다모선 전력계통에서 댐핑효과를 고려한 에너지 함수의 유도

권용준*, 류헌수*, 최병곤**, 문영현*
*연세대학교 전기공학과, **LG-EDS systems

Derivation of an Energy Function Reflecting Damping Effects in Multi-Machine Power Systems

Yong-Jun Kwon*, Heon-Su Ryu*, Byoung-Kon Choi**, Young-Hyun Moon*
*Electrical Eng. Yonsei Univ. , **LG-EDS systems

Abstract - This paper presents a new energy function reflecting the damping effect in multi-machine power systems. The Lyapunov direct method provides precise and rigorous theoretical backgrounds for stability analysis of nonlinear systems. Incorporating damping effects into accurate estimates of the domain of attraction, which is a minor but crucial point, has been attempted with long history to yield partial success for single machine systems. In this paper, the damping-reflected energy function presented in the previous work has been generalized for application to multi-machine systems. The generalized energy function is tested for the WSCC 9-bus system to show the semi-negativeness of its time derivative.

1. 서 론

전력 계통에서 안정도 문제를 다루는데 있어서 비선형 시스템에 대한 적용은 가장 먼저 고려하게 되는 문제로 여겨지기 쉽다. Lyapunov 직접법은 비선형 시스템의 안정도를 분석하는데 있어서 정확하고도 확실한 이론적 배경을 제시해 왔으나 중요한 점으로 여겨지는 흡입영역의 정확한 결정에 있어서는 단일 머신 시스템에서 댐핑 계수를 고려하는 것만이 부분적인 성공을 이루기 위하여 오랜 기간 동안 시도되어져 왔다. 그러나 흡입영역의 놀랄만한 확대를 가능하게 하는 발전된 간단한 방법은 아무것도 없었다. 이전까지의 연구는 단지 리액턴스만 고려된 파워 시스템에 대하여 1차 적분을 고려함으로써 댐핑이 고려되어진 에너지 함수들의 그룹을 이끌어내는 새로운 간단한 방법을 제시했다[2]. 새로운 에너지 함수들은 댐핑으로 잃어버리는 손실의 일부분이 변환 비율의 형태로 에너지 함수의 내부에 표현되어지는 1개의 발전기만을 고려한 파워 시스템에 대하여 유도되어 왔고 댐핑이 고려되어진 에너지 함수들은 전통적인 에너지 함수에 의한 그것보다 비교하여 보았을 때 흡입영역의 평가를 놀랄만하게 향상시킨다.

다모선 시스템에 대한 응용을 위하여 이론을 확대시키고자 하는 많은 시도가 있어 왔다[1,3]. 그러나 효과적으로 구한 에너지 함수나 Lyapunov 함수를 전개 시킴으로써 단지 부분적인 성과만이 이루어져 왔다. 전통적인 접근 방법에 따라서 일반화 하는데 있어서 가장 어려운 점은 증명하는데 극도로 복잡한 과정이 요구되어지는 다모선 시스템에서 그것의 시간 미분이 항상 영보다 작거나 같은지 보증하는 것이다. 이제까지의 연구들의 확장으로써 이번 연구는 다모선 시스템에서 댐핑을 고려한 에너지 함수를 이끌어내는 일반적인 접근 방법을 제시한다. 그리고 그것의 시간 미분이 항상 영보다 작거나 같다라는 것은 보일 것이다.[4]

일반화된 에너지 함수는 WSCC 3기 9모선에서 테스트 할 것이고 그것의 응용이 고려되어질 것이다. 마지막으로 제안되어진 접근 방법은 파워 시스템 이외에도 댐핑이 고려되어진 많은 다른 경우에도 안정도를 분석하는데 적용되어질 수 있다는 점을 나타낼 것이다.

2. 다모선에서 댐핑이 고려된 에너지 함수의 유도

이번 연구에서는 이전까지의 연구의 확장으로서 다기 계통에서 댐핑이 고려된 에너지 함수를 전개하고자 한다[2]. 시스템적인 접근은 댐핑에 의한 손실의 일부분을 적절한 시스템 에너지 형태로 바꾸어주기 위하여 고려되어진다.

다음 그림.1에서 주어진 다기 계통 시스템을 고려해 보자. 여기서 우리는 모든 발전기들은 그것의 전압들이 일정하게 유지되어지는 고전모델이라고 가정한다.

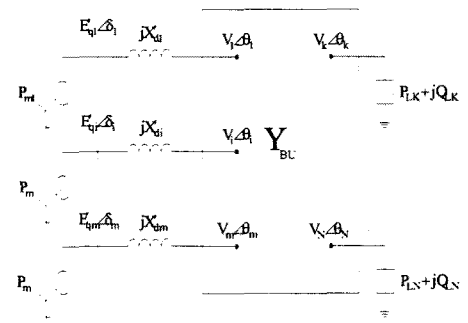


그림.1 다모선 전력 계통도

다모선 전력 계통 시스템에서 에너지 보존의 법칙은 다음과 같이 쓰여질 수 있다[6].

$$
\begin{aligned}
W = & \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} B_{ii} (V_i^2 - V_{is}^2) \\
& + \sum_{i=0}^{N} \sum_{j>i}^{N} V_i V_j B_{ij} (\cos\theta_{ij}^s - \cos\theta_{ij}) \\
& - \sum_{i=1}^{m} P_{mi} (\delta_i - \delta_{si}) \\
& + \sum_{i=1}^{N} \left[P_{Li} (\theta_i - \theta_{si}) + Q_{Li} \log\left(\frac{V_i}{V_{is}}\right) \right] \\
& + \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{2} \frac{V_i^2 - V_{is}^2}{X'_{di}} \right. \\
& \quad + \frac{E'_{qis} V_{is} \cos(\delta_{is} - \theta_{is})}{X'_{di}} \\
& \quad \left. - \frac{E'_{qi} V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{di}} \right) \\
& + \sum_{i=1}^{m} \int_{t_0}^{t} D_i \omega_i^2 dt = C(\omega_0, \delta_0, E'_{q0})
\end{aligned}
\tag{1}
$$

여기서 $C(\omega_0, \delta_0, E'_{q0})$: 초기값에 의하여 정하여지는 일정한 값이고 아래첨자 s는

고장제거이후의 정상상태 값

댐핑 효과를 반영하기 위하여 댐핑에 의한 손실 부분을 에너지 적분의 적절한 형태로 바꾸어줄 필요가 있다(1). 이것은 시스템 제어 방정식들로부터 이끌어내어진 적분 관계식들을 사용함으로써 구할 수 있다. i^{th} 발전기의 스윙 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \triangle \dot{\delta}_i = P_{mi} - P_{ei} \qquad (2)$$

여기서 $\triangle \delta_i = \delta_i - \delta_{is}$

δ_{is} : 고장 제거 이후에 대한 i번째 발전기의 정상상태 각

먼저 방정식 (2)의 양쪽에 부하각 $\triangle \delta_{Li}$를 곱하고 시간 t에 대하여 적분한다.

$$\int \left(M_i \ddot{\delta}_i + D_i \triangle \dot{\delta}_i \right) (\triangle \delta_i - \triangle \theta_i) = \int (P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} dt$$

여기서 $\triangle \theta_i = \theta_i - \theta_{is}$ (3)

$\delta_{Li} = \delta_i - \theta_i$

$\triangle \delta_{Li} = \triangle \delta_i - \triangle \theta_i = \delta_{Li} - \delta_{Lis}$

θ_{is} : 고장제거 이후에 대한 i번째 발전기의 정상상태 각

그리고 식 (3)의 좌변을 전개한 후 부분적분하면,

$$\begin{aligned} & M_i \triangle \dot{\delta}_i \triangle \delta_i - M_i \int \triangle \dot{\delta}_i^2 dt + \frac{1}{2} D_i \triangle \delta_i^2 \\ & - \int M_i \triangle \dot{\delta}_i \triangle \theta_i dt - \int D_i \triangle \dot{\delta}_i \triangle \theta_i dt \\ & = \int (P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} dt \end{aligned} \qquad (4)$$

식 (4)에서 댐핑에 관계된 부분만 따로 써보면,

$$\begin{aligned} \int \omega_i^2 dt = & - \int \triangle \dot{\delta}_i \triangle \theta_i dt - \int \frac{D_i}{M_i} \triangle \dot{\delta}_i \triangle \theta_i dt \\ & + \omega_i \triangle \delta_i + \frac{1}{2} \frac{D_i}{M_i} \triangle \delta_i^2 \\ & - \frac{1}{M_i} \int (P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} dt \end{aligned} \qquad (5)$$

여기서 $\omega_i = \dot{\delta}_i$

식 (5)의 오른쪽 부분에서 첫번째 항은 부분적분이 되고 그렇게 해서 나타낸 식을 써 보면,

$$\begin{aligned} \int \omega_i^2 dt = & - \omega_i \triangle \theta_i + c \int_{\triangle \theta_{i0}}^{\triangle \theta_i} \omega_i \, d \triangle \theta_i \\ & - c \int_{\triangle \delta_{i0}}^{\triangle \delta_i} \frac{D_i}{M_i} \triangle \theta_i \, d \triangle \delta_i \\ & + \omega_i \triangle \delta_i + \frac{1}{2} \frac{D_i}{M_i} \triangle \delta_i^2 \\ & - \frac{1}{M_i} \int (P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} dt \end{aligned} \qquad (6)$$

식 (6)에서 경로에 따른 적분들은 근사적으로 선 적분으로 계산되어진다[5].

$$\begin{aligned} \int \omega_i^2 dt \cong & - \omega_i \triangle \theta_i + \frac{1}{2} \triangle \theta_i (\omega_i + \omega_{i0}) \\ & - \frac{1}{2} \frac{D_i}{M_i} \triangle \theta_i \triangle \delta_i + \omega_i \triangle \delta_i \\ & + \frac{1}{2} \frac{D_i}{M_i} \triangle \delta_i^2 - \frac{1}{M_i} \int (P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} dt \end{aligned} \qquad (7)$$

여기서 $C_i(t_0)$: 초기값에 의하여 결정되어지는 일정한 값

$\omega_{i0} = \omega_i(t_0)$ $(\omega_{i0} \neq \omega_{is})$

에너지 보존 법칙(1) 내부에서 댐핑에 의한 손실중 λ만큼을 식 (7)을 사용함으로써 에너지 적분 내부로 변환시킬 수 있고, 그 결과로 우리는 다기 계통에서 댐핑이 고려되어진 새로운 에너지 함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E_\lambda(\omega, \delta) = & \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} B_{ii} (V_i^2 - V_{is}^2) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} B_{ij} (V_{is} V_{js} \cos \theta_{ij}^{s} \\ & \qquad - V_i V_j \cos \theta_{ij}) \\ & + \sum_{i=1}^{m} \left[D_i \lambda_i \omega_i \triangle \delta_i + \frac{1}{2} \frac{D_i^2}{M_i} \lambda_i \triangle \delta_i^2 \right] \\ & - \sum_{i=1}^{m} P_{mi} (\delta_i - \delta_{si}) \\ & + \sum_{i=1}^{N} \left[P_{Li} (\theta_i - \theta_{si}) + Q_{Li} \log \left(\frac{V_i}{V_{is}} \right) \right] \\ & - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left[D_i \omega_i \triangle \theta_i + \frac{1}{2} \frac{D_i^2}{M_i} \triangle \theta_i \triangle \delta_i \right. \\ & \qquad \left. - \frac{1}{2} D_i \triangle \theta_i (\omega_i + \omega_{i0}) \right] \\ & + \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{2} \frac{V_i^2 - V_{is}^2}{X_{di}} \right. \\ & \qquad + \frac{E'_{qis} V_{is} \cos (\delta_{is} - \theta_{is})}{X_{di}} \\ & \qquad \left. - \frac{E'_{qi} V_i \cos (\delta_i - \theta_i)}{X_{di}} \right) \end{aligned} \qquad (8)$$

여기서 $\lambda \in [0, 1]$

에너지 보존 법칙(1)을 사용함으로써 위 방정식의 시간 도함수가 항상 영보다 작거나 같다라는 것은 쉽게 증명되어질 수 있고 그 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dE_\lambda}{dt} = \sum \left[-(1-\lambda) D_i \omega_i^2 + \frac{\lambda_i}{M_i} (P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} \right] \leq 0 \qquad (9)$$

(적절한 동작 영역내에 있는 모든 시간 t에 적용된다.)

여기서 $0 \leq \lambda_i \leq 1 (i = 1, \ldots, m)$

여기서 P_{mi}가 일정하게 유지될 때 일반적인 적용범위 내에서 $(P_{mi} - P_{ei} \triangle \delta_{Li}) \leq 0$임을 제시하여야만 한다.

proof of $(P_{mi} - P_{ei}) \triangle \delta_{Li} \leq 0$

고전 발전기 모델을 사용하고 발전기 출력은 부하각이 $\delta_{Li} = \delta_i - \theta_i$라고 주어졌을때 $P_{ei} = \frac{E'_{qi} V_i \sin \delta_{Li}}{X_{di}}$로 주어진다고 한다.

여기서 P_{mi}는 주어진 기계적 입력이고 평형점은 다음 그림.2에 의해서 결정되어진다.

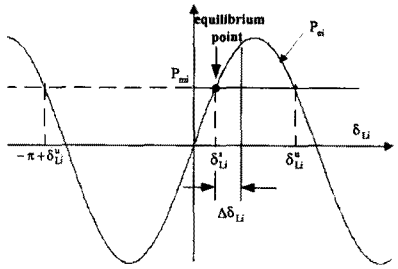


그림.2 Power Curve

여기서 시스템 변수가 구간 $-\pi+\delta^u_{Li}<\delta_{Li}<\delta^u_{Li}$을 벗어나지 않는다고 가정하면 쉽게 이것을 다음과 같이 증명할 수 있다.

If $\Delta\delta_{Li}>0$, $P_{mi}-P_{ei}\le 0$

If $\Delta\delta_{Li}<0$, $P_{mi}-P_{ei}\ge 0$

그러므로 이런 가정에서는 언제나 $(P_{mi}-P_{ei})\Delta\delta_{Li}\le 0$ 를 항상 만족하게 된다. 제안된 댐핑 효과가 고려되어진 에너지 함수를 가지고 우리는 과도 안정도 해석을 다모선 전력 계통에 대하여 할 수 있다.

3. 제안된 에너지 함수의 시뮬레이션 결과

제안한 에너지 함수는 계속적으로 변하는 λ에 대하여 WSCC 9모선 시스템을 가지고 시뮬레이션 하였다.

표 1. WSCC 9모선 시스템에 대한 데이타

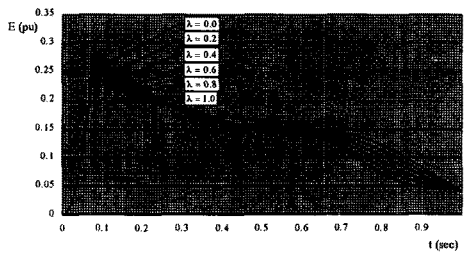
(a) Generator/LoadData
(unit : pu , Base : 100MVA)

Gen Bus No.	H(sec)	D[pu /rad]	P_{mi} [pu]	X'_{di} [pu]	E'_{qi} [pu]	Load Bus No.	P_L	Q_L
1	23.64	0.05	0.00	0.0608	1.056	5	1.25	0.5
2	6.4	0.05	1.63	0.1198	1.050	6	0.9	0.3
3	3.01	0.05	0.85	0.1813	1.016	8	1.00	0.35

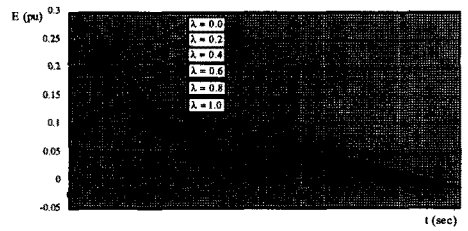
(b)LineData

Line No.	FromBus-ToBus	Line impedance
1	1-4	0.0+j0.0576
2	2-7	0.0+j0.0625
3	3-9	0.0+j0.0586
4	4-5	0.01+j0.085
5	4-6	0.017+j0.092
6	5-7	0.032+j0.161
7	6-9	0.039+j0.170
8	7-8	0.0085+j0.072
9	8-9	0.012+j0.1008

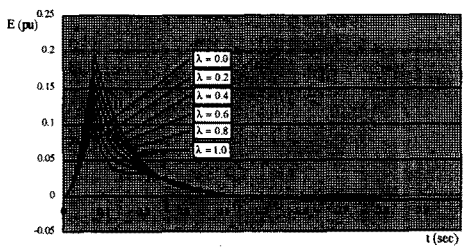
단순화를 위하여 모든 발전기들은 같은 댐핑 계수를 가지고 있다고 하고 각 단계별로 0.05, 0.15, 0.5 그리고 0.7[pu/rad]로 변화시켜 간다. 선택되어진 댐핑 비율에 따라 제안된 에너지 함수를 0.0초부터 1.0초까지 0.02초의 간격마다 변하는 댐핑 반영계수 λ를 가지고 테스트 하였다. 각각의 발전기는 그들 자신의 댐핑 반영계수 λ를 가지고 있지만 이번 연구에서는 단순화를 위하여 모든 발전기들이 같은 λ를 가지고 있다고 가정했다. 그리고 모선 7에서 3상 고장이 발생했으며 고장 제거 이후에는 원상태로 시스템이 돌아간다고 가정했다..



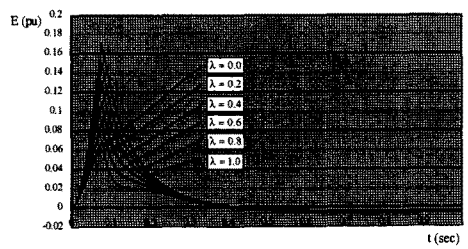
(a) D=0.05 [pu/rad]



(b) D=0.15 [pu/rad]



(c) D=0.5 [pu/rad]



(d) D=0.7 [pu/rad]

위의 그래프들은 제안된 에너지 함수가 그것의 시간 미분이 항상 영보다 작거나 같다라는 것을 잘 만족한다는 사실을 보여준다.

테스트를 통하여 보건대 근사적분을 하여도 시간 미분의 부호가 바뀔정도로 에너지 함수의 값에 큰 영향을 주는 에러는 발생하지 않기 때문에 근사적분을 하여도 문제가 없다는 것을 알 수 있다. 모든 발전기들이 매우 작은 댐핑계수를 가지고 있는 시스템을 고려해 보면 우리는 λ가 1에 가까워질수록 미분값이 근소하게 음수가 되지 않는 구간을 발견하게 될지도 모른다. 그러나 이러한 작은 변화는 좀처럼 발생하지 않을 것이다. 왜냐하면 그렇게 댐핑 계수가 작은 시스템에서는 댐핑 자체가 무시되어질 수 있기 때문이다.

4. 제안된 에너지 함수의 응용

제안된 에너지 함수는 다기 모선 계통에 대한 흡입영역을 결정하는 정확성을 증가시키기 위해서 사용되어질 수 있다. 다모선 계통의 경우, 흡입영역을 분석하는 것은 매우 복잡하다. 이 절에서, 우리는 먼저 1기 모선의 경우에 대하여 알아보고 다기 모선계통에 대하여 다룰 것이다.

1기 모선의 경우에 대하여

1기 무한대 모선의 경우에 대한 댐핑이 고려된 에너지 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$E_\lambda(\omega,\delta) = \frac{1}{2}M\omega^2 + \frac{E_s V(\cos\delta_s - \cos\delta)}{X_t} + D\lambda\omega\Delta\delta + \frac{1}{2}\frac{D^2}{M}\lambda\Delta\delta^2 - P_m(\delta-\delta_s)$$

여기서 $\lambda\in[0,1]$

위 에너지 함수의 시간 도함수는 아래에 보이는 바와 같이 항상 영보다 작거나 같다라는 것을 만족한다.

$$\frac{dE_\lambda}{dt} = -(1-\lambda)D\omega^2 + \frac{D\lambda}{M}(P_m - P_e)\Delta\delta \le 0$$
$$(-2\pi+\delta_u \le \delta \le \delta_u)$$

항상 영보다 작거나 같다라는 것은 1기 무한대 모선 시스템에 대하여 $(P_m - P_e)\Delta\delta \le 0$이 항상 유지된다는 사실로부터 증명되어진다. 그림.3은 댐핑 반영계수 λ에 의하여 포괄되어질 수 있는 흡입영역을 나타낸다. (어둡게 표현되어진 부분이 흡입영역을 가리킨다.)

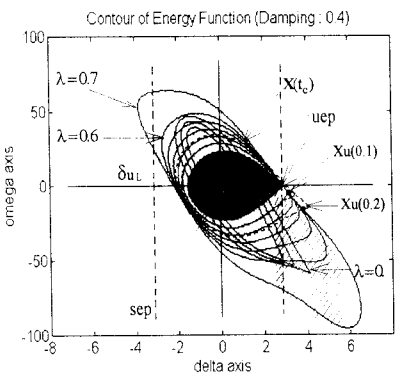


그림.3 D=0.4(pu)인 경우의 흡입영역

다기 모선의 경우에 대하여

이 경우에 있어서는 에너지 함수가 너무 많은 변수를 가지고 있어서 그래프 방법에 의하여 흡입영역을 분석하기가 어렵다. 그래서 우리는 그림.3에서 보여진바와 같이 각각의 발전기에 대하여 변수 ω_i와 δ_i에 대하여만 고려되어진 흡입영역을 가정할 수 있다. 실제적인 적용에 있어서는 필수 조건으로서 controlling UEP(Unstable Equilibrium Point)를 결정하는 것이 요구되어진다. 주어진 controlling UEP에 대하여는 흡입영역을 결정하는 것이 각각의 발전기에 대하여 수행되어질 수 있다. 그러나 다른 발전기들의 변수들과의 관계를 고려해보면 복잡하게 되므로 이것을 2기 시스템 이상에서 그래프로 알아볼 수 있도록 나타내는 혁신적인 기술이 필요할 것이다. 그러나 아직까지는 더욱 더 연구를 해보야 하기 때문에 제안된 방법의 실질적인 적용은 매우 한정적이다.

5. 결 론

본 논문에서는 다모선 계통에서 댐핑을 고려한 새로운 에너지 함수를 제시한다. Lyapunov 직접법은 비선형 시스템에 시스템의 안정도 분석에 있어서 정확하고도 확실한 이론적 배경을 제시한지만 중요한 문제인 댐핑을 고려한 흡입영역의 정확한 측정을 위하여 이 논문에서는 부하각을 고려하고 1차적분을 수행함으로써 이제까지 알려진 댐핑이 고려된 에너지 함수를 다모선 계통에 대하여 일반화시켰다. 이렇게 일반화 되어진 에너지 함수는 그것의 시간 미분이 항상 영보다 작거나 같다라는 것을 보여주기 위하여 WSCC-9 모선 시스템에 대하여 테스트 하였다. 이 제안된 접근방법은 전력계통 이외에 다른 영역에서도 댐핑이 고려되어진 안정도 해석에 적용되어질 수 있다.

[참 고 문 헌]

[1] V. E. Henner, "A Multi-machine Power System Lyapunov Function using the Generalized Popov Criterion", INT. J. Control, Vol. 19, No. 5, p.969-976, 1974.

[2] Y.-H. Moon, B.-K. Choi, T.-H. Roh, Estimating the domain of attraction for power systems via a group of damping-reflected energy functions , Automatica, Vol. 36, p. 419-425, March 2000.

[3] J. L.Willems, "Optimum Lyapunov Functions and Stability Regions for Multi-machine Power systems", Proc. IEE, Vol.117, p. 573-577. 1970.

[4] Y.-H. Moon, et al., Derivation of energy conservation law by complex line integral for the direct energy method of power system stability , Proc. of the 38th IEEE CDC 99, Phoenix, Ar., p.4662-4667, Paper No. : CDC 99-REG0335, DEC. 7-10, 1999.

[5] M. A. Pai, Energy function methods in power system stability , Boston, MA: Kluwer Academic Publishers., 1989.

[6] Y.-H. Moon, et al., Development of an energy function reflecting the transfer conductance for direct stability analysis in power system , IEE Proc. -Generation Transmission and Distribution., Vol. 144, No. 5, p.503-509, 1997.9