2001년도 한국음향학회 학술발표대회 논문집 제20권 제2(s)호

재귀적인 완전 최소자승법을 이용한 초음파 감쇠 계수 추정 기법

송준일, 최낙진, 임준석*, 성굉모
서울대학교 전기공학부, *세종대학교 전자공학과

Ultrasound attenuation coefficient estimation using recursive total least squares method

Joon-il Song, Nakjin Choi, Jun-seok Lim* and Koeng-Mo Sung
School of Electrical Eng., Seoul National Univ., *Dept. of Electronics Eng., Sejong Univ.
junili@acoustics.snu.ac.kr

요약

초음파를 이용하여 인체 조직의 특성을 알아내는 방법은 매우 광범위하게 응용되어 오고있다. 그 중에서 초음파를 발생시킨 후 반사되어 되돌아오는 신호를 측정하여 그 감쇠 정도로부터 조직의 특성을 추정하는 방법이 많이 사용되고 있다. 이러한 감쇠현상은 발생된 초음파가 조직 내에서 흡수 또는 산란현상을 거치면서 주파수가 변이를 일으키기 때문에 발생한다. 따라서, 조직의 감쇠 특성을 알아내기 위해서, 주파수의 함수로 근사할 수 있는 감쇠 계수(attenuation coefficient)를 이용하여 시간에 따라 달라지는 주파수 변화를 추정한다. 그러나, 기존의 AR(Auto-Regressive) 모델을 통한 시간 영역 및 주파수 영역에서의 추정 방법을 사용하면 잡음이 존재하는 상황에서 시변 신호를 추정하는데 성능이 많이 저하된다. 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해서, 가변 망각 인자와 재귀적인 TLS(Total Least Squares) 방법을 사용하여 시간에 따라 변하는 신호를 정확하게 추정하고 잡음환경에도 강인한 알고리듬을 제안하였다. 또한, 제안된 알고리듬은 추정 성능을 향상시킬 뿐 아니라 감쇠정도의 강약에 관계없이 망각인자의 값을 적응적으로 변화시켜 동작하는 장점을 가진다.

1. 서론

고주파(20~100 MHz) 초음파를 이용하여 인체 조직의 특성을 알아내는 연구는 지금까지 많이 진행되어 왔다. 대부분의 경우 초음파 변환기에서 펄스를 발생시킨 후 되돌아오는 반사 파형으로부터 인체 조직에 대한 정보를 얻게 된다. 인체 조직과 같은 매질에서는 음파가 진행되면서 감쇠(attenuation)현상에 의하여 주파수가 바뀌게 되는데, 이것은 조직 내에서 음파의 산란 및 흡수 현상에서 기인하게 된다. 이러한 현상은 조직의 특성에 따라 달라지며 이 주파수 변화를 추정하게 되면 그 조직에 대한 여러 가지 성질을 알 수 있게 된다. 이것을 추정하는 기존의 알고리즘으로는 Fourier 방법과 스펙트럼 추정 방법 등이 많이 쓰인다 [1]. 이 방법들은 시간에 따라 주파수 변화가 거의 없거나 변화가 적은 조직에 대해서는 추정 성능이 좋으나, 시간에 따라 감쇠가 심한 경우에는 주파수 변화를 잘 추정하지 못하게 된다. 이는 이 방법들이 stationary 상태를 가정하고 과거 값들을 참조하여 추정을 수행하기 때문이다. 이러한 단점을 극복하기 위해 AR(autoregressive) 모델을 사용하고 RLS(recursive least squares) 방법을 통하여 시변 신호에 대한 적응력을 높인 적응 알고리즘이 연구되었다 [3]. 그러나 이 방법 또한 최적의 망각 인자 값을 정해야 하

는 불편함이 있고 입력에 잡음이 존재할 때는 성능이 저하됨이 알려져 있다.

따라서, 본 논문에서는 위와 같은 단점을 보완하여 감쇠 정도에 관계없이 동작하며 입력 잡음에도 강인한 VFF-RTLS-AR 알고리즘을 제안한다. 이 방법을 망각인자 대신에 가변 망각 인자(variable forgetting factor)를 사용하여 비용 함수를 최소화 하는 방향으로 망각인자를 조절하므로, 시간에 따라 주파수가 적게 변하는 경우와 많이 변하는 경우에 동시 적용 가능하다. 또한, RLS보다 입력 잡음에 강인하다고 알려진 완전 최소 자승법(total least squares, TLS)를 재귀적으로 사용 가능하도록 RTLS(recursive TLS)방법을 도입하여 TLS의 장점을 살렸다.

2. 초음파 감쇠 계수 추정

일반적으로 감쇠(attenuation) α [dB/cm]는 주파수에 비례하는 값으로 식(1) 과 같이 나타나며, 이때 주파수의 기울기를 감쇠 계수(attenuation coefficient) β [dB/cmMHz]라 한다 [2].

$$\alpha = \beta f \tag{1}$$

사용되는 펄스가 가지는 power spectral density가 정규분포를 가진다고 가정하면 추정하고자 하는 감쇠 계수는 주파수 변화하는 양으로 식 (2)와 같이 주어지는 것이 알려져 있다.

$$\beta = -\frac{-4.34}{c\sigma_s^{\,2}}\frac{df_{\max}(t)}{dt} \tag{2}$$

여기서 c는 음파의 속도, σ_s^2은 펄스의 분산, f_{max}는 가장 큰 에너지를 가지는 주파수로, 대부분의 경우 중심주파수와 같게 된다.

주파수 변화를 추정하는 방법에는 여러 가지가 있으나 주어진 상황에서는 AR 모델이 많이 쓰인다.

$$x(n) = -\sum_{i=1}^{p} a_i(n)x(n-i) + u(n) \tag{3}$$

식(3)과 같이 주어지는 AR 모델에 대하여 차수(p)를 2차로 선택하면, 이 2차 AR 모델과 스펙트럼과의 관계로부터 최대 에너지를 가지는 주파수와 AR 계수와의 관계식을 다음과 같이 얻어 낼 수 있게 된다 [4].

$$\hat{f}_{\max}(n) = \frac{f_s}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{-\hat{a}_1(n)}{4}\left(1+\frac{1}{\hat{a}_2(n)}\right)\right) \tag{4}$$

따라서 AR 모델의 계수를 추정하여 최대 에너지를 추정하고, 이것으로부터 감쇠 계수를 추정해 내게 된다.

3. RLS 방법을 이용한 계수 추정

RLS 방법을 통하여 계수를 추정하는 방법은 망각인자를 도입하여 시변 신호에 적응을 잘 할 수 있는 방향으로 고안되었다. 그러나, 서론에도 언급 하였듯이 조직의 감쇠 특성에 따라 망각인자의 최적값을 찾아야 하는 단점이 있으며 입력에 잡음이 존재하게 되면 또한 성능이 저하된다. 표 1.에 RLS 방법을 통한 추정 알고리즘을 정리하였다 [3].

표 1. RLS 알고리즘 요약

초기화 P_0, θ_0
$P_n = \frac{P_{n-1}}{\lambda}\left(1-\frac{P_{n-1}\phi_n\phi_n^T P_{n-1}}{\lambda+\phi_n^T P_{n-1}\phi_n}\right)$
$e_n = \phi_n\theta_{n-1}$
$\theta_n = \theta_{n-1} + P_n\phi_n e_n$
$\hat{f}_{\max}(n) = \frac{f_s}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{-\hat{a}_1(n)}{4}\left(1+\frac{1}{\hat{a}_2(n)}\right)\right)$
where $\theta_n = [\hat{a}_1(n),\cdots,\hat{a}_p(n)]^T$,
$\phi_n = [x(n-1),\cdots,(n-p),-x(n)]^T$

4. 재귀적인 완전 최소자승법을 이용한 계수 추정 알고리듬

일반적으로 완전최소자승법(TLS) 방법은 일반적인 최소자승법 보다 성능이 우수하다고 알려져 있다. 이 논문에서는 새롭게 유도된 재귀적인 완전최소자승법(RTLS)이 가변망각인자와 결합된 VFFR-RTLS-AR 방법을 제안한다.

먼저 TLS problem의 해를 어떻게 구하는지 알아보고, 이 해를 recursive하게 구하는 방법을 제안한다. TLS problem은 식(5)와 같이 기술할 수 있다 [5].

$$\underset{E,r}{\text{minimize}}\|D[E\,|\,r]T\|_F \tag{5}$$

$$\text{subject to } b + r \in \text{Range}(A+E)$$

여기서, $\|\cdot\|_F$ 는 Frobenius norm을 나타낸다. 즉, $\|B\|_F^2 = \sum_i \sum_j |b_{ij}|^2$.

이 문제는 (6)과 같이 다시 쓰여질 수 있다.

$$\min_x \sum_{i=1}^{m} \frac{|a_i^T x - b_i|^2}{x^T x + 1} = \min_x \frac{[1\,|\,x^T]\sum_{i=m}\begin{bmatrix}-b_i \\ a_i\end{bmatrix}[-b_i\,|\,a_i^T]\begin{bmatrix}1 \\ x\end{bmatrix}}{[1\,|\,x^T]\begin{bmatrix}1 \\ x\end{bmatrix}} \tag{6}$$

즉,

$$\min_W \frac{WRW^T}{WW^T} \tag{7}$$

여기서, $W = [1\,|\,x^T]$, $R = \sum_{i=1}^{m}\begin{bmatrix}-b_i \\ a_i\end{bmatrix}[-b_i\,|\,a_i^T]$

위 식(7)을 만족하려면 W는 R의 minimum eigenvalue에 해당하는 eigenvector이면 된다. R의 minimum eigenvector는 R^{-1}의 maximum eigenvector와 같다.

따라서, $e(n) = R^{-1}(n)e(n-1)$ 이라면,

$$e(k) = (R^{-1})^k e(0)$$

$$= (V\Sigma^{-1}V^T)^k e(0)$$

$$= [V_m \cdots V_1]\begin{bmatrix}\frac{1}{\lambda_m} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{1}{\lambda_1}\end{bmatrix}^k \begin{bmatrix}V_m^T \\ \vdots \\ V_1^T\end{bmatrix} e(0) \tag{8}$$

$$\approx \left(\frac{1}{\lambda_m}\right)^k V_m V_m^T (C_1V_1 + C_2V_2 + \cdots + C_mV_m)$$

$$= C_m\left(\frac{1}{\lambda_m}\right)^k V_m$$

위 procedure(식(8))로부터 R의 minimum eigen-vector를 구할 수 있다. R^{-1}를 recursive구하도록 해주는 matrix inversion lemma와 위 procedure를 사용하면 recursive하게 식(8)에서의 W를 구할 수 있다. 그리고 W로부터 원하는 x를 구할 수 있다.

가변망각인자는 시간에 따른 변화(nonstationarity)에 스스로 적응하며 비용함수(cost function)를 최소화하는 방향으로 결정된다. 따라서 식(4)를 사용하면 추정된 주파수와 함께 초음파 감쇠를 얻을 수 있다. 표 2.에 제안하는 알고리즘의 요약을 정리하였다.

표 2. VFF-RTLS 알고리즘 요약

초기화 P_0, θ_0, S_0

$$K_n = \frac{P_{n-1}\phi_n^T}{\lambda_{n-1} + \phi_n P_{n-1}\phi_n^T}$$

$$e_n = \phi_n\theta_{n-1}$$

$$P_n = \frac{1}{\lambda_{n-1}}(P_n - K_n\phi_n P_{n-1})$$

$$\theta_n = P_n\theta_{n-1}$$

$$\lambda_n = \lambda_{n-1} + \alpha\,\mathrm{Re}[\phi_n\psi_{n-1}e_n^*]_{\lambda_-}^{\lambda_+}$$

$$S_n = \frac{1}{\lambda_n}(I - K_n\phi_n)S_{n-1}(I - \phi_n' K_n') + \frac{1}{\lambda_n}K_nK_n' - \frac{P_n}{\lambda_n}$$

$$\psi_n = S_n\theta_{n-1} + P_n\psi_{n-1}$$

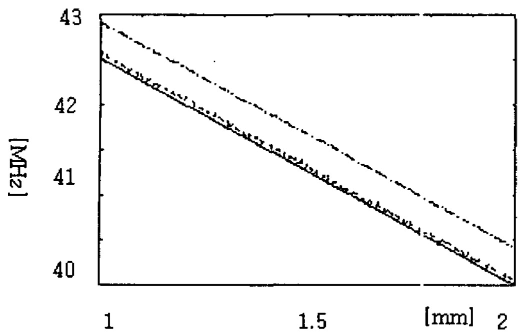
$$\hat{f}_{\max}(n) = \frac{f_s}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{-\hat{a}_1(n)}{4}\left(1 + \frac{1}{\hat{a}_2(n)}\right)\right)$$

where $\theta_n = [\hat{a}_1(n), \cdots, \hat{a}_p(n)]^T$,

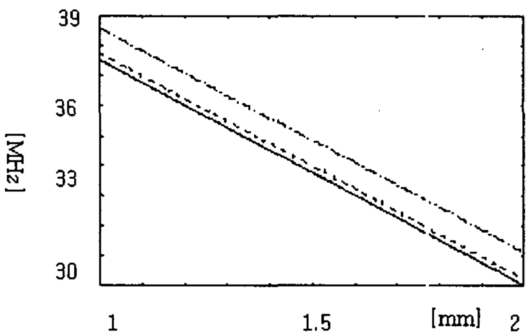
$\phi_n = [x(n-1), \cdots, (n-p), -x(n)]^T$

4. 실험 및 결과

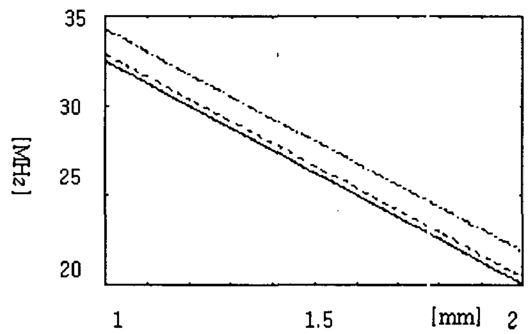
제안된 방법의 성능은 서로 상관관계가 없는 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 평가되었다. 감쇠범위가 1에서 5 dB/cmMHz인 각각 다른 물질을 고려하였다. 표본주파수는 400 MHz이고 초음파 변환기의 중심 주파수는 45 MHz이다. 각각의 시뮬레이션에서는 초음파의 속도를 1530 m/s로 가정하였고 1000개의 샘플들을 가지고 300번 평균하여서 얻어졌다.



(a) (1,0.97)



(b) (3,0.97)



(c) (5,0.97)

그림 1. Simulation Results of fmax vs. time with (β,λ) (OLS:점선, VFF-RTLS:대시선, True value:굵은선)

5. 결론

그림 1.에서 보인 바와 같이 추정오차 관점에서 제안된 알고리듬은 잘 동작한다. 따라서, 이 VFF-AR 방법은 전처리없이 nonstationary 상태에서 주파수 추정문제에 적용 가능하다.

참고문헌

[1] R. Kuc and H. Li, "Reduced-order auto-regressive modeling for center frequency estimation", Ultrason. Imaging, pp. 244-251, 1985.

[2] T. Baldeweck, P. Laugier, A. Herment, and G. Berger, "Application of auto-regressive spectral analysis for ultrasound attenuation estimation : Interest in highly attenuation medium", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr., vol. 42, no. 1, pp. 99-110, 1995.

[3] Jean-Marc Girault, "Time-varying autoregressive spectral estimation for ultrasound attenuation in tissue characterization", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr., vol. 45, no. 3, pp.650 ~ 659, May 1998.

[4] T. Wang, J. Saniie, and X. Jin, "Analysis of low-order autoregressive models for ultrasonic grain signal characterization", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr., vol. 38, no. 2, pp. 116 ~ 124, 1991.

[5] G. H. Golub and C. F. Van Loan., "An analysis of the total least squares problem", SIAM Journal of Numerical Analysis, pp.883 ~ 893, 17., 1980.