

동적게임을 이용한 입찰전략수립

강 동 주* 문영환* 오태규* 김발호**
한국전기연구원* 홍익대학교**

Building a Bidding Strategy using Dynamic Game Theory

Kang, Dong-Joo Moon, Young-Hwan Oh, Tae-Kyoo Kim, Balho
KERI Hong-ik Univ.

Abstract - In the Poolco model, the bidding game is executed periodically. The player participating to the bidding game accumulates the information of others' strategies and payoffs through the repeated process. Thereby, he is able to map out how he gets his maximum profit, and proceed to the optimal strategy region. This paper shows the algorithm for a player to determine his strategy in t period based the information of the game results of $t-1$, $t-2$ period. And this algorithm can be formulated by using Dynamic game theory.

1. 서 론

전력산업의 규제가 완화됨에 따라, 계통의 운영 방식이 크게 바뀌고 있다. 기존의 수직통합체제에서 하나의 주체에 의해 계통의 발전과 급전이 이루어지던 구조에서 시장에 참여하여 서로 경쟁하게 되는 다수의 의사 결정 주체들에 의해 운영되는 구조로 바뀌고 있다. 경제학적 관점에서 이들 주체들은 자신의 비용과 이득을 고려하여 이득을 극대화하기 위해 행동하게 되며, 결과적으로 광범위한 범위에 산재해 있는 자원을 효율적으로 할당하는 효과를 가져오게 된다[1]. 그러나 이러한 이득극대화를 위한 의사결정과정은 경쟁 상태에 있는 다른 주체의 전략을 예측하고, 그에 대응하는 전략을 수립하는 체계이다. 본 논문에서는 발전경쟁체제의 풀(pool)시장에서 $t-1$ 기의 정보를 바탕으로 t 기의 최적전략을 수립할 수 있는 동적 게임(Dynamic Game)을 이용한 입찰전략 수립 알고리즘을 제안한다.

2. 본 론

2.1 입찰게임

입찰과정은 주기적으로 행해지게 되며 반복적인 경험을 통해 발전사업자들은 이득극대화를 위한 안정적인 최적 전략을 수립할 수 있게 된다. 이는 게임 이론에서 동적 게임을 적용시키기에 매우 적합한 상황이라 할 수 있다. 동적 게임이라 함은 선수들이 동시에 한 번 전략을 설정함으로써 끝나게 되는 죄수의 딜레마 같은 게임이 아니라, 한 선수 또는 여러 선수가 취한 전략을 보고 다시 전략을 선택하는 게임으로서 다단계게임 형태를 의미한다[2]. 이러한 동적인 게임을 분석하기 위해서는 정적인 게임의 분석과는 다른 방법이 필요하다. 왜냐하면, 이미 실시한 전략을 알 수 있기 때문에 중간에 전략을 선택하는 과정에서 이러한 과거의 전략에 관한 정보를 얻게 되며, 이를 활용할 필요가 있기 때문이다. 두 발전사업자는 $t-2$, $t-1$ 기의 경험을 통해 자신의 전략에 대한 보상을 알게 되며, 그 정보를 바탕으로 t 기의 전략을 수립할 수 있다. 상대방의 입찰가격이 나의 입찰 가격보다 높은 경우 시장 가격 ρ_{MCP} 로 결정되며 그 값은 이득 함수에 대입되어 의사결정과정의 근거로 활용된다.

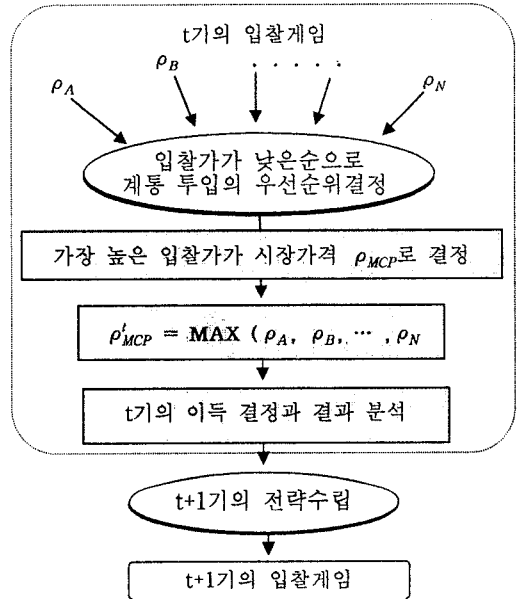


그림 1 동적게임과정

2.1 동적게임을 적용한 입찰게임분석

본 논문에서 각 발전사업자는 $t-2$, $t-1$ 기의 입찰게임으로 획득한 이득에 대한 정보를 바탕으로 $t+1$ 기의 입찰 전략을 수립하게 된다. 2단계 앞인 $t-2$ 단계의 정보까지 필요한 이유는 1단계 앞인 $t-1$ 단계에서의 한계증분이득 ΔPF_i^{t-1} 을 구하기 위해서이고, $\Delta PF_i^{t-1} = PF_A^{t-1} - PF_A^{t-2}$ 로 정의된다. 임의의 발전사업자 i 가 t 기에 획득한 이득을 다음과 같이 입찰가격 ρ_i^t [\$/MW]와 입찰전력 Q_i^t [MW]의 함수로 정의한다.

$$PF_i^t = \rho_{MCP}^t Q_i^t - C_i^t(Q_i^t) \quad (1)$$

여기서 ρ_{MCP}^t t 기 각 발전사업자의 입찰가격 중 가장 높은 값으로 결정된다. 그러므로

$$\rho_{MCP}^t = \text{MAX}[\rho_1^t, \rho_2^t, \dots, \rho_n^t] \quad (2)$$

해석의 간략화를 위해 발전사업자의 수를 둘로 한정하면

$$\rho_{MCP}^t = \text{MAX}[\rho_A^t, \rho_B^t] \quad (3)$$

로서 A,B 두 사업자의 입찰 가격 중 높은 값으로 시장 가격이 결정된다. (3)식을 (1)식에 대입하고 A사업자의 입장에서 수익을 계산하면,

$$PF_A^t = \text{MAX}[\rho_A^t, \rho_B^t] Q_A^t - C_A^t(Q_A^t) \quad (4)$$

로 표현될 수 있고, (4)식에서 $\rho_A^t, \rho_B^t, Q_A^t$ 는 $t-1$ 기 $\rho_A^{t-1}, \rho_B^{t-1}, Q_A^{t-1}$ 의 함수가 된다. 두 발전기의 발전용량한계를 각각 Q_A, Q_B 로 한정하고 발전량의 최소변동한계단위를

를 0.05 Q_A , 0.05 Q_B 로 정의한다. 따라서 임의의 t기에서 A의 전략을 수립하는데 영향을 미치는 의사결정변수는 $\rho_A^{t-1}, \rho_A^t, Q_A^{t-1}, Q_A^t, PF_A^{t-2}, PF_A^{t-2}$ 의 여섯 가지이고, 이들 변수의 조합에 따라 다음과 같은 총 8가지 경우의 수를 생각할 수 있다.

표 1 t-1기 입찰게임결과에의 경우의 수

$\Delta PF_A^{t-1} > 0$	$\Delta PF_A^{t-1} < 0$
$\rho_A^{t-1} > \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} > Q_A^{t-2}$	$\rho_A^{t-1} > \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$
$\rho_A^{t-1} > \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$	$\rho_A^{t-1} < \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$
$\rho_A^{t-1} < \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} > Q_A^{t-2}$	$\rho_A^{t-1} < \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} > Q_A^{t-2}$
$\rho_A^{t-1} < \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$	$\rho_A^{t-1} < \rho_A^{t-2}, Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$

만약 여기서 발전사업자의 비용함수와 가격함수를 2차 함수 형태로 정의한다면 입찰가 $\rho_A^{t-1}, \rho_A^{t-2}$ 는 Q_A^{t-1}, Q_A^{t-2} 의 함수로 표현될 수 있다. A, B 두 사업자의 t-2, t-1기 비용함수는

$$C_A^{t-2}(Q_A^{t-2}) = a_A^{t-2} + b_A^{t-2}(Q_A^{t-2}) + c_A^{t-2}(Q_A^{t-2}) \quad (8)$$

$$C_B^{t-2}(Q_B^{t-2}) = a_B^{t-2} + b_B^{t-2}(Q_B^{t-2}) + c_B^{t-2}(Q_B^{t-2}) \quad (9)$$

$$C_A^{t-1}(Q_A^{t-1}) = a_A^{t-1} + b_A^{t-1}(Q_A^{t-1}) + c_A^{t-1}(Q_A^{t-1}) \quad (10)$$

$$C_B^{t-1}(Q_B^{t-1}) = a_B^{t-1} + b_B^{t-1}(Q_B^{t-1}) + c_B^{t-1}(Q_B^{t-1}) \quad (11)$$

가격함수는

$$P_A^{t-2}(Q_A^{t-2}) = a_A^{t-2} + \beta_A^{t-2}Q_A^{t-2} + \gamma_A^{t-2}Q_A^{t-2^2} \text{ [\$]} \quad (12)$$

$$P_B^{t-2}(Q_B^{t-2}) = a_B^{t-2} + \beta_B^{t-2}Q_B^{t-2} + \gamma_B^{t-2}Q_B^{t-2^2} \text{ [\$]} \quad (13)$$

$$P_A^{t-1}(Q_A^{t-1}) = a_A^{t-1} + \beta_A^{t-1}Q_A^{t-1} + \gamma_A^{t-1}Q_A^{t-1^2} \text{ [\$]} \quad (14)$$

$$P_B^{t-1}(Q_B^{t-1}) = a_B^{t-1} + \beta_B^{t-1}Q_B^{t-1} + \gamma_B^{t-1}Q_B^{t-1^2} \text{ [\$]} \quad (15)$$

로 표현될 수 있고, 그에 따라 입찰가는 다음과 같다.

$$\rho_A^{t-2} = \frac{dP_A^{t-2}}{dQ_A^{t-2}} = \beta_A^{t-2} + 2\gamma_A^{t-2}Q_A^{t-2} \text{ [$/MW]} \quad (16)$$

$$\rho_B^{t-2} = \frac{dP_B^{t-2}}{dQ_B^{t-2}} = \beta_B^{t-2} + 2\gamma_B^{t-2}Q_B^{t-2} \text{ [$/MW]} \quad (17)$$

$$\rho_A^{t-1} = \frac{dP_A^{t-1}}{dQ_A^{t-1}} = \beta_A^{t-1} + 2\gamma_A^{t-1}Q_A^{t-1} \text{ [$/MW]} \quad (18)$$

$$\rho_B^{t-1} = \frac{dP_B^{t-1}}{dQ_B^{t-1}} = \beta_B^{t-1} + 2\gamma_B^{t-1}Q_B^{t-1} \text{ [$/MW]} \quad (19)$$

본 논문에서는 전략결정을 위한 독립변수를 하나로 두기 위해 모든 게임에서의 가격함수를 동일하게 정의한다. 이는 가격함수를 동일하게 두면 전략벡터 ($\rho_{(t)}^0, Q_{(t)}^0$)에서 $\rho_{(t)}^0 = P_{(t)}^0/Q_{(t)}^0$ 에 의해 제어변수를 하나로 만들 수 있기 때문이다. 그러므로,

$$\dots = P_A^{t-2}(Q_A) = P_A^{t-1}(Q_A) = P_A^t(Q_A) = P_A^{t+1}(Q_A) = \dots \quad (20)$$

$$\dots = P_B^{t-2}(Q_B) = P_B^{t-1}(Q_B) = P_B^t(Q_B) = P_B^{t+1}(Q_B) = \dots \quad (21)$$

가 되며, (20)와 (21)에 의해 (12)~(19)식에서의 비용함수와 가격함수의 시간대별 계수는 동일한 계수값을 가지게 되며, (12)~(19)의 계수들은

$$\dots = a_A^{t-2} = a_A^{t-1} = a_A^t = a_A^{t+1} = \dots \quad (22)$$

$$\dots = b_A^{t-2} = b_A^{t-1} = b_A^t = b_A^{t+1} = \dots \quad (23)$$

$$\dots = c_A^{t-2} = c_A^{t-1} = c_A^t = c_A^{t+1} = \dots \quad (24)$$

$$\dots = \alpha_A^{t-2} = \alpha_A^{t-1} = \alpha_A^t = \alpha_A^{t+1} = \dots \quad (25)$$

$$\dots = \beta_A^{t-2} = \beta_A^{t-1} = \beta_A^t = \beta_A^{t+1} = \dots \quad (26)$$

$$\dots = \gamma_A^{t-2} = \gamma_A^{t-1} = \gamma_A^t = \gamma_A^{t+1} = \dots \quad (27)$$

따라서 (8)~(15)식은 시간 t에 관계없이 A, B 두 사업자의 고유한 하나의 비용·가격 함수로 설정할 수 있다.

$$C_A^{(t)}(Q_A^{(t)}) = a_A + b_A Q_A^{(t)} + c_A Q_A^{(t)2} \quad (28)$$

$$C_B^{(t)}(Q_B^{(t)}) = a_B + b_B Q_B^{(t)} + c_B Q_B^{(t)2} \quad (29)$$

$$P_A^{(t)}(Q_A^{(t)}) = \alpha_A + \beta_A Q_A^{(t)} + \gamma_A Q_A^{(t)2} \quad (30)$$

$$P_B^{(t)}(Q_B^{(t)}) = \alpha_B + \beta_B Q_B^{(t)} + \gamma_B Q_B^{(t)2} \quad (31)$$

여기서 (t)는 임의의 시간대 t를 나타내는 것이며, (28)~(31)식은 비용·가격함수의 계수들이 이러한 시간 t에 무관함을 나타내고 있다. 이러한 일련의 개념들을 그림 2에서 도식화하였다.

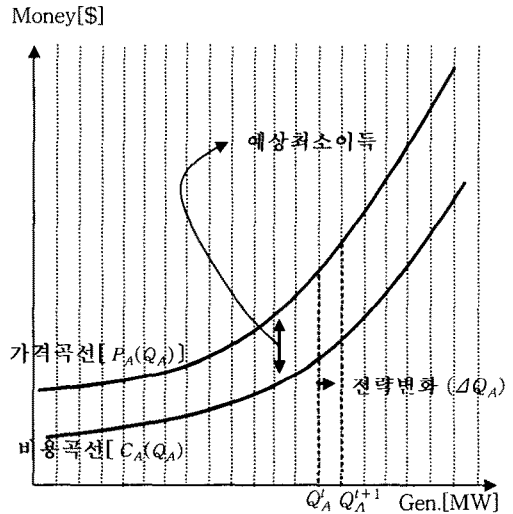


그림 2 비용·가격함수와 전략변화

(16)~(19)식에 의해 $\rho_{(t)}^0$ 는 $Q_{(t)}^0$ 의 함수로 표현될 수 있으므로 표 1은 다음의 표 2로 축소될 수 있다.

표 2 간소화된 입찰결과에의 경우의 수(I)

$PF_A^{t-1} > PF_A^{t-2}$	$PF_A^{t-1} < PF_A^{t-2}$
$Q_A^{t-1} > Q_A^{t-2}$	$Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$
$Q_A^{t-1} < Q_A^{t-2}$	$Q_A^{t-1} > Q_A^{t-2}$

$\Delta PF_A^{t-1} = PF_A^{t-1} - PF_A^{t-2}$, $\Delta Q^{t-1} = Q_A^{t-1} - Q_A^{t-2}$ 로 정의하면 표 2는 다시 표 3과 표 4의 형태로 다시 정리될 수 있다.

표 3 간소화된 입찰결과에의 경우의 수(II)

$\Delta PF_A^{t-1} > 0$		$\Delta PF_A^{t-1} < 0$	
①	②	③	④
$\Delta Q_A^{t-1} > 0$	$\Delta Q_A^{t-1} < 0$	$\Delta Q_A^{t-1} > 0$	$\Delta Q_A^{t-1} < 0$

표 4에서 ①의 경우는 t-2 대비 t-1기에서 발전량을 증

가시렸을 때 이득도 증가하였으므로 t 기에서는 발전량을 증가(+ ΔQ)시킨다. ②의 경우, $t-1$ 기에서 발전량을 줄였는데 이득은 증가하였으므로 있으므로 t 기에서는 발전량을 줄이는 전략(- ΔQ)을 택한다. ③의 경우 발전량을 증가할수록 이득이 감소하므로 t 기에서는 발전량을 줄인다. ④의 경우 발전량을 줄일수록 이득이 감소하므로 t 기에서 발전량을 증가시킨다. 정리하면 $t-1$ 기에서 ①, ④일 경우는 t 기에서 발전량을 증가시키고, $t-1$ 기에서 ②, ③의 경우는 t 기에서 발전량을 감소시킨다. ①과 ④ ②와 ③의 경우를 각각 동일한 신호로 간주하여 공히 발전량을 증가시킨다는 동일한 결과를 적용하였지만 엄격한 의미에서는 그 증분량에 대한 차이를 두어 차별화 하는 것이 보다 정확한 전략 수립에 도움이 될 것이다. 본 논문에서는 해석의 편의를 위해 두 발전사업자의 발전량에 대한 피드백 승수(feedback multiplier)를 공히 1로 통일한다. 이러한 과정을 도식화하면 그림 3과 같이 표현될 수 있다.

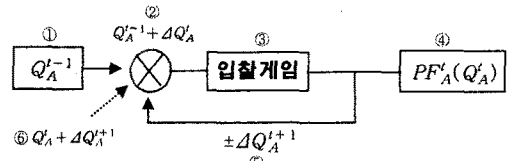


그림 4 A사업자의 전략수립 피드백 시스템

3. 사례 연구

입찰에 참여한 A, B 두 사업자를 가정하고, 두 발전사업자의 사양을 아래의 표 4와 같이 설정한다. 계통수요는 시간에 상관없이 $D_t=600$ 으로 일정하다고 가정한다. 단, 공급량이 부족할 경우는 제 3의 발전사업자가 시장가격으로 공급한다고 가정한다.

표 4 발전사업자 A, B의 Parameter

	A 발전사업자	B 발전사업자
발전비용(\$)	$225+8.4 Q_A+0.0025 Q_A^2$	$400+7.5 Q_B+0.0022 Q_B^2$
발전가격(\$)	$350+8.9 Q_A+0.0032 Q_A^2$	$455+8.1 Q_B+0.0025 Q_B^2$
입찰가(\$/MW)	$8.9+0.0064 Q_A$	$8.1+0.0050 Q_B$
발전용량(MW)	$50 \leq Q_A \leq 350$ (MW)	$50 \leq Q_B \leq 450$ (MW)
발전단위(MW)	15[MW]	20[MW]
초기치(MW)	$Q_A^0=200, Q_A^1=215$	$Q_B^0=250, Q_B^1=270$

두 사업자의 동적 게임의 결과는 표 5에서 나타난 과정으로 계속 진행된다.

표 5 A, B의 시간대별 입찰게임결과

t	A 발전사업자					B 발전사업자				
	Q_A^t	ρ_A^t	PF_A^t	ΔPF_A^t	ΔQ_A^t	Q_B^t	ρ_B^t	PF_B^t	ΔPF_B^t	ΔQ_B^t
0	200	10.17	31.0			250	9.35	132.5		
1	215	10.27	61.5	+30.5	+15	270	9.45	187.5	+55.0	+20
2	230	10.37	95.9	+34.4	+15	290	9.55	247.3	+59.8	+20
3	245	10.47	132.1	+36.2	+15	310	9.65	309.3	+62.0	+20
4	260	10.57	170.2	+38.1	+15	330	9.75	373.5	+64.2	+20
5	275	10.67	186.3	+16.1	+15	350	9.85	440.0	+66.5	+20
6	290	10.77	187.9	+1.6	+15	370	9.95	508.7	+68.7	+20
7	305	10.87	183.5	-4.4	+15	390	10.05	579.7	+71.0	+20
8	290	10.77	135.1	-48.4	-15	410	10.15	570.9	-8.8	+20
9	275	10.67	141.5	+6.4	-15	390	10.05	501.7	-69.2	-20
10	290	10.77	187.9	+46.4	+15	370	9.95	508.7	+7.0	-20
11	305	10.87	183.5	-4.4	+15	390	10.05	579.7	+71.0	+20
12	290	10.77	135.1	-48.4	-15	410	10.15	570.9	-8.8	+20
13	275	10.67	141.5	+6.4	-15	390	10.05	501.7	-69.2	-20
14	290	10.77	187.9	+46.4	+15	370	9.95	508.7	+7.0	-20
15	305	10.87	183.5	-4.4	+15	390	10.05	579.7	+71.0	+20
16	290	10.77	135.1	-48.4	-15	410	10.15	570.9	-8.8	+20
...

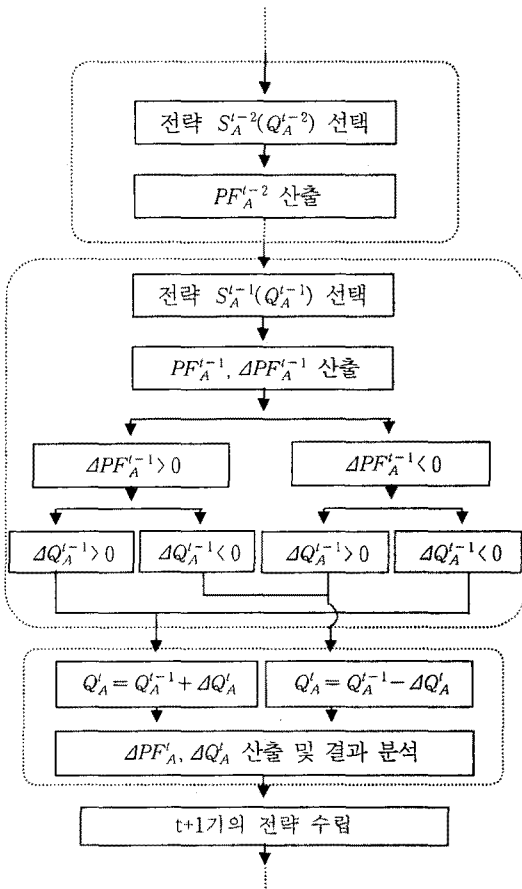


그림 3 A사업자의 입찰전략수립과정

즉 이러한 과정은 입찰의 시점 t 에서의 전략에 따른 이득 PF_A^t 를 분석하고 그것을 신호로 ΔQ_A^t 의 보정성분이 더해져 다시 $t+1$ 기의 전략 Q_A^{t+1} 이 산출되는 피드백 제어 시스템의 구조로도 생각해 볼 수 있다. 본 논문에서는 발전입찰가 ρ_A^t 를 Q_A^t 의 함수로 정의하였으므로 독립제어 변수는 Q_A^t 하나가 된다.

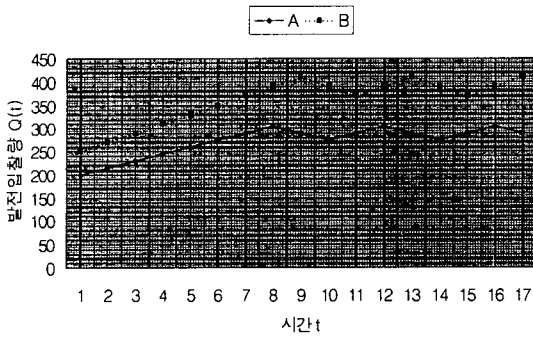


그림 5 시간대별 발전입찰량 Q'의 변화

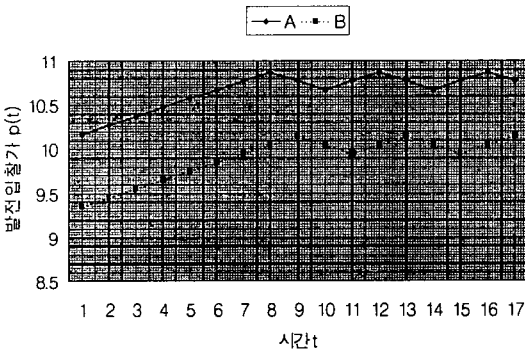


그림 6 시간대별 발전입찰가 rho'의 변화

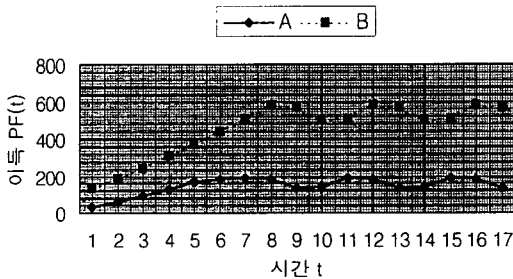


그림 7 시간대별 이득 PF'의 변화

그림 5, 6, 7의 결과를 분석해 보면 A, B 두 사업자의 Q' , ρ' , PF' 는 일정시기에 달하면 반복적인 주기에 접어들면서 균형상태에 돌입한다. 이는 두 사업자가 반복적인 게임의 경험을 통해 어떤 생산점이 자신의 최적 균형점인가를 알 수 있게 되는 것이라 할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 일정시간마다 주기적으로 되풀이되는 입찰과정을 동적 게임(Dynamic Game)의 측면에서 해석하였다. 제어 시스템의 피드백 원리와 마찬가지로 입찰에 참여하는 발전사업자는 t-1기의 전략에 대한 보상을 분석하고, t기의 전략을 세우게 되며, 또한 t기의 이득을 산출하게 된다. 이런 과정을 반복하여 t+1, t+2, ...의 과정을 반복하다 보면 일정 구간으로 수렴하는 것을 볼 수

있으며, 적절한 입찰 전략을 예측할 수 있게 되는 것이다. 본 논문에서는 해석의 간소화를 발전가격함수 $P(Q')$ 를 시간과 독립적인 함수로 설정하였고, 위해 입찰가 ρ' 를 Q' 의 함수로 표현하여, 제어 변수를 Q' 로 일원화하였다. 향후로는 가격함수를 시간에 대한 함수로 표현하고, 계통수요의 탄력성이 반영된 보다 현실적이고 복잡한 게임 상황을 설정하여 연구를 진행시켜 나갈 것이다.

[참 고 문 헌]

- (1) 박종근, 김발호, 박종배, 정도영, "전력산업구조개편개론", 기초전력공동연구소
- (2) H. Scott Bierman, Luis Fernandez, "Game Theory with Economic Applications", pp. 119-185, 1998