

스트롤 수를 이용한 천공요소의 실험 임피던스 모델의 분석

이 성 현, 이 정 권

한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터(NoViC)

Analysis of empirical impedance model using Strouhal number

Seong-Hyun Lee, Jeong-Guon Ih

NoViC, Dept. of Mech. Eng., KAIST (irony@kaist.ac.kr, ihih@sorak.kaist.ac.kr)

요 약

천공 요소는 유체 기계의 흡기제나 배기계의 소음기에 널리 사용되고 있으며, 스치는 유동 (grazing flow)과 통과하는 유동 (cross flow)을 접하게 된다. 천공 요소의 임피던스는 소음기의 음향학적인 특성에 영향을 미치게 된다. 본 연구에서는 유동이 임피던스에 미치는 영향을 고려하기 위하여, 실험을 통하여 얻은 임피던스 값을 유동 레지스턴스 (flow resistance)와 종단 보정 비 (end correction ratio)로 나타내고, 스트롤 수 (Strouhal number)로 무차원 화하여 분석하였다. 이를 난류를 고려하여 제안된 선형 임피던스 모델들과 비교하여 난류가 미치는 영향을 분석하였다.

1. 서 론

천공 관이나 천공 판 등의 요소들은 유체가 존재하는 기계들의 소음기에 널리 사용되고 있으며, 일반적으로 스치는 유동 및 통과하는 유동을 접하게 된다. 이러한 천공 요소의 임피던스는 기하학적인 인자들인 지름, 두께, 천공률 등에 의하여 영향을 받을 뿐만 아니라, 접하게 되는 유동의 특성에 의해서도 영향을 받게 된다. 천공 요소의 임피던스는 소음기 등의 음향학적인 특성에 직접적인 영향을 미치므로, 이에 대한 많은 연구들이 수행되어져 왔다. 본 연구에서는 스치는 유동이 존재하는 천공요소에 대한 실험 [1]을 통하여 얻은 임피던스를 유동 레지스턴스와 종단 보정 비로 나타내고 스트롤 수 (Strouhal number)로 무차원 화하여 분석하고자

한다. 각 인자들의 영향을 고려하기 위하여 유속이 일정한 경우와 천공 요소의 두께 대 지름의 비가 일정한 두 가지 경우에 대하여 분석하였다. 무차원 화하여 분석한 결과를 난류를 고려하여 제안된 선형 임피던스 모델들과 비교하였다.

2. 임피던스 분석

이성현, 이정권 [1]은 다음과 같은 방법을 통하여 스치는 유동이 존재하는 경우의 실험적 모델을 제안하였다. 유동이 존재하는 사각 관의 벽면에 천공판을 수평으로 위치시키고 공동 (cavity)으로 떨어 써운 뒤에 공동의 끝부분과 천공판이 장착된 사각 관의 내부에 각각 마이크로폰을 설치하여 주파수 응답함수를 측정하였다. 측정된 주파수 응답함수로부터 임피던스 값을 얻고, 비선형 회귀분석을 통하여 실험 임피던스 모델을 제안하였다. 측정된 레지스턴스는 주파수가 증가함에 따라 감소하다가 특정 주파수 이상에서는 증가하는 결과를 보였고, 이와 같이 레지스턴스의 기울기가 변하는 주파수를 레지스턴스 임계 주파수 (resistance critical frequency)라 정의하였다. 이 값은 유속에 비례하고, 천공의 지름에 반비례하는 경향을 보였고, 이로부터 유동의 파장과 천공요소의 기하학적인 차이에서 오는 값으로 고려한 바 있다. 본 연구에서는 $R\omega / U$ 로 정의되는 스트롤 수를 사용하여 임피던스를 분석하고자 한다. R 은 천공의 반지름, ω 는 각 주파수 (radian frequency), U 는 스치는 유동의 속도이다. 천공 요소에 영향을 미치는 인자들은 선형 연구에서 고찰한 바 있으므로, 유동의 영향만을

고려하기 위하여, 유동 레지스턴스와 종단 보정 비로 나타내었다. 유동 레지스턴스는 유동이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우의 레지스턴스의 차이를 의미한다. 유동이 존재하지 않는 경우의 레지스턴스 값을 고려함에 있어서 Kooi and Sarin [2], Cummings [3]는 이론적 모델로 고려하였고, Kirby and Cummings [4]는 실험적으로 측정된 바 있다. 본 연구에서는 실험에서 측정된 값을 사용하였다. 종단 보정 비는 유동이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우의 종단 보정 길이의 비로 정의되는 값이다. 측정된 리액턴스를 다음과 같이 정의하면,

$$\chi = k l, \quad (1)$$

여기서 χ 는 리액턴스, k 는 음파의 파수, l 은 다음과 같이,

$$l = t + \delta, \quad (2)$$

로 정의 되는 유효 두께 (effective thickness)이고, t 는 천공의 두께, δ 는 종단 보정 길이를 의미한다. 위의 관계를 이용하여, 종단 보정 길이는 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\delta = \chi / k - t. \quad (3)$$

종단 보정 비는 δ / δ_0 로 나타나는 값으로, δ_0 는 유동이 없는 경우의 종단 보정 길이이다. 그림 1은 유동의 마하수가 0.085인 경우, 천공의 지름과 두께를 변화시키면서 측정된 천공의 임피던스를 스트롤 수로 나타낸 결과이다. 그림 2는 t/d 의 값이 0.25로 일정한 경우, 마하수를 변화시키면서 측정된 임피던스이다. d 는 천공의 지름을 의미한다. 결과를 살펴보면, 유동 레지스턴스를 스치는 유동의 마하 수로 나눈 값은 천공의 두께, 지름, 유동의 마하 수에 독립적인 함수로 나타난다. 이는 스트롤 수에 대한 하나의 함수를 정의함으로써, 각각의 인자들의 값으로부터 천공 요소의 유동 레지스턴스를 얻을 수 있다는 것을 의미한다. 유동 레지스턴스의 기울기가 변하는 임계 스트롤 수가 있고 그 부근에서는 음수의 값을 갖는다. 음수의 값을 갖는 것은 천공 요소가 음원으로 작용해서 소리가 발생하는 것이라 하겠다. 종단 보정 비의 결과를 살펴보면, 그림 1에서 두께가 1인 경우에는 지름이 여러 값을 갖는 경우에도 같은 기울기를 가지고, 수렴하는 값도 같지만, 두께가 증가함에 따라서 수렴하는 값이 증가하는 것을 알 수 있다. 그림 2에서 t/d 가 일정한 경우, 즉 기하학적으로 같은 형태를 갖는 천공의 경우에도 두께에 따라 수렴하는 값이

변하는 것을 볼 수 있다. 이는 종단 보정 길이가 두께에 종속적이고 지름에는 독립적인 함수임을 나타낸다. 임계 스트롤 수 이후에서는 1의 값을 갖게 되고, 그 이전에서는 스트롤 수가 감소함에 따라서 감소하는 결과를 보이고 있다. 이는 천공의 지름과 스치는 유동의 유속의 비로 정의되는 임계 주파수 이상에서는 종단 보정 길이가 유동이 없는 경우의 값과 같고, 그 주파수 이하에서는 유동의 증가, 지름의 감소에 의하여 종단 보정 길이가 감소하는 것을 의미한다.

임피던스를 측정하고 모델을 제안하는 선행 연구 중에서 스치는 유동의 난류의 특성을 고려하고자, 마찰 속도 (friction velocity)를 사용한 바 있다 [2-4]. 마찰 속도는 난류가 존재하는 유동의 경계층 내부의 특성을 나타내는 수단 (measure)이라 할 수 있다. 이와 같이 난류를 고려한 선행 모델과 유동의 중심 유속으로 고려한 본 연구에서의 결과와 비교함으로써 어떠한 차이가 있는지를 분석하고자 한다. Cummings [3]는 다음과 같은 임피던스 모델을 제안하였다:

$$R_f c_0 / f d = \left(12.52(t/d)^{-0.32} - 2.44\right) (u./f d) - 3.2, \quad (4)$$

$$\delta / \delta_0 = 1, \quad u./f t \leq 0.12 d/t; \quad (5)$$

$$\delta / \delta_0 = \left(1 + 0.6 t/d\right) \exp \left[-\left(u./f t - 0.12 d/t\right) / \left(0.25 + t/d\right) \right] - 0.6 t/d, \quad u./f t > 0.12 d/t.$$

여기서 R_f 는 유동 레지스턴스, c_0 는 음파의 속도, f 는 주파수, $u.$ 는 난류 유동의 경계층 내부의 특성을 나타내는 마찰 속도이다. Kirby and Cummings [4]는 이를 보완하는 다음의 모델을 제안하였다:

$$R_f c_0 / f d = \left(26.16(t/d)^{-0.169} - 20\right) (u./f d) - 4.055, \quad (6)$$

$$\delta / \delta_0 = 1, \quad u./f t \leq 0.18 d/t; \quad (7)$$

$$\delta / \delta_0 = \left(1 + 0.6 t/d\right) \exp \left[-\left(u./f t - 0.18 d/t\right) / \left(1.8 + t/d\right) \right] - 0.6 t/d, \quad u./f t > 0.18 d/t.$$

두 연구에서 사용된 저항 속도를 스트롤 수로 변환시켜 비교하여 보고자 한다. 저항 속도는 다음과 같이 정의된다:

$$u. = \sqrt{\tau_w / \rho_0} = \sqrt{\frac{U^2 (0.306) \text{Re}^{-1/4}}{8}}. \quad (8)$$

여기서 ρ_0 는 밀도, τ_w 는 벽면 전단 응력 (wall shear stress) 을 나타내고,

$$\tau_w = \rho_0 U^2 \lambda / 8, \quad (9)$$

이다. λ 는 벽면에서의 저항 인자 (friction factor)이며 다음과 같다 [3]:

$$\lambda = 0.306 \text{Re}^{-1/4} \quad (10^4 < \text{Re} < 10^5). \quad (10)$$

위의 관계를 이용하면 저항속도와 스트롤 수와의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\frac{u_*}{fd} = \frac{U}{\pi fd} \pi \sqrt{\frac{(0.306)\text{Re}^{-1/4}}{8}} = \frac{1}{St} \pi \sqrt{\frac{(0.306)\text{Re}^{-1/4}}{8}}. \quad (11)$$

한편 본 연구에 사용된 인자들에 의한 레이놀드 (Reynold) 수의 범위는,

$$3.8 \times 10^4 < \text{Re} < 1.8 \times 10^5$$

이므로, 아래의 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{u_*}{fd} = \frac{c}{St}, \quad 0.135 < c < 0.164, \quad (12)$$

이와 같은 관계를 이용하여 실험을 통하여 측정된 임피던스를 선행 모델과 비교하면 그림 3과 같은 결과를 얻을 수 있다. 레지스틴스의 경우, Cummings [3]가 제안한 모델의 기울기가 Kirby와 Cummings [4]제안한 모델의 기울기보다 큰 것을 알 수 있고, 측정된 임피던스는 두 결과의 경계 내에 존재하고 있다. 종단 보정 비의 경우, 두 선행 모델이 $1 / St$ 가 약 1.5 이하의 범위에서는 1이라는 일정한 값을 갖고, $1 / St$ 가 증가함에 따라 음수까지 감소하는 경향을 보이거나, 측정된 임피던스는 $1 / St$ 가 증가함에 따라 감소하다가 일정한 양수 값으로 수렴하는 양상을 보이고 있다. 종단 보정 비의 경우에 선행 모델과의 큰 오차가 발생하였는데, 이는 난류에 의하여 발생하는 경계층의 특성을 고려하지 않아서 나타나는 것으로 볼 수 있는 것이며, 또한 실험을 수행하는 과정에서 발생하는 오차로 볼 수 있다. 실험 방법에서 오차로 작용할 수 있는 부분을 살펴보면 다음과 같다. 임피던스를 측정하는 과정에서 두 개의 마이크로폰으로부터 측정된 주파수 응답함수로부터 임피던스를 얻게 되고, 다음과 같은 식을 사용하였다 [1]:

$$Z_n = Z / \rho_0 c_0 = \frac{[H_{12} - \cos kL_C]}{j \sin kL_C}. \quad (13)$$

주파수가 감소함에 따라 분모가 0의 값으로 수렴하게 되며, 스트롤 수가 작은 값을 갖는 경우에도 오차로 작용하였다. 이러한 오차의 원인 외에도 고찰이 더 필요할 것으로 보인다.

3. 결론

본 연구에서는 이성현, 이정권 [1]이 실험을 통하여 제시하였던 임피던스 모델을 스치는 유동이 임피던스에 미치는 영향을 고려하기 위하여 유동 임피던스와 종단 보정 비로 나타냈으며, 스트롤 수를 이용하여 무차원 화하여 분석하였다. 무차원 화하여 분석한 결과 레지스틴스의 기울기가 변하게 되는 임계 주파수에 의한 특정 스트롤 수가 존재하는 것을 알 수 있었고, 특정 스트롤 수 이상에서는 종단 보정 비가 1로 일정하고 그 이하에서는 스트롤 수의 감소에 따라 감소하게 된다. 종단 보정 비는 두께에 종속적이고 지름에는 독립적인 값을 갖는다. 실험으로 얻은 임피던스 모델을 난류를 고려하여 제안한 선행 모델들과 비교하여 본 결과, 레지스틴스에서는 유사한 결과를 보이고 있었지만, 종단 보정 비는 선행 모델에서는 $1 / St$ 가 증가함에 따라서 음수 값으로 감소하였지만, 측정된 임피던스는 양수 값으로 수렴하는 결과를 보였다. 이러한 종단 보정 비에서의 오차가 난류를 고려함에 따른 것인지에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] 이성현, 이정권, "스치는 유동이 존재하는 원형 천공 요소의 음향 임피던스의 실험적 모델," 한국음향학회 하계학술발표대회 논문집, 489-492 (2001).
- [2] J. W. Kooi and S. L. Sarin, "An experimental study of the acoustic impedance of Helmholtz resonator arrays under a turbulent boundary layer," AIAA, Paper 81-1998 (1981)
- [3] A. Cummings, "The effects of grazing turbulent pipe-flow on the impedance of an orifice," *Acustica* 61, 233-242 (1986).
- [4] R. Kirby and A. Cummings, "The impedance of perforated plates subjected to grazing gas flow and backed by porous media," *J. Sound. Vib.* 217, 619-636 (1998).

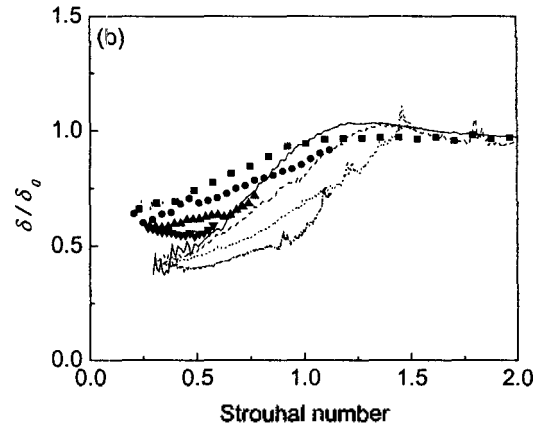
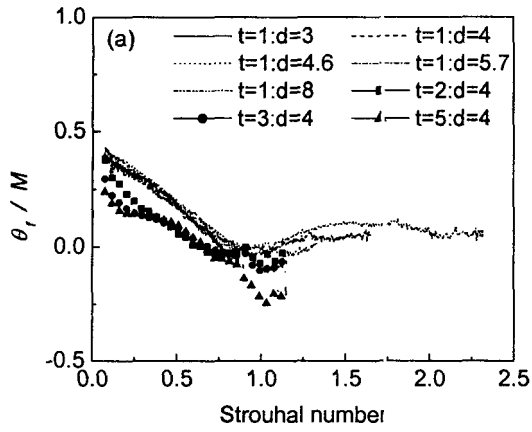


그림 2. t/d 가 일정한 경우 유동의 변화에 따른 임피던스. (a) 유동 레지스턴스, (b) 종단 보정 비.

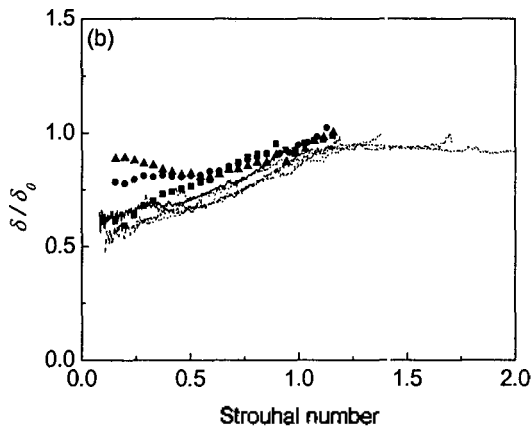


그림 1. 유동의 마하수가 0.085인 경우 스트로 수로 나타낸 임피던스. (a) 유동 레지스턴스, (b) 종단 보정 비.

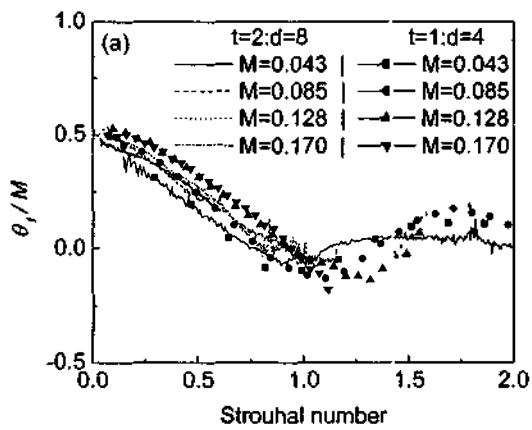
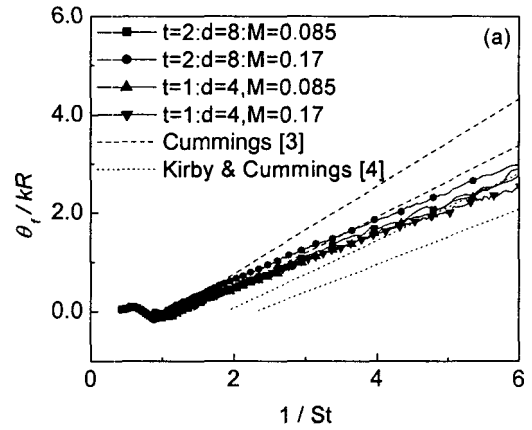


그림 2. (계속)

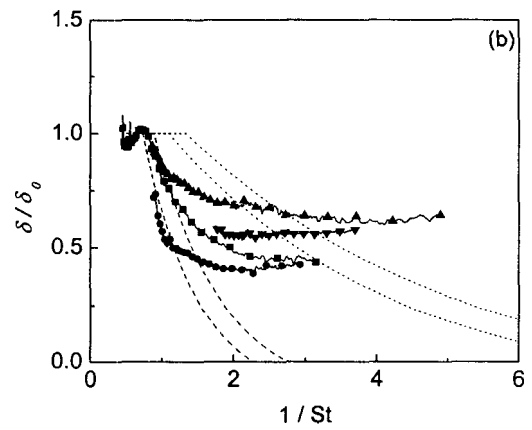


그림 3. 측정된 임피던스 값과 난류를 고려한 임피던스. (a) 유동 레지스턴스, (b) 종단 보정 비.