

## 초음파 조사를 이용한 압축성 평행 제트의 활성화

### Mixing Augmentation of the Compressible Parallel Jets Using the Irradiation of Ultrasonic Waves

○장세명<sup>1)</sup>, 신성룡<sup>2)</sup>, 이수갑<sup>3)</sup>

Se-Myong Chang, Seong-Ryong Shin and Soogab Lee

An experimental model to enhance the mixing of parallel supersonic-subsonic jet ( $M_1=1.78$  and  $M_2=0.30$ ) is simulated with a numerical technique by modeling the wall-mounted cavity to a boundary condition of oscillating pressure. The computed pitot pressure distributions along three representative cross sections show a good agreement with the equivalent experimental data. The irradiation of acoustic wave in the ultrasonic range causes the mixing augmentation of jet and wake due to the transfer of vibration energy between fluid particles.

### 1. 서론

스크램제트 엔진의 설계에 있어, 연료와 산화제의 혼합은 상당히 흥미로운 논의이며, 지금까지 다양한 아이디어를 제시한 많은 논문들이 출판되고 있다 [1-2]. 연료와 산화제(통상적으로 표준 조건에서는 공기)의 혼합은 스크램제트의 연소기 내에서 연소 효율을 개선시키기 위한 매우 중요한 문제이다. 스크램제트 내부에서 연료의 분사 속도는 일반적으로 아음속(subsonic)인 반면에, 주변 공기의 흐름은 초음속(supersonic)이다. 참고문헌 [2]에 따르면, 혼합 증대 기술은 크게 다음의 두 가지로 분류될 수 있다.

- 1) 전기적 스파크를 이용한 직접 증대법
- 2) 유동 불안정을 이용한 간접적 제어 방법

유동 제어 방법들 중 하나인 피동 제어(passive control) 방법으로서, 음향파를 발산하는 공동(cavity)을 사용하는 방법이 제안되고 있다 [3]-[4]. 특히 참고문헌 [4]의 저자들은 초음속-아음속 평행 제트에다 벽면에 설치된 공동에서

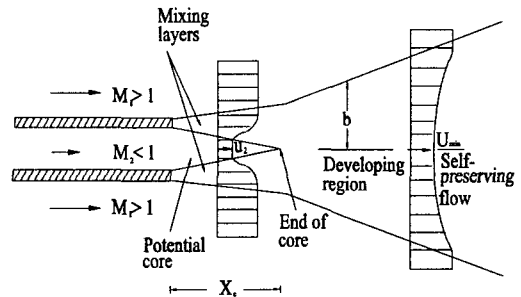


Fig. 1 난류 초음속-아음속 혼합 제트 구조의 개념도

발생하는 음향파를 조사하여 혼합을 증대시키는 실험 연구를 수행하기도 했다.

유동 현상의 관점에서 평행한 제트의 혼합은 매우 복잡한 난류 구조를 포함하고 있는 비선형 현상이다. 또한 난류 전단층(shear layer)에 조사된 음향파는 혼합 유체의 구조를 확산시킨다. 따라서 복잡한 유동 구조를 간략화한 모델을 사용한 실험 및 수치 해석의 수행이 요구된다. 그림 1은 초음속-아음속 제트 혼합 문제에 대한

1) 회원, BK21 계약교수  
2) 박사 과정  
3) 부교수, 서울대학교 기계항공공학부  
항공우주신기술연구소 환경소음진동연구센터

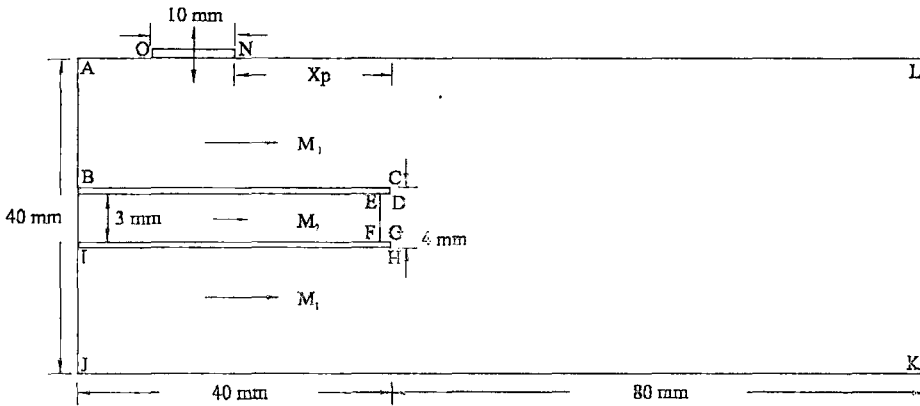


Fig. 2 문제의 정의와 계산 영역

전형적인 모습을 스케치한 개념도이다.

본 논문에서 저자들은 참고문헌 [4]의 실험을 수치 해석으로 재현하고, 공동에 의해 발생하는 음향파의 주요 공진 주파수를 구하였다. 또한 벽 진동 경계 조건을 적용하여, 초음파 영역 주파수의 음향파에 의하여 혼합이 얼마나 증대되었는지 살펴 본다.

## 2. 연구 방법

본 문제는 그림 2 와 같이 정의되었다. 선분 ON 에서는 공동의 효과를 고려하기 위하여 진동 벽 경계 조건을 사용한다. 자유류의 마하 수는  $M_1=1.78$  로 고정하며, 아음속 유동은  $M_2=0.30$  으로 놓는다. 전온도 (total temperature)는 상온 (288 K)과 같다고 하고, 정압은 대기압 ( $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ )으로 같다. 그렇다면 초음속 자유류의 속도와 밀도는  $u_1=473 \text{ m/s}$ ,  $r_1=2.0 \text{ kg/m}^3$  이며, 아음속 유출류의 속도와 밀도는  $u_2=100 \text{ m/s}$ ,  $r_2=1.24 \text{ kg/m}^3$  가 된다. 이는 모두 참고문헌 [4]의 실험 조건과 맞춘 것이다.

### 2.1 지배방정식과 경계 조건

일반적으로 압축성 점성 유동을 모사하는 Navier-Stokes 방정식을 지배 방정식으로 채택하였다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = \frac{\partial G_j}{\partial x_j} \quad (1)$$

여기에서

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ E \end{pmatrix}$$

$$F_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \\ u_j (E + p) \end{pmatrix}$$

$$G_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ u_i \tau_{ij} + q_j \end{pmatrix}$$

#### <벽 진동 경계조건>

진동 벽면에서의 경계조건은 다음과 같이 사인 파형의 압력 진동을 준다.

$$p = p_1 + p_a \sin \omega t \quad (2)$$

이러한 진동 조건은 벽면에 수직한 방향으로

(1) 식과 같은 보존 법칙 (conservation law)를 만족시켜야 함은 물론이다. 여기에서 보존 법칙이라 함은 수직 방향의 질량, 운동량, 에너지의 보존 법칙이다. 이 사실로부터,

$$\rho v = 0 \quad (3)$$

$$p(1 + \gamma M^2) = p_1 \quad (4)$$

$$\frac{p}{\rho} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) = \frac{p_1}{\rho_1} \quad (5)$$

여기에서  $M$  은 국지 마하수 (local Mach number)이고,  $\gamma$  는 비열비 (specific heat ratio, 공기의 경우 1.4)이다.

<유입류 및 유출류 경계 조건>

그림 2 의 EF (아음속 유입부)에서는 다음과 같이 리만 불변량 (Riemann invariant)을 고정시킨다.

$$J_+ = u_2 + \frac{2c_2}{\gamma-1} = u_{ex} + \frac{2c_{ex}}{\gamma-1} \quad (6)$$

여기에서  $c$  는 음속이며, 아래 첨자  $ex$  는 외삽값 (extrapolation)을 의미한다. 한편 KL (유출부)에서는 유동이 아음속이나 초음속이냐에 따라 압력을 대기압으로 고정시키거나 모든 물리량을 외삽에 의해 구한다.

2.2 수치 기법

본 논문에서는 식 (1) 을 풀이하기 위하여 유한 체적 유량 차분법 (finite-volume flux difference method)을 사용한다. 이 때, 각 격자의 경계에서 유량 값을 구하기 위해 사용하는 물리량들은 Roe 의 가중 평균한 값을 사용한다. 또한 이러한 TVD 기법에서 시간적으로 2 차, 공간적으로 부분 3 차의 정확도를 얻기 위하여 MUSCL 로 확장된 수치 알고리즘을 적용한다. 자세한 것에 대해서는 참고문헌 [5] 를 참조하라.

2.3 난류 모형

난류 (turbulence) 현상이 지배적인 문제에서는

난류의 효과를 고려하기 위하여 갖가지 적당한 모델을 사용한다. 본 논문에서 벽면의 난류 경계층에 대해 Baldwin-Lomax 모델을 사용하였다 [6]. 그러나 이 모델은 자유류의 전단층에서는 물리적으로 타당하지 않다는 결점이 있다. 따라서 여기에서는 Clauser 의 외부 후류 모델 (outer wake model)과 Gortler 의 난류 제트 및 후류 상사해를 이용한 다음의 Clauser-Gortler 모델을 사용한다.

$$\mu_t = K\rho(u_1 - u)b\left(\frac{x}{X_{ref}}\right)^{1/2} \quad (7)$$

여기에서 상수  $K=0.016$  이고,  $b$  는 참조 위치  $X_{ref}$  에서의 제트 두께의 반을 의미한다. 통상 역압력 구배가 걸리는 제트 문제에서 프란틀 수는  $Pr=0.71$  로 일정하다. 따라서 평행 제트류와 적당한 거리 (보통 제트 두께의 5 배를 잡는다) 이내에서는 (7) 식을 사용한다.

3. 공동의 음향학

공동으로부터 발생하는 음파에 대한 연구는 매우 고전적인 주제로 이전부터 많은 연구자들에 의해 연구되었다. 본 연구의 선행 연구로서 저

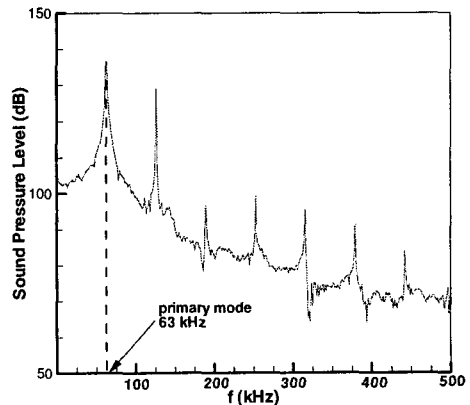


Fig. 3 공동에서 발생하는 음향파의 주파수 해석 (L/D = 2 일 때)

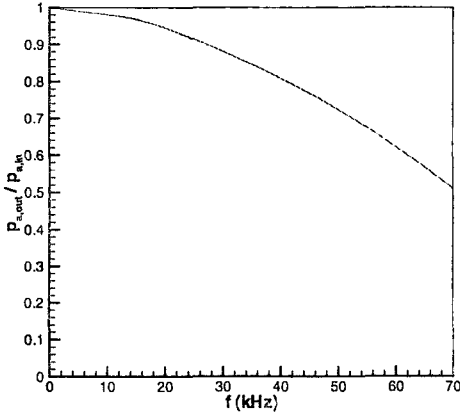


Fig. 4 주파수와 음향파 소산률의 관계  
(격자 간격이 0.5 mm 일 때,  
25 mm 떨어진 지점에서)

자들은 공동에 의하여 발생하는 음향을 그림 3과 같이 수치 해석에 의해 포착하였다. 참고 문헌 [4] 에서와 마찬가지로 공동의 폭과 높이의 비를  $L/D = 2$  로 하고, 수치해석에 의해 공동 밖으로 방사되는 음파를 주파수 해석한 것이다. 그 결과 공동의 주요 공진 주파수는 약 63 kHz (초음파 영역)임을 알 수 있었다.

그러나 이러한 음향파는 격자 간격의 Nyquist 주파수보다 클 경우 수치 해석시 제대로 전파되지 못하고 확산된다. 이는 수치 격자계가 산란 관계식 (dispersion relation)을 만족시키지 못하기 때문이다. 이러한 효과 때문에 격자 해석을 통하여 각 주파수 대역에서 소산률을 구한다. 그림 4 에서 주파수가 높아질수록 소산률이 커짐을 알 수 있다. 따라서 주파수가 주어졌을 때, 소산률을 고려하여 벽면 진동 ((2) 식의  $p_a$ )를 보정하여 주어야 한다.

## 4. 결과 및 토의

본 문제에서는 우선 난류 모델을 포함하지 않고 2.5 ms 까지 시간 적분한 해를 이용하여  $X_{ref}$

지점을 결정하였다. 이렇게 한 것은 포텐셜 핵 (potential core)의 끝 지점까지는 적어도 층류해 (laminar solution)가 유효할 것이라는 가정 하에서이다. 참조 위치는 유입류가 100 m/s, 즉 경계 조건에서의 값을 가지는 지점이다. 그러나 63 kHz 로 가진할 경우 유동의 운동량이 증가하기 때문에 이 값에 20 % 를 가증한 속도치, 즉 120 m/s 를 사용한다. 기준값은 식 (7) 에서 이와 다른 값을 임의로 사용해도 무방하다. 가진은 3 절의 공동에 대한 수치 해석을 통하여 주파수와 크기 (보정 전 자유류 정압의 7 %)를 결정한다.

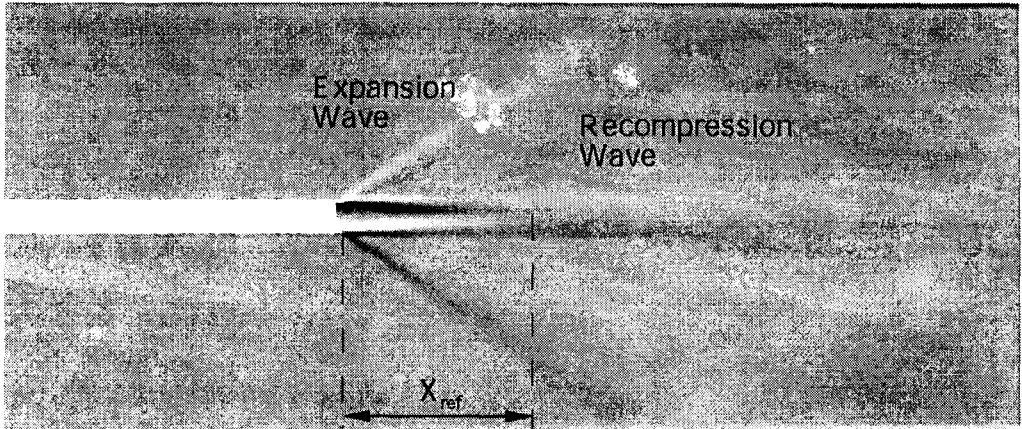
### 4.1 진동이 있을 때와 없을 때의 비교

그림 5 의 (a) 는 가진이 없을 경우, (b) 는 63 kHz, 7 % 의 가진이 있을 경우에 대한 밀도장을 나타낸 그림이다. 이러한 그림을 numerical Schlieren 이라고 하며, 밀도의 1 차 구배로 표현한다.

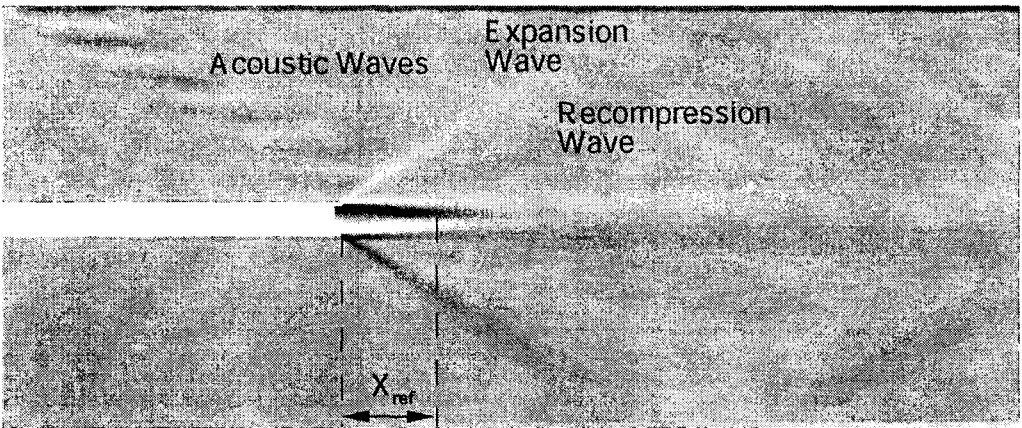
그림에서 제트 벽면 (0.5 mm 두께)의 단절로 인해 팽창파 (expansion wave)가 발생하며, 이를 지난 유동은 평행류의 퍼짐에 의해 약한 재압축파 (recompression wave)를 형성한다. 가진이 있을 경우 기준점 ( $X_{ref}$ )이 제트의 앞부분으로 끌어당겨지는 것은 물론이며 포텐셜 핵 또한 짧아진다. 즉 음향파가 제트의 혼합을 증대시킨 것이다.

### 4.2 실험값과의 비교

참고문헌 [4] 에서 구한 후류 ( $x/H = 5, 7.5, 10$ ) 에서의 pitot 압력 (충격파 보정을 하기 전의 동압)과 본 논문의 수치해석 결과를 비교한 것이 그림 6 이다. 이 때, H 는  $x=0$  에서의 제트류 두께 (4 mm)를 나타낸다.  $x/H = 10$  (self-similar region)에서 가진한 경우에 대해 실험값과 약간 차이를 보이는데 이는 난류 모델의 한계 때문으로 보인다. 자유류 전압의 90 % 를 회복하는 지점의 제트 폭을  $d$  라고 할 때, 계산에서의 제트 폭은 실험에서보다 약간 크게 예측한다.



(a) Natural Jet Feature



(b) Oscillated Jet Feature

Fig. 5 가진 전과 후의 제트 모습

### 5. 결론

초음파를 사용하여 가진한 결과, 초음속-아음속 평행 제트의 혼합이 증대되었으며 이는 가진된 음향파가 혼합 전단층의 유체 운동량 (momentum)을 증가시켜, 난류 강도 (turbulence intensity) 및 확산 (diffusion)을 활성화시키기

때문으로 판단된다. 실험과 수치 해석은 정량적으로 서로 일치하였다.

이러한 문제의 풀이는 추후 공동에 의한 가진 크기, 주파수, 공동의 위치 등의 파라미터 해석과 이의 최적화 등을 위한 코드 검증과 선행 연구로서의 가치를 지닌다.

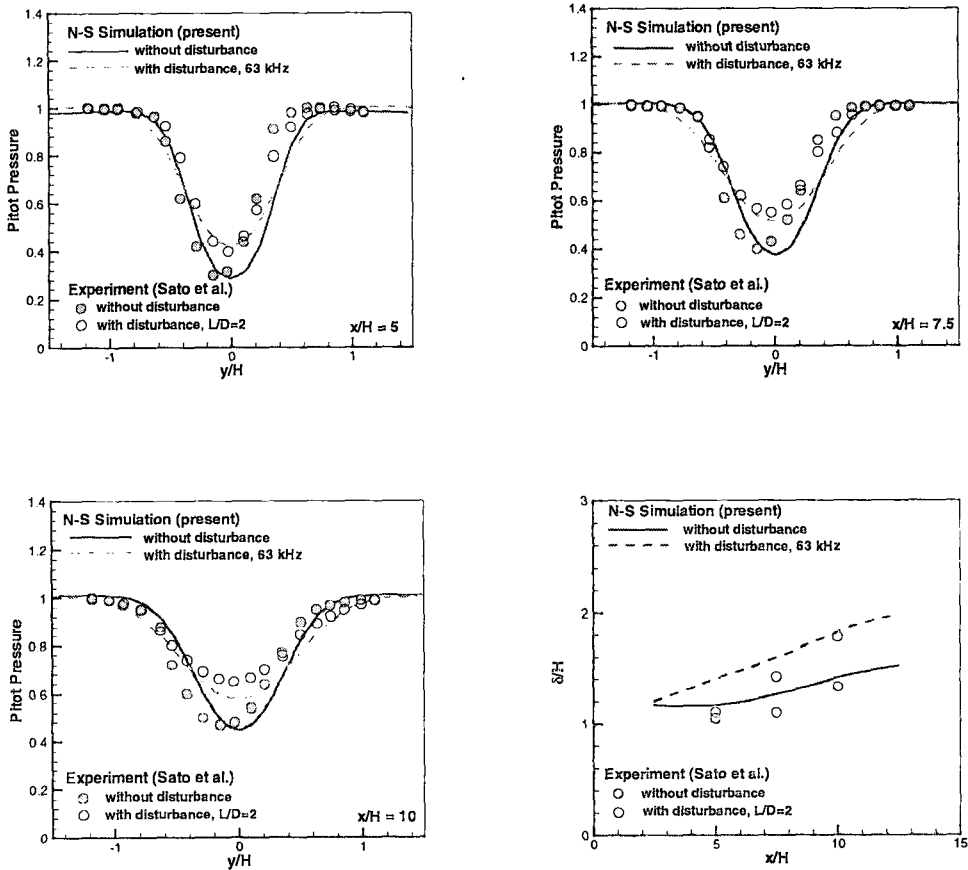


Fig. 6 후류 제트의 pitot 압력 및 제트 두께 분포 (실험과 수치 해석의 비교)

참고문헌

1. Bilig F. S., Research on Supersonic Combustion, J. Propulsion and Power, vol. 9, pp.499-514, 1993.
2. Kumar A. et al., Mixing Augmentation Technique for Hypervelocity Scramjets, J. propulsion and Power, vol. 9, pp. 514-522, 1989.
3. Yu K. H. and Schadow K. C., Cavity-actuated Supersonic Mixing and Combustion Control, Combustion and Flame, vol. 99, pp.295-301, 1994.
4. Sato N. et al, Advance mixing Control in Supersonic Airstream with Wall-mounted Cavity, J. Propulsion and Power, vol 15. pp.358-360, 1999.
5. 장세명, 압축성 전단층에서의 이동 충격파-와동 상호 간섭 연구, KAIST 박사학위논문, 2000.
6. Wilcox D. C., Turbulence modeling for CFD. DCW Inc., 1993.