

# 스펙큘러 반사에 강한 recursive structure MUSIC 알고리즘

임준석, 성평모\*  
세종대학교, 서울대학교\*

## Recursive Structure MUSIC for DOA Estimation under Specular Reflection Environments.

Jun-Seok Lim, Koeng-Mo Sung\*  
Sejong University, Seoul National University\*

### 요 약

소나나 레이더분야에서의 방위 정보 추정에 있어서 직접신호와 반사신호가 있는 경우의 연구가 많이 이루어져왔다. 특히 반사 신호 성분 중에 직접신호와 상관도가 높은 성분이 있는 스펙큘러 반사 성분이 있는 경우에 대한 연구가 많이 이루어져왔다. 이런 연구들은 대부분이 Block 데이터 처리 구조를 가지고 있다. 따라서 방위가 시간에 따라서 변하는 경우 이런 Block 처리 구조를 가지고 처리하는 것은 오류를 범할 가능성이 높다.

본 논문에서는 recursive 구조를 갖는 알고리즘을 스펙큘러 환경에 강하도록 수정하여 시간에 따라 방위가 변하는 환경에 적용할 수 있도록 만든 알고리즘을 제안한다.

### 1. 서론

소나나 레이더분야에서의 방위 정보 추정에 있어서 직접신호와 반사신호가 있는 경우의 연구가 많이 이루어져왔다. 특히 반사 신호 성분 중에 직접신호와 상관도가 높은 성분이 있는 스펙큘러 반사 성분이 있는 경우에 대한 연구가 많이 이루어져왔다. 상관도가 높은 반사음이 도래할 경우 방위 추정 능력이 심각하게 저하된다. 이런 환경에서 방위 추정에 관한 연구들은 대부분이 Block 데이터 처리 구조를 가지고 있다. 따라서 방위가 시간에 따라서 변하는 경우 이런 Block 처리 구조를 가지고 처리하는 것은 오류를 범할 가능성이 높다.

본 논문에서는 recursive 구조를 갖는 알고리즘을 스펙큘러 환경에 강하도록 수정하여 시간에 따라 방위가 변하는 환경에 적용할 수 있도록 만든 알고리즘을 제안한다.

본 논문에서는 위 스펙큘러 반사음 환경에서 시변 방위를 추정할 수 있는 방위 추정 알고리즘을 제안하고자 2

장에서는 coherent한 환경에 적합한 알고리즘을 제안하고 3장에서는 이를 시변 환경에 적합하도록 확장하였으며 제4장에는 그 성능을 보이도록 구성하였다.

### 2. 전후방 Kalman Based MUSIC

그림 1과 같은  $M$ 개의 무지향성 균일 선형 어레이 시스템을 생각해 보자.  $q$ 개의 서로 상관관계가 없는 신호원 벡터  $S(k)$ 와 센서 잡음  $n(k)$ 에 의한  $k$ 번째 스냅샷  $X(k)$ 의 수학적 표현은 다음과 같다.

$$X(k) = AS(k) + n(k) \quad (1)$$

여기서  $A = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_q)]$ 는  $M \times q$  신호 방향 벡터의 행렬이며,  $a(\theta) = [1, e^{j2\pi(\lambda)d \sin \theta}, \dots, e^{j2\pi(\lambda)d(M-1) \sin \theta}]^T$ 로 표현되는  $M \times 1$  벡터는 신호 방향 벡터이다. 또한 각 수식에서 사용된 변수는 다음과 같다.

$S(k) \ q \times 1$  : 서로 상관 관계가 없는 신호 파형 벡터.

$n(k) \ M \times 1$  : 센서의 가산 잡음 벡터.

$\lambda$  : 파장.

$d$  : 센서간의 간격.

식 (1)으로 수신된 벡터는 안테나의 계수 행렬에 의해 곱해져서  $V$ 개의 출력(  $1 \leq q \leq V \leq M$ )을 만든다.

$$Y(k) = \widehat{W}^T(k)X(k). \quad (2)$$

여기서 각각의 행렬은 아래와 같이 정의된다.

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_V]^T.$$

$$\widehat{W} = \begin{bmatrix} \widehat{W}_1 & \widehat{W}_2 & \dots & \widehat{W}_V \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \text{이고, 여기서 } \widehat{W}_i = [\widehat{w}_{i1}, \widehat{w}_{i2}, \dots, \widehat{w}_{iM}]^T.$$

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_M].$$

Thompson은 첫 번째 자승 평균 출력  $J_1 = E[y_1 y_1^*]$ 을 최소화하기 위해 단위 노름 제한 적응 필터(unit norm constrained adaptive filter)를 제안하였다[1]. 즉, 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize}_{\widehat{W}_1} J_1 = \widehat{W}_1^T R \widehat{W}_1. \quad (3a)$$

$$\text{조건 } \widehat{W}_1^T \widehat{W}_1 = 1. \quad (3b)$$

여기서 어레이 공분산 행렬  $R = E[X(n)X^T(k)]$ 이다. 또 Chen and et al에 의해서 위 식을  $V$ 개의 서로 다른 안테나 계수에 대해서 칼만 필터를 이용해서 확장 적용시키는 방법이 제안되었다[2]. 본 논문에서는 [2]에서 확장된 Thompson의 지배 방정식을 바탕으로 해서  $R$ 을 전방 공분산 행렬  $R_f$ 과 후방 공분산  $R_b$ 의 합으로 대치하는 알고리즘을 제안한다. 이런 대치를 통해서 전후방 smoothing 효과를 낼 수 있고 이는 두 개의 서로 coherent한 신호 환경에서 효과적으로 공분산 행렬을 추정하게 해준다.

이를 Kalman 필터의 관측 방정식(measurement equation)에 적용하여 식 (4)와 같이 나타낸다.

$$v_{\hat{r}}(k) = \gamma_r(k) - X_r^T(k) \widehat{W}_r(k), \quad i=1, 2, \dots, V \quad (4a)$$

$$v_{\hat{b}}(k) = \gamma_b(k) - X_b^T(k) \widehat{W}_b(k), \quad i=1, 2, \dots, V \quad (4b)$$

여기서  $\widehat{W}_i(k) = [\widehat{w}_{i1}(k) \ \widehat{w}_{i2}(k) \ \dots \ \widehat{w}_{iM}(k)]^T$ ,

$$X_r(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k) \ \dots \ x_M(k)]^T,$$

$$X_b(k) = [x_M(k) \ x_{M-2}(k) \ \dots \ x_1(k)]^T \text{이다.}$$

만약  $\gamma_r(k)=0, \gamma_b(k)=0$ 라고 가정하면 아래 식과 같은 자승평균 값을 얻는다.

$$E[|10 - C^T(k) \widehat{W}_i(k)|^2], \quad i=1, 2, \dots, V. \quad (5)$$

여기서  $C = [X_r \ X_b]$ 이다.

그러므로, 식 (3a)에서 식(5)으로부터 Kalman 필터의 관측 방정식은 아래와 같이 모델된다.

$$0 = C^T(k) \widehat{W}_{id}(k) + v_{oi}(k) \quad i=1, 2, \dots, V. \quad (6)$$

여기서  $v_{oi}(k) = [v_{ri}(k) \ v_{bi}(k)]^T$

$$W_i(n) = \frac{W_{id}(n)}{\|W_{id}(n)\|}, \quad i=1, 2, \dots, V. \quad (7)$$

여기서  $\|\cdot\|$ 는 노름(norm) 연산자를 나타낸다.

식 (6)과 식 (7)을 이산 칼만 알고리즘에 적용시키면 정적인 정적(stationary environment)에서 추정 계수 벡터  $\widehat{W}_i(n)$ 은 표 1과 같이 반복적으로 갱신된다.

표 1. 칼만 잡음 부공간 추정기 알고리즘.

$$G(k) = \frac{P(k-1)C(k)}{(C^T(k)P(k-1)C(k) + Q(k))}$$

$$Q(k) = \text{var}[v_{oi}(k)]$$

$$P(k) = P(k-1) - G(k)C(k)^T P(k-1)$$

$$\widehat{W}_{id}(k) = \widehat{W}_i(k-1) - G(k)C^T(k) \widehat{W}_i(k-1)$$

$$i = 1, 2, \dots, V$$

$$\widehat{W}_i(k) = \frac{\widehat{W}_{id}(k)}{\|\widehat{W}_{id}(k)\|}, \quad i=1, 2, \dots, V$$

### 3. 시변 망각 인자 Kalman Based MUSIC

시변 방위각을 추정하기 위해서는 망각인자를 갖는 칼만 필터와 가변 망각 인자를 도입할 필요가 있다. 이를 위하여 [3]의 결과와 다음과 같은 가변 망각 인자로 가중된 전후방 잔차 에너지의 합을 고려한다.

$$J = E\{\omega(k, j)(\epsilon_r(k) \epsilon_r^H(k) + \epsilon_b(k) \epsilon_b^H(k))\} \quad (8)$$

여기서

$$\omega(k, j) = \begin{cases} \prod_{t=j+1}^k \beta(t), & 1 \leq j \leq k-1 \\ 1, & j \geq k \end{cases}$$

$$0 \leq \beta(t) < 1, \omega(k, k) = 1, \omega(k-1, k) = \beta(k),$$

$$\epsilon_r(k) = -X_r^T(k)W(k), \quad \epsilon_b(k) = -X_b^T(k)W(k) \text{이다.}$$

위에 도입된 잔차 에너지와 뉴튼 방법을 이용하여 다음과 같이 시변 망각인자 방정식을 세운다.

$$\beta(k+1) = \beta(k) - \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial J}{\partial \beta} \quad (9)$$

$$\beta(k+1) = \beta(k) - \alpha \text{Re}[\epsilon^H(k) \epsilon'(k)] \quad (10)$$

$$\epsilon'(k) = \frac{\partial \epsilon(k)}{\partial \beta}$$

여기서

$$\epsilon'(k) = -C(k) \frac{\partial W(k-1)}{\partial \beta} = -C(k) \Psi(k-1) \text{이다. 그러나}$$

$\epsilon^H(k)\epsilon'(k)$  항은 잡음에 민감한 경향이 있으므로 이 항으로 다음과 같이 대체한다.

$$J_s(t) = \sum_j w(t, j) (\epsilon^H(t)\epsilon'(t)) = \beta(t)J_s(t-1) + \epsilon^H(t)\epsilon'(t) \quad (11)$$

그러면 식(10)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\beta(t+1) = \beta(t) - \alpha \text{Re}[J_s(t)] \quad (12)$$

또

$$\begin{aligned} \Psi(k) &= \frac{\partial w(k)}{\partial \beta} = \frac{\partial w(k-1)}{\partial \beta} + \frac{\partial P(k)}{\partial \beta} C(k)\epsilon(k) + G(k)C(k)\epsilon'(k) \\ &= \Psi(k-1) + S(k)C(k)\epsilon(k) + G(k)C(k)C^H(k)\Psi(k-1) \\ &= (1 - G(k)C^H(k))\Psi(k-1) + S(k)C(k)\epsilon(k) \end{aligned} \quad (13)$$

와

$$\begin{aligned} S(k) &= \frac{\partial P(k)}{\partial \beta} \\ &= \frac{1}{\beta(k)} \left[ (I - P(k)C^H(k))^H S(k-1)(I - P(k)C^H(k)) + G(k)G(k)^H - P(k) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

를 이용하면 표2와 같은 시변 망각 인자를 갖는 전후방 칼만 필터 MUSIC 알고리즘이 된다.

표 2. 시변 망각 인자를 갖는 칼만 잡음 부공간 추정기 알고리즘.

---


$$\begin{aligned} G(k) &= \frac{P(k-1)C(k)}{(C^H(k)P(k-1)C(k) + Q(k))\beta(k)} \\ Q(k) &= \text{var}\{v_n(k)\} \\ P(k) &= \frac{1}{\beta(k)} (P(k-1) - G(k)C(k)^H P(k-1)) \\ J_s(k) &= \beta(k)J_s(k-1) + \epsilon^H(k)\epsilon'(k) \\ \beta(k+1) &= \beta(k) - \alpha \text{Re}[J_s(k)] \\ S(k) &= \frac{\partial P(k)}{\partial \beta} \\ &= \frac{1}{\beta(k)} \left[ (I - P(k)C^H(k))^H S(k-1)(I - P(k)C^H(k)) + G(k)G(k)^H - P(k) \right] \\ \Psi(k) &= (1 - G(k)C^H(k))\Psi(k-1) + S(k)C(k)\epsilon(k) \\ \hat{W}_{id}(k) &= \hat{W}_i(k-1) - G(k)C^H(k) \hat{W}_i(k-1) \\ & \quad i = 1, 2, \dots, V \\ \hat{W}_i(k) &= \frac{\hat{W}_{id}(k)}{\|\hat{W}_{id}\|}, \quad i = 1, 2, \dots, V \\ \text{find } \max_{\theta} \text{fft}(W) \end{aligned}$$


---

#### 4. 시뮬레이션

시뮬레이션을 통해서 제안된 알고리즘의 시간 변화 DOA 추정 성능과 coherent 신호 추정 성능을 비교자 한다. 그림 1은 시간 변환 추정 성능을 보이기 위해서 사용한 시나리오를 나타낸 것이다. 부상각을 2.5°로 설정하고 거리는 400m부터 접근하는 것으로 잡았다. 그림 2은 수면 반사 영향을 억제하는 알고리즘의 성능을 보이고 있고 그림 3는 일반 알고리즘이 지면 반사 영향을 제대로 억제하지 못하는 것을 보이고 있다. 마지막으로 그림 4는 100회의 독립 시행의 결과를 나타낸 것이다.

이 실험을 통해서 시간에 따라 변하는 각도 뿐 아니라 지면으로부터 반사되어 오는 coherent한 환경에서의 추정 성능을 보여준다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 스펙큘러 환경에서 시변 방위 추정에 쓰일 수 있는 방위 추정 알고리즘에 대해서 제안하고 그 성능을 보였다. 제안된 알고리즘은 방위각이 시간에 따라 변하고 또 coherent한 신호 환경 하에서도 방위각을 성공적으로 추정할 수 있음을 보였다.

#### 참고문헌

- [1] P. A. Thompson, "An adaptive spectral analysis technique for unbiased frequency estimation in the presence of white noise." *Proc. 13th Asilomar Conf. Circuits, Syst. Comput.* (Pacific Grove, CA), 1980, pp. 529-533.
- [2] Yuan-Hwang Chen and Ching-Tai Chiang, "Kalman-based estimator for DOA estimations," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, pp. 3543-3547, DEC. 1994.
- [3] S. W. Lee et al., "Time-varying signal frequency estimation Kalman filtering," *Signal Processing*, vol. 77, pp. 343-347, 1999.

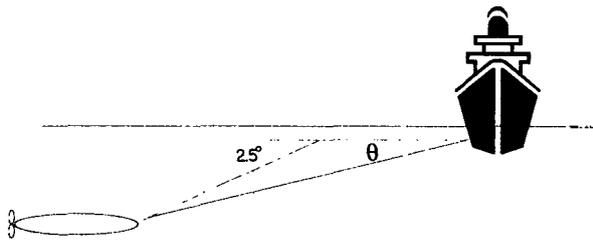


그림 1. 시뮬레이션 시나리오

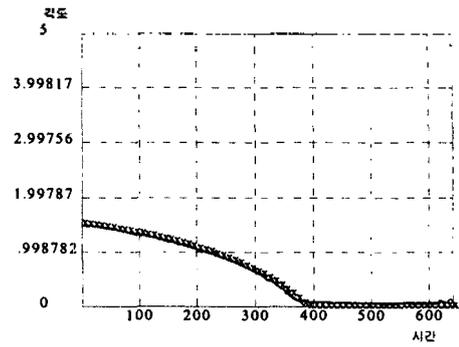


그림 4. 착륙 각도 추정 결과(실선:추정값, x:참값)

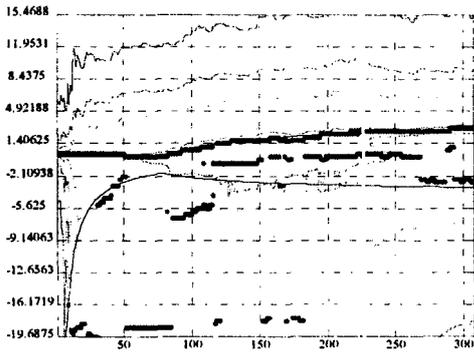


그림 2. 제안된 알고리즘을 사용한 예

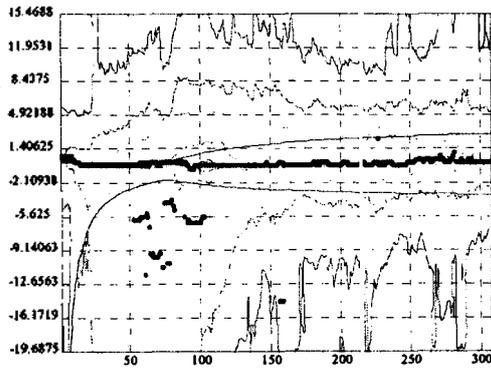


그림 3. 일반 알고리즘을 사용한 예