 나타내었다. 형상을 Bezier 또는 NURBS 곡선과 같은 해석적인 방법으로 표현한 경우 형상함수를 이용하는 것보다 항력을 약 5 %이상 감소시킬 수 있었다. 이를 통해 해석적인 방법을 이용한 형상표현방법이 형상함수를 이용한 형상표현 방법보다 다양한 형상표현이 가능함을 알 수 있다. 최적해로의 설계 진행은 구배정보를 필요로 하며, 구배정보를 구하기 위한 해석회수는 NURBS 곡선이 가장 많았다. 실제 현상에 부합하는 설계를 위해서 유동해석에 Navier-Stokes 방정식을 사용할 경우 설계효율의 측면에서 Bezier 곡선이 NURBS 곡선보다 유리함을 알 수 있다.

그림 4에서 기준형상과 최적형상을 비교하였다.

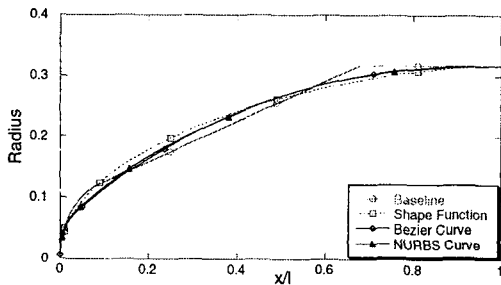


Fig.4 Comparison of optimum shapes

조정점의 개수에 대한 Bezier, NURBS 곡선의 형상표현 특성을 파악하기 위하여, 조정점의 개수를 증가시켜가며 최소항력을 갖는 선두부 형상을 설계하였다. 그림 5에서 알 수 있는바와 같이 Bezier 곡선의 경우 조정점의 개수가 증가함에 따라 조정점의 변화범위가 커져 설계자의 직관을 벗어나는 조정점 분포를 나타내었다. 따라서, 조정점의 개수가 많을 때에는 형상표현에 NURBS

곡선의 사용이 유리함을 확인하였다.

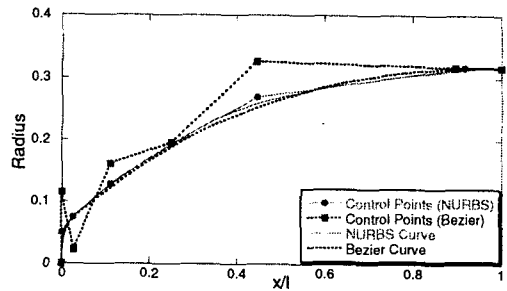


Fig.5 Comparison of control points distribution

4.2 NURBS 곡선의 가중치 최적화

앞서의 NURBS 곡선을 사용한 최적화 결과는, 각 조정점에서의 가중치 w_i 를 1로 하여 형상이 일반적인 비주기적 B-Spline 곡선으로 표현된 상태이다. 형상표현 능력을 더욱 향상시키기 위해서는 가중치를 설계변수에 포함시키는 노력이 필요하다. 형상설계에 NURBS 곡선의 특성을 최대한 활용하기 위하여 조정점을 고정하고 각 조정점의 가중치를 최적화 시켰다. 이때, 조정점에 대한 설계영역은 $1.0e-5 \leq w_i \leq 10$ 으로 하였다.

최적설계결과 항력계수는 감소하지만 그 양은 0.8 % 정도로 상대적으로 적은 결과를 도출했다. 이를 통해 설계하고자 하는 형상이 비교적 간단할 경우, 설계결과에는 큰 영향을 미치지 못하는 가중치를 설계변수에 포함시키지 않는 것이 설계의 효율성을 향상시키는 방법임을 알 수 있다.

Table 2 The effect of weighting factor

설계문제	C_D	항력감소 (%)
가중치 최적화 전	0.2560	14.93
가중치 최적화 후	0.2513	15.73

5. 결론

여러 형상표현 방법을 이용한 고속비행체 선두부 형상설계를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

세장비와 표면열전달, 내부용적을 구속조건으로 하여 항력을 최소화하는 설계를 수행한 결과, 형상함수의 선형조합으로 형상을 표현한 경우와, Bezier, NURBS 곡선을 이용한 해석적인 방법으로 형상을 표현한 경우 모두 기준형상에 비해 약

9~15% 정도 향상된 항력형상을 구할 수 있었다. 형상표현 능력은 형상함수 보다 해석적인 방법이 우수함을 확인하였다.

설계하고자 하는 형상이 비교적 간단하여 형상을 결정하는 조정점의 개수가 작을 경우, Bezier 곡선이 NURBS 곡선보다 설계 효율이 우수하였다. 그러나, 형상이 복잡하여 조정점의 개수가 많아지면 설계자의 직관을 벗어나는 조정점 분포를 갖는 Bezier 곡선보다는 NURBS 곡선을 이용한 형상표현이 유리함을 알 수 있다. NURBS 곡선 각 조정점의 가중치를 설계변수로 하고 최적의 가중치를 구한 결과 가장 우수한 항력특성을 갖는 형상을 설계할 수 있었다. 그러나, 항력감소량은 상대적으로 적어, 간단한 형상을 설계할 경우 설계변수에 가중치를 포함시키는 것은 비효율적임을 알 수 있다.

후기

본 연구는 한국과학재단의 목적기초 연구 지원(2000년 특장연구, 과제번호 2000-2-30500-003-5)으로 수행되었으며 연구비를 지원해 주신 한국과학재단에 감사 드립니다.

참고문헌

- [1] 손명환, "형상설계최적화에서 물체형태 표현 방법의 비교 연구," 추계 학술발표회 논문집, 한국 항공우주학회 (2000. 11).
- [2] 문종윤, 조창열, "NURBS (NonUniform Rational B-Spline)를 이용한 공력형상 설계 최적화," 제7회 항공기 개발기술 심포지움 논문집 (2000. 4).
- [3] Greg W. Burgreen and Oktay Baysal, "Aerodynamic Shape Optimization Using Preconditioned Conjugate Gradient Methods," AIAA Journal, Vol. 32, No. 11 (November 1994), p.2145-2152
- [4] Greg W. Burgreen and Oktay Baysal, "Three-Dimensional Aerodynamic Shape Optimization Using Discrete Sensitivity Analysis," AIAA Journal, Vol. 34, No. 9 (September 1996).
- [5] 손명환, 이규진, "천음속 날개꼴과 날개의 형상 설계 최적화에서 향상된 물체 형상 생성 방법," 한국항공우주학회지, 제28권, 제5호 (2000. 8).
- [6] Greg W. Burgreen, Oktay Baysal, and Mohamed E. Eleshaky, "Improving the Efficiency of Aerodynamic Shape Optimization," AIAA Journal, Vol. 32, No. 1, (January 1994), p.69-76
- [7] Jerome Lepine, Jean-Yves Trepanier, "Wing Aerodynamic Design Using an Optimized NURBS Geometrical Representation," AIAA 2000-0669, 38th Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, NV (January 2000).
- [8] J. Burman and B. Gebart, "Development of a Blade Geometry Definition with Implicit Design Variables," AIAA 2000-0671, 38th Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, NV (January 2000).
- [9] C. Wayne Mastin, Robert E. Smith, Idean Sadrehaghighi, and Michael R. Wiese, "Geometric Model for a Parametric Study of the Blended-Wing-Body Airplane," AIAA-96-2416-CP (1996).
- [10] Uwe Schramm and Walter D. Pilkey, "Shape Design for Thin-Walled Beam Cross Sections Using Rational B Splines," AIAA Journal, Vol. 33, No. 11, (November 1995).
- [11] Yunliang Ding, "Shape Optimization of Two-Dimensional Elastic Structures with Optimal Thicknesses for Fixed Parts," Computers & Structures, Vol. 27, No. 6 (1987), p.729-743.
- [12] 이건우, 컴퓨터 그래픽과 커드, 영지문화사 (1998)
- [13] Wayne Tiller, "Rational B-Splines for Curve and Surface Representation." IEEE Computer Graphics and Application, 3 (1983), p.61-69.
- [14] Fay, J. A., and Riddell, F. R., "Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air," J. of the Aeronautical Science, Vol. 25, No. 2, (1958)
- [15] H. Olivier, "Influence of the Velocity Gradient on the Stagnation Point Heating in Hypersonic flow", Shock Waves(1995) 5 : 205-216 (1995)
- [16] DOT Users Manual, Vandeplaats Research & Development, Inc. (1995)
- [17] 항공우주연구소, 3단형 과학로켓 개발사업(I) 최종연구보고서, 과학기술부 (1998)