

전자석을 이용한 외팔보의 비접촉식 진동 제어에 관한 연구

고 강웅*, 최 수영*, 박 기현*
*성균관 대학교

A Study on Noncontact Vibration Control of Cantilever Beam using Electromagnetic Force

Kangwoong Ko*, Sooyoung Choi*, Kiheon Park*
*SungKyunkwan University

Abstract - 진동을 감소시키는 방법에는 최적의 설계 변수를 선정하는 수동 제어 방법과 피드백 루프(Feedback loop)를 이용하는 능동제어 방법 두 가지가 있다. 이 중 능동제어에 대한 연구가 최근에 활발히 진행되고 있다. 본 연구에서는 능동제어를 위한 진동시스템의 동적해석과 시스템의 모델링에 대해 연구하고자 한다. 진동체로는 외팔보를 선택하였으며 진동체의 진동을 제어하는 장치로는 제어코일과 베이스코일로 구성된 Push-Pull 타입의 전자석 제어회로를 직접 제작하였고 시스템을 모델링하여 전달함수를 구하고자 한다.

1. 서 론

기계적 시스템이나 전자시스템에서 진동은 그 특성상 항상 발생하는 현상이나, 산업공해의 측면에서 제품의 질 향상과 신뢰도 향상을 위해서는 반드시 제거 또는 감소시켜야 할 요소이다. 최근 산업분야의 모든 제품에 고품질을 요구하는 추세에서 기계적인 진동을 억제하는 기술은 그 수요가 점점 커지고 있다. 또한 제조 공정의 불안정에 의한 불량품 발생을 방지하기 위해서는 생산기계는 물론 제작과정의 중간제품에서 발생하는 진동도 최소화하여야 한다. 진동을 감소시키는 방법에는 크게 두 가지가 있는데 하나는 과거에 주로 연구되어온 수동적 방법인 최적 설계 변수 선정법이고 다른 하나는 보다 확실한 진동 제어를 위하여 최근에 연구가 활발히 진행되고 있는 피드백 루프(Feedback loop)를 이용하는 능동 제어 방법이다. 최근 전자력에 대한 연구가 활발히 진행되면서 작업현장 및 각종 기계계에 전자력을 이용한 시스템, 즉 능동 진동제어 시스템이 여러 분야에 적용되고 있다. 그 예로 비접촉성 베어링이나 고속전철의 자기부상 시스템등이 있다. 하지만 진동 제어에 관한 연구에 있어서, 진동체 또는 센서와 구동기에서 발생하는 비선형성 때문에 실제 시스템 구축을 위한 시스템의 모델링에 있어서 많은 어려움이 있는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 이러한 비선형성을 최소화하고 비선형적 시스템의 모델링에 대한 연구를 하고자 한다.

2. 본 론

2.1 전체 시스템 구성과 외팔보의 운동 방정식

본 연구에서는 외팔보(Cantilever Beam)의 진동을 제어하기 위한 구동기(Actuator)로 전자석을 이용하여 비접촉식 형태의 제어 실험장치의 제작과 함께 시스템의 모델링을 통해 전달함수를 구하였다. 아래 그림 1은 전체 시스템의 구조를 나타낸다.

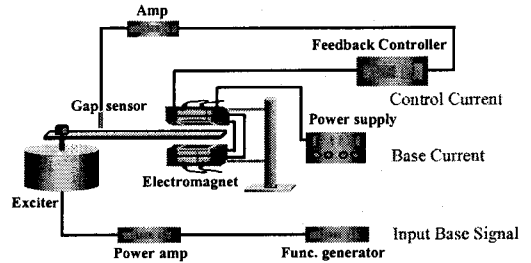


그림 1. 전자석을 이용한 비접촉식 진동 제어 시스템

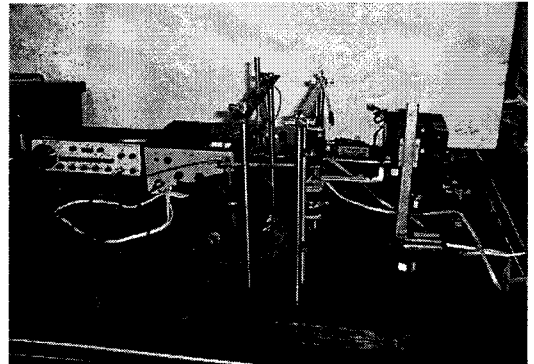


그림 2. 실제 시스템

2.1.1 보의 굽힘 진동

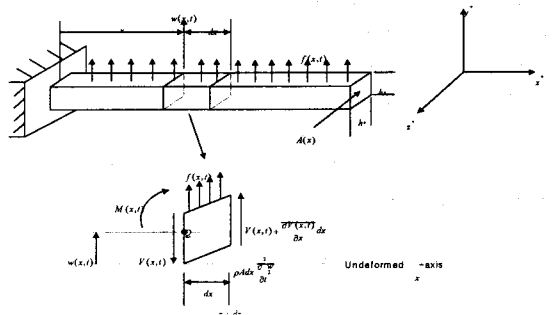


그림 3. 횡방향 진동을 하는 보와 그 보의 미소요소에 대한 자유물체도

그림 3은 외팔보의 진동을 나타내고 있다. 즉, 변위 $w(x, t)$ 는 y 방향운동이다. 보는 사각형 단면적 $A(x)$, 넓이 h_y , 두께 h_z , 길이 L , 단위길이 당 질량 $m(x)$ 를 갖고 있다. 또한 보의 굽힘 강성은 $EI(x)$ 이며, E 는 보의 탄성계수이고 $I(x)$ 는 z -축에 대한 면적의 2차 모멘트이다. 여기서 보의 전단력과 모멘트에 관한 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x} dx + f(x, t) dx = m(x) dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} + V(x, t) = 0 \quad (2)$$

그런데 여기서 굽힘 모멘트와 굽힘 변형 사이의 관계는 다음의 식을 만족한다.

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (3)$$

식 (1), (2)를 식(3)에 대입하여 정리하면 다음의 식(4)와 같다.

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) + f(x, t) = m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

또한 고정단과 자유단에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{변위} = w(0, t) = 0 \quad (5)$$

$$\text{경사도} = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (6)$$

$$\text{굽힘모멘트} = EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (7)$$

$$\text{전단력} = \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] \Big|_{x=L} = 0 \quad (8)$$

변수분리를 통해

$$w(x, t) = W(x) \cdot Y(t) \quad (9)$$

라 놓고 식(9)를 식(4)에 대입하여 전개해보면 다음과 같은 공간에 대한 식을 얻게된다.

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (10)$$

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m}{EI}$$

여기서 일반해 $W(x)$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$W(x) = A \{ (\sin \beta L - \sinh \beta L)(\sin \beta x - \sinh \beta x) + (\cos \beta L + \cosh \beta L)(\cos \beta x - \cosh \beta x) \} \quad (11)$$

A: 적분상수

위의 식이 부정적해를 갖기 위한 조건으로부터 다음의 특성방정식을 얻게된다.

$$\cos \beta L \cdot \cosh \beta L = -1 \quad (12)$$

2.2 전달함수

본 연구에서는 진동체인 강철 외팔보를 제어하기 위한 구동기(Actuator)로 전자석을 이용하였으며 외팔보의 자유단쪽 ($x = x_a$)에 위치시켰다. 또한 센서를 $x = x_s$ 지점에 위치시켜 놓았다. 이 경우 $x = x_a$ 지점에서 전자석에 의해 힘이 가해졌을 경우 $x = x_s$ 지점에서의 변위가 일어나는데 힘에서부터 변위까지의 전달함수를 다음과 같이 구하였다. 아래의 그림 4는 전체 시스템의 블록도이다.

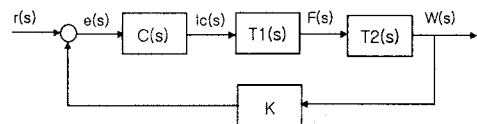


그림 4. 전체 시스템 블록도

i_c	제어코일에 흐르는 전류
I_0	기준코일에 흐르는 전류
B	자속밀도
μ_0	공기중의 투자율
R	자기저항
S	전자석의 단면적
$C(s)$	제어기의 전달함수
$T_1(s)$	제어코일과 전자력과의 전달함수
$T_2(s)$	전자력과 외팔보의 변위와의 전달함수
K	변위와 세선의 출력전압 사이의 계수

표 1. 기호표

2.2.1 변위함수의 직교성

두 개의 고유함수(Eigenfunction) $W_r(x)$ 와 $W_s(x)$ 는 질량밀도 $m(x)$ 에 대해서 서로 직교하는 특성을 갖는다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\int_0^L m(x) W_r(x) W_s(x) dx = \delta_{rs} \quad (13)$$

$$\delta_{rs} = \begin{cases} 0 & r \neq s \\ 1 & r = s \end{cases}$$

또한 다음의 식이 성립한다.

$$\int_0^L W_s(x) EI \frac{d^4 W_r(x)}{dx^4} dx = \omega_r^2 \delta_{rs} \quad (14)$$

2.2.2 시스템의 응답

균일한 보에 힘이 가해질 때의 진동미분 방정식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$-EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + f(x,t) = m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (15)$$

(0 < x < L)

또한 직교성에 의해 식(15)의 해는 다음과 같은 형태로 나타내어진다.

$$w(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} W_r(x) Y_r(t) \quad (16)$$

식(16)을 식(15)에 대입하여 전개해 정리하면

$$m \sum_{r=1}^{\infty} W_r(x) \ddot{Y}_r(t) + EI \sum_{r=1}^{\infty} W_r^{(4)}(x) Y_r(t) = f(x,t) \quad (17)$$

과 같이 나타내어진다.

여기에 $Y_r(x)$ 를 곱하여 (0 < x < L) 영역에 대해 적분하고 식(13)과 (14)를 이용해 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_r(t) + \omega_r^2 Y_r(t) &= Q_r(t) \\ Q_r(t) &= \int_0^L W_r(x) f(x,t) dx \end{aligned} \quad (18)$$

이 식은 댐핑(Damping)이 없을 경우에 대한 식이다. 하지만 실제시스템에서는 댐핑요소가 있기 때문에 이 항이 첨가되어야 한다. 댐핑요소를 첨가하여 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{Y}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{Y}_r(t) + \omega_r^2 Y_r(t) = Q_r(t) \quad (19)$$

또한 $x = x_a$ 지점에 작용하는 힘을 $f(x_a, t)$ 라 하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$f(x_a, t) = \delta(x - x_a) \hat{f}(t) \quad (20)$$

식 (20)을 식(19)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{Y}_r(t) + \omega_r^2 Y_r(t) \\ = \hat{f}(t) Y_r(x_a) \end{aligned} \quad (21)$$

전달함수의 정의에 의해 입력신호 $f(x_a, t) = \delta_{x=x_a}(t)$ 를 대입하여 라플라스 변환(Laplace Transform)을 하여 정리하면 다음과 같다.

$$Y_r(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2} W_r(x_a) \quad (22)$$

따라서

$$W(x,s) = W_r(x) \frac{W_r(x_a)}{s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2} \quad (23)$$

이 된다.

$x = x_a$ 지점에 힘 $\hat{f}(x_a, s)$ 가 가해질 때 임의의 지점 x 에서의 변위 $W(x, s)$ 까지의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{W(x,s)}{\hat{f}(x_a,s)} = \frac{W_r(x_a) W_r(x)}{s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2} \quad (24)$$

2.2.3 전압과 전자석 힘과의 관계

N회의 코일을 감은 전자석에 전류 I가 흐르게 하면 이 로인해 자속 Φ 가 생성된다.

$$F = F_\phi = F_I = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S} \quad (25)$$

여기서 $\Phi = BS$ 이므로 이를 위의 식(25)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$F = \frac{B^2 S}{\mu_0} \quad (26)$$

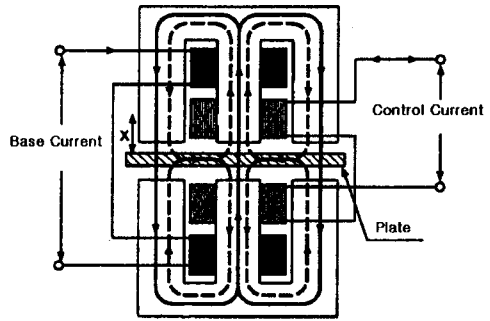


그림 5. 코일의 권선모양과 전류의 연결

이로부터 전자석의 힘은 자속밀도 B의 제곱에 비례함을 알 수 있다. 본 연구에서는 그림 5에서와 같이 외팔보의 진동을 제어하기 위해서 전자석을 빔의 위와 아래에 같은 거리에 설치하였다. 이는 자석은 철 성분의 물질을 잡아당기는 인력만이 작용하기 때문에 빔을 효과적으로 제어하기 위함이다. 여기에서 R을 자기저항(Reluctance), 두 자석의 자속을 각각 ϕ_1, ϕ_2 라 하면 두 자속 ϕ_1 과 ϕ_2 는 다음의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_1 = \frac{N(I_0 + i_c)}{R} \quad \phi_2 = \frac{N(I_0 - i_c)}{R} \quad (27)$$

여기에서 자속 ϕ_1 에 의한 자석의 힘을 F_1 이라 하고, 자속 ϕ_2 에 의한 자석의 힘을 F_2 라 하면 실제 자석에 미치는 전자석의 힘은 $|F_1 - F_2|$ 로 나타낼 수 있다. 위의 식들을 정리해 보면 다음과 같은 결과식을 얻는다.

$$F(t) = |F_1 - F_2| = \frac{4N^2 I_0 i_c(t)}{\mu_0 S R^2} \quad (28)$$

위 식에서 살펴보면 다른 항들은 모두 고정된 값이고 제어코일(Control coil)에 흐르는 전류만이 변하는 값이다. 전자석이 빔에 작용하는 힘은 제어코일에 흐르는 전

류의 값에 비례함을 알 수 있다. 이는 코일에 흐르는 전류와 자속밀도가 비례한다는 가정하에 계산한 것이다. 실제로 제작한 전자석에 흐르는 전류와 자속밀도와의 관계가 그림 6에서와 같이 측정결과 비례함을 확인할 수 있었다. 이로써 위의 전류와 힘과의 관계를 적용할 수 있다.

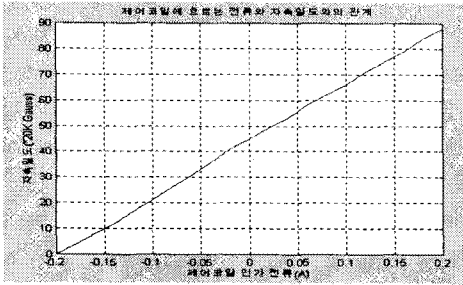


그림 6. B-I 관계

2.3 시스템의 전달함수

식 (28)에서 $i_c(t)$ 를 제외한 다른 값들은 모두 상수이다. 따라서 위 식 (28)을 라플라스 변환을 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(s) = |F_1 - F_2| = \frac{4N^2 I_0 I_c(s)}{\mu_0 S R^2} \quad (29)$$

식(29)를 식(24)에 대입하여 정리하면 다음의 전체 시스템의 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{W(x, s)}{I_c(s)} = \frac{4N^2 I_0}{\mu_0 S R^2} \cdot \frac{W_r(x_a) W_r(x)}{s^2 + 2\zeta_r \omega_r s + \omega_r^2} \quad (30)$$

3. 결 론

기계의 특성상 항상 발생하는 진동 현상을 줄이기 위한 능동적 제어 방법에 대한 연구가 많이 진행되고 있다. 하지만 진동 시스템의 비선형적 특성 때문에 시스템을 모델링하는데 많은 어려움을 겪고 있다. 지금까지 피에조 소자(Piezoelectric Material)을 이용한 진동 제어에 관한 연구는 많이 진행되어 왔지만 비접촉식 방법인 전자석을 이용한 제어 방법에 대한 연구는 미흡한 편이다. 본 연구에서는 비선형성을 보이는 자기력의 특성을 최소화해 선형적 특성을 나타내도록 여러번의 실험을 통해 전자석을 직접 제작하였고, 고정단-자유단의 형태를 갖는 외팔보를 진동 시스템으로 선택하여 연구하였다. 이러한 비선형적 대상 시스템을 정밀하게 제어할 수 있는 제어기의 설계는 앞으로 연구해야 할 과제이다.

본 논문은 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-00252) 지원으로 수행되었음

(참 고 문 헌)

- [1] Daniel J. Inman, "Engineering Vibration", Prentice Hall, 2001
- [2] David K Cheng, "Field and Wave Electromagnetics", Addition-Wesley, 1989
- [3] Okada, "Vibration control of thin steel sheet using flux feedback magnetic actuator", MOVIC

'98, Zurich, Switzerland, August 2528, Volume 3, 1998

- [4] Chang-Il Yang, "Design and control of 3 D.O.F actuator using the magnetic force of the electromagnet", 박사학위 논문, 연세대학교, 2000
- [5] Leonard Meirovitch, "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill Book Company, 1986