

프랙탈 이론의 지반공학에서의 응용

The Application of Fractal Theory in Geotechnical Engineering

유 찬* (농업기반공사) · 장 병 옥 (서울대) · Baveye, Philippe (Cornell Univ.)
Yu, Chan · Chang, Pyung Wuck

Abstract

The fractal theory is an interesting tool for measuring the soil properties which are irregular and dynamical. A simple example is shown in this paper that (statistical) fractal dimension can be evaluated from the traditional Particle-size distribution (PSD) curve. The results of Wu et al. (1993) and Bittelli et al. (1999) were referred to demonstrate the fractal analysis.

I. 서 론

1980년대 중반부터 토양 물리학자와 지질학자들 사이에서 흙이나 암(岩)의 물리적 구조상의 자기 유사성 (self-similarity)을 찾기 위한 연구가 시작되었다 (Matsushita, 1985; Turcotte, 1986; Tyler & Wheatcraft, 1989, 1990; Rieu & Sposito, 1991; Wu et al., 1993; Bittelli et al., 1999 등). 자기 유사성이란 일정한 규칙하에 자기 복제를 순환적으로 반복하는 과정에 의해서 만들어진 물체라고 할 수 있으며, 이러한 것들을 보통 '프랙탈 (fractal)'이라고 부르고 있다 (Feder, 1986; Falconer, 1990; Peitgen et al., 1992; Turcotte, 1997). 프랙탈 기하학의 특징은 고전적은 유클리드의 기하학에 비해서 특정 크기나 축적이 관찰에 큰 영향을 미치지 않는다는 사실이다. 이는 유클리드 기하학에서 복잡한 수식으로 전개되어야 하는 형상들이 프랙탈 기하학을 이용하면 간단한 수식을 엘고리즘으로 전개해 나감으로써 대상물 전체를 power-law 즉, $N \propto Ax^D$, 형식의 수식으로 간단하게 표현할 수 있기 때문이다 (Stevens, 1989). 여기서 D는 프랙탈 차원이다.

따라서 흙에서도 자기 유사성이 존재한다면 기존의 입도곡선이나 압축곡선 등의 기하학적 형상들이 프랙탈 이론을 이용하여 간단하게 모델화될 수 있다. 특히 흙의 입도분포곡선 (particle-size distribution curve)은 구성요소들의 특성을 잘 반영하고 있으며, 흙의 입도분포곡선을 이용하여 공극비, 함수비, 단위중량 그리고 수리전도도 등을 산정하기 위한 연구들이 보고되고 있다 (Tyler & Wheatcraft, 1989, 1990; Rieu & Sposito, 1991a; Herrmann et al., 1993; Vallejo, 1995; Thevanayagan & Nesarajah, 1998; Bonala & Reddi, 1999; Pachepsky et al., 1997; Bird et al., 2000 등).

프랙탈 차원 (fractal dimension)의 산정은 프랙탈 이론의 적용을 위해 중요하며, 기존의 연구들에서는 Static light-scattering, Dynamic light-scattering 혹은 X-ray attenuation 등의 좀 더 정밀한 기기를 이용하여 분석한 결과 (Tyler & Wheatcraft, 1992; Wu et al., 1993; Bittelli et al., 1999)와 체분석이나 침강법에 의한 결과들이 매우 정확하게 일치한다는 사실들을 보고한 바 있다. 따라서 전통적인 입도분포곡선을 이용하여 프랙탈 차원

2001년도 한국농공학회 학술발표회 논문집 (2001년 10월 12일)

을 산정하는 것도 가능할 것으로 판단되었다. 본 연구에서는 응용한 프랙탈 이론에 대해서 간단히 소개하고 지반공학에의 적용 가능성을 검토하며 입도분포곡선에서 프랙탈 차원의 산정시 기존의 연구결과들과 비교도 수행해 보고자 한다.

II. 본 론

2.1 이론설명

지금까지 프랙탈 이론을 흙에 적용하는데 있어서 대부분 Matsushita(1985)와 Turcotte(1986)의 Fragmentation 모델을 기초로 하고 있다. 풍화작용이나 인위적인 외력에 의해 원래의 큰 덩어리에서 작은 조각들로 나누어지는 흙이나 암석등에서 Fragmentation 과정은 그 수와 크기 사이에 식 (1)의 관계가 성립되는 것으로 보고 되었다(Mandelbrot, 1983; Matsushita, 1985; Turcotte, 1986).

$$N(r>R) \propto R^{-D} \quad \dots\dots\dots (1)$$

여기서, $N(r>R)$ 은 입자의 크기가 R 보다 큰 입자의 수, 그리고 D 는 프랙탈 차원을 나타낸다. 흙의 경우에 3차원 공간에서 존재하며 Fragmentation 모델에서 크기에 따라서 입자를 분류하면 이때 분류된 각 입자군들의 프랙탈 차원은 이론적으로 $0 < D < 3$ 의 범위에 있다. 중량을 기초로한 방법을 수식으로 나타내면 식 (2)와 같다.

$$\frac{M(r<R)}{M_T} = \left(\frac{R}{R_{L,upper}}\right)^{3-D} \quad \dots\dots\dots (2)$$

여기서, $M(r<R)$ 은 지름이 R 보다 작은 흙입자들의 중량, M_T 는 입자의 지름이 $R_{L,upper}$ 보다 작은 입자들의 전체 질량, $R_{L,upper}$ 는 프랙탈 거동을 나타내는 흙 입자들 중에서 가장 큰 입자의 지름, 즉 프랙탈 거동을 나타내는 입자의 상한값(upper size limit)이다(이 식에 대한 자세한 유도과정은 Tyler & Wheatcraft(1992)을 참고). 또한 Bittelli 등(1999)등은 실험 결과를 분석하여 실트영역의 프랙탈 차원을 구할 수 있는 실험식 (3)을 제시 하였다.

$$D_{silt} = 3 - \frac{\ln(1 + m_{silt}/m_{clay})}{\ln 25} \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서, m_{silt} 와 m_{clay} 는 각각 실트와 점토의 중량이며, 이 두 값의 비는 식에서 무차원의 비(ratio)로서 <1 값을 가진다.

2.2 재료 및 방법

본 연구에서는 Buchan 등(1993)의 실험결과를 이용하여 입도곡선상에서 프랙탈 차원을 산정하였다. 원래 Buchan 등의 실험목적은 X-ray 산란방법과 Pipette-법을 비교하여 흙

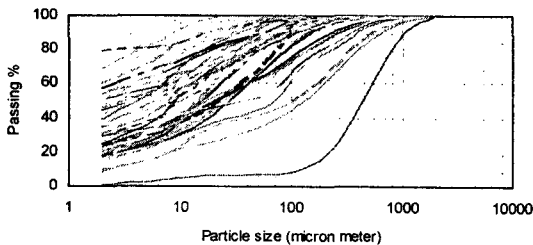


Figure 1. PSD curves

의 입도분석에서 X-ray산란법의 적용성에 대한 실험이었다. 그러나 위의 연구에서는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 13개 지역에서 약 80여개 정도의 다양한 시료에 대한 입도분석을 실시하였다.

본 연구에서는 위의 자료를 이용하여 입도분포곡선상에서 식 (2)를

이용하여 중량을 기초로한 실트영역과 모래영역의 프랙탈 차원을 산정하였다. 또한 상·하한의 경계값이 프랙탈 차원 산정에 미치는 영향을 파악하기 위하여 전체 입도분포곡선에 대한 프랙탈 차원과 Bittelli 등(1999)의 연구결과를 참고해 모래와 실트 경계값으로 $20\mu\text{m}$, $63\mu\text{m}$, 그리고 $125\mu\text{m}$ 3가지로 가정하여 그 변화를 비교·관찰하였다.

2.3 결과 및 고찰

Buchan 등(1993)의 자료를 이용하여 분석한 결과를 정리하면 Tab 1과 같다.

Tab 1. The range and average of fractal dimension and R^2

	Fractal Dimension		Average		R^2	
	D_{silt}	D_{sand}	D_{silt}	D_{sand}	silt	sand
Total	2.354~2.979		2.796		0.73~0.99	
$20\mu\text{m}$	2.190~2.952	2.277~2.992	2.686	2.877	0.89~1.00	0.56~1.00
$63\mu\text{m}$	2.437~2.970	2.145~2.994	2.708	2.917	0.74~1.00	0.61~1.00
$125\mu\text{m}$	2.383~2.976	2.147~2.999	2.726	2.946	0.72~1.00	0.61~1.00

이는 Wu 등(1993)과 Borkovec 등(1993)이 제시하였던 평균값인 2.8 ± 0.1 에 매우 근접한 값으로 전통적인 시험법으로 작성된 입도분포곡선 상에서 산정된 결과들이 정밀한 분석법에 의한 결과들과 대체로 일치하는 것이라고 판단되었다.

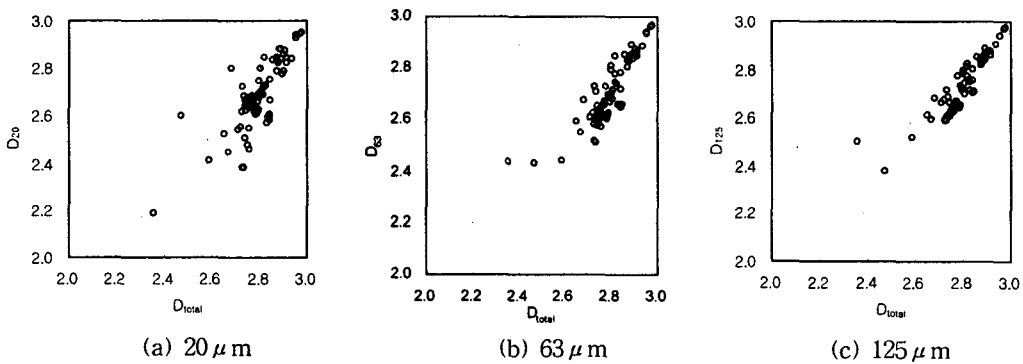


Fig. 2 The relationship between D_{total} and D_{silt} with boundary limit

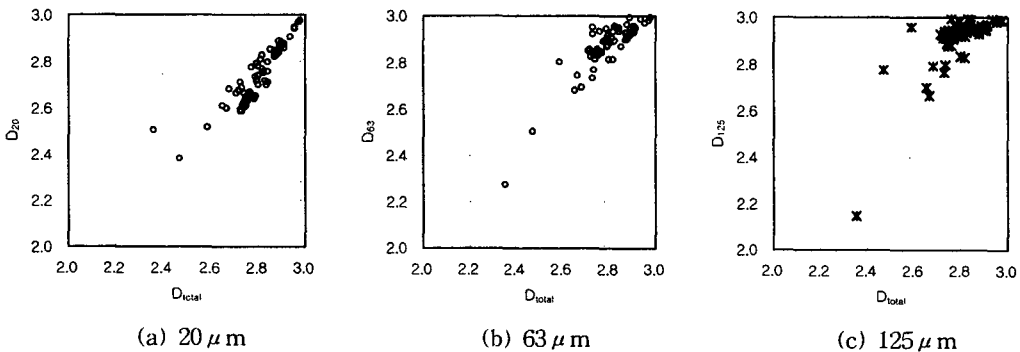


Fig. 3 The relationship between D_{total} and D_{sand} with boundary limit

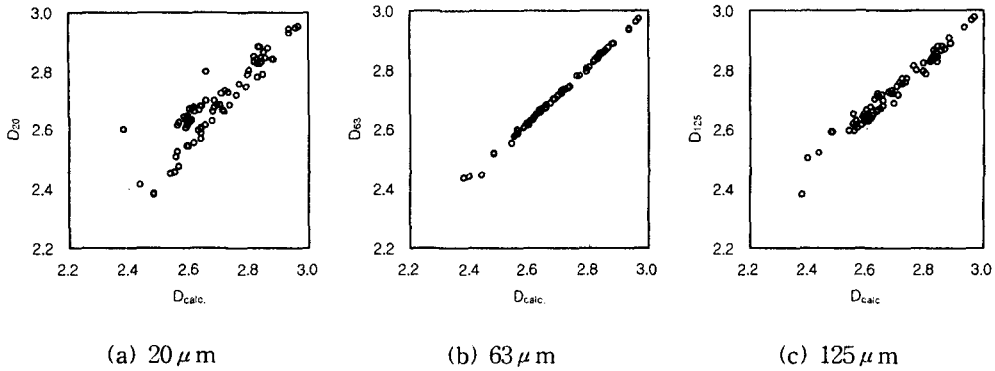


Fig. 4 The relationship between $D_{\text{calc.}}$ and D_{silt} with boundary limit

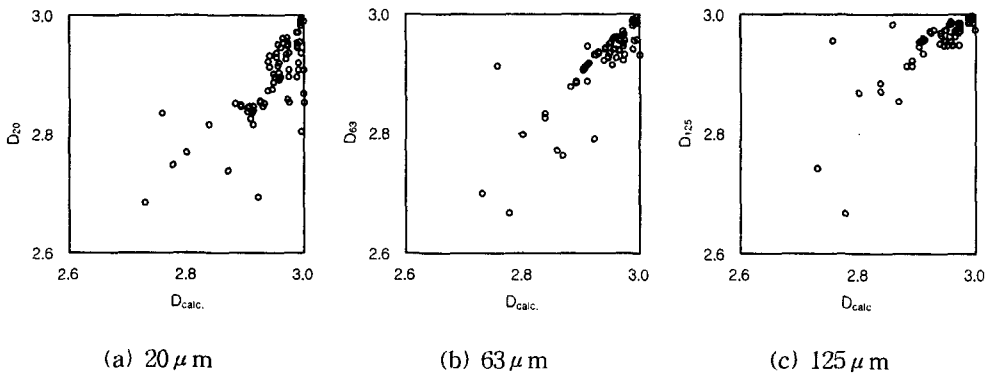


Fig. 5 The relationship between D_{Bittelli} and D_{sand} with boundary limit

III. 결 론

플랙탈 이론을 이용하여 흙에서의 물리·화학 그리고 역학적인 현상들을 설명하기 위한 연구는 지금도 전세계적으로 활발하게 진행되고 있다. 플랙탈 이론은 아직까지는 그 적용성에 의문을 가지고 있는 단계이지만, 지반공학자에게는 흙의 대상인 비선형적 동력학적인 흙의 특성을 연구할 수 있는 수단을 제공해 줄 수 있다는 점에서 충분한 매력을 가지고 있다고 판단된다.

참고문헌

1. Baveye, P., J.-Y. Parlange, and B.A. Stewart (ed.)(1998), "Fractals in Soil Science", CRC Press, New York, USA.
2. Bittelli, M., G.S. Campbell and M. Flury(1999), "Characterization of Particle-Size distribution in Soils with a Fragmentation Model", Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 63, pp. 782-788.
3. Buchan, G.D., K.S. Grewal, J.J. Claydon and R.J. McPherson(1993), "A comparison of Sedigraph and Pippette Methods for Soil Particle-size Analysis", Aust. J. Soil Res., Vol. 31(4), pp. 407-417

4. Feder, J.(1986), "Fractals", Plenum Press, New York, USA.
5. Falconer, K.(1990), "Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications", John Wiley & Sons, New York, USA.
6. Mandelbrot, B.B.(1983), "The Fractal Geometry of Nature", W.H. FREEMAN, New York, USA.
7. Matsushita, M.(1985), "Fractal Viewpoint of Fracture and Accretion", J. Phys. Soc. Japan, Vol. 54, No. 3, pp. 857~860
8. Peitgen H.-O., Jurgens, H., and Saupe, D.(1992), "Chaos and Fractals: New Frontiers of Science", Springer-Verlag, New York, USA.
9. Rieu, M. and G. Sposito, (1991), "Fractal fragmentation, Soil porosity, and Soil water properties: I. Theory", Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 55, pp. 1231-1238.
10. Turcotte, D.L., (1986), "Fractals and Fragmentation", J. Geophy. Res. Vol. 91(B2), pp 1921-1926.
11. Tyler, S.W. and S.W. Wheatcraft(1992), Fractal Scaling of Soil Particle-Size Distributions: Analysis and Limitations, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 56, pp. 362-369.
12. Wu, Q., M. Borkovec, and H. Sticher, (1993), "On Particle-size distribution in soils", Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 57, pp. 883-890.