

유도전동기의 순시토크제어를 위한 피드포워드적 전압지령의 해석해

정석권 · 유상삼

부경대학교 기계공학부, 한국해양대학교 기계·정보공학부

Analytical Solution for Instantaneous Torque Control of an Induction Motor

S. K. Jeong and S. S. You

Pukyong National University, Korea Maritime University

Abstract - This paper describes an analytical solution of the voltage commands for instantaneous torque control of an I.M. The analytical solution is expressed as a simple explicit function of the instantaneous torque commands and motor speed. On the basis of the derived analytical solution, the maximum torque change rate of an I.M with a limited voltage-source is analyzed, and also the dynamic influence of rapid changes in motor speed on output torque derivations is investigated. The detailed results of these two analyses are approximated here in term of first-order linear differential equations, and their validities are confirmed through the demonstrative numerical simulations. This paper includes the simulation results of the instantaneous torque control with varied motor parameters for sensitivity analysis.

관하여 이 해석해를 이용하여 이론적으로 검토한다. 또한, 모터 파라미터 변동이 토크제어성능에 미치는 영향도 시뮬레이션을 통해 검토한다.

2. 본 론

2.1 I.M의 수학적모델과 순시토크

I.M의 상태방정식은 1차, 2차전류 x_1, x_2 와 전압 u 를 제어입력으로 식(2)로 표현된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} L_2 \\ -M \end{bmatrix} u \quad (2)$$

식(2)는 등가한 회로방정식으로 기술하면 아래와 같다.

$$u = (R_1 + L_1 D) x_1 + M D x_2 \quad (3)$$

$$0 = M(D - j\theta_c) x_1 + \{R_2 + L_2(D - j\theta_c)\} x_2 \quad (4)$$

또한, I.M의 순시토크 T 는 다음과 같이 표현된다.

$$T = p M I_m [x_1 \overline{x_2}] \quad (5)$$

2.2 순시토크제어를 위한 전압지령의 해석해

전류벡터는 문헌 (4)의 결과로부터, 매개변수 ω_s 를 도입하여 식(6), (7)로 표현할 수 있다.

$$x_1(t) = \frac{C}{\sigma^2} [R_2 + jL_2\omega_s] \exp\left(j\left(\int_0^t \omega_s dt + \theta_c\right)\right) \quad (6)$$

$$x_2(t) = \frac{C}{\sigma^2} [-jM\omega_s] \exp\left(j\left(\int_0^t \omega_s dt + \theta_c\right)\right) \quad (7)$$

이상의 전류벡터를 이용하면, 식(5)는 식(8)로 된다.

$$T(t) = K_t \omega_s(t), \quad K_t = \frac{p C^2 M^2 R_2}{\sigma^2} \quad (8)$$

전압지령의 해석해는 식(3)에 식(6), (7)을 대입하여,

$$u = \left\{ (h_1 - \omega_s \omega_r) + j\left(\frac{d\omega_s}{dt} + \theta_c h_2 + \omega_s h_3\right) \right\} \times C \exp\left(j\left(\int_0^t \omega_r dt + \theta_c\right)\right) \quad (9)$$

$$\omega_r = \theta_c + \omega_s, h_1 = \frac{R_1 R_2}{\sigma^2}, h_2 = \frac{R_2 L_1}{\sigma^2}, h_3 = \frac{R_1 L_2 + R_2 L_1}{\sigma^2}$$

로 되고, ω_s 대신 T^* 를 대입, 정리하면 다음 식과 같이 되어 결과적으로 서론에 제기한 식(1)의 함수로 된다.

$$u = \left\{ h_1 - \frac{T^*}{K_t} \left(\frac{T^*}{K_t} + \theta_c\right) + j\left(\frac{1}{K_t} \frac{dT^*}{dt} + \theta_c h_2 + \frac{T^*}{K_t} h_3\right) \right\} \times C \exp\left(j\left(\frac{1}{K_t} \int_0^t T^* dt + \theta_c\right)\right) \quad (10)$$

1. 서 론

I.M의 고성능제어에 있어 중요한 평가기준의 하나는 순시토크 제어성능이며, 이의 향상을 위해서는 I.M의 토크가변시 발생하는 과도전류의 발생을 적절히 제어할 필요가 있다. 그러나, 종래의 연구에서는 과도전류의 억제수단을 이론적으로 해명하고 이에 기초한 제어치를 제안한 예는 거의 없다.

저자는 펄스전압을 정현파전압에 인가함으로써, 근사적으로 두 과도항을 동시에 소거하는 제어수법을 제안하고, 실기실험을 통해 그 제어성능을 검증한 바 있다. 그러나, 도출된 전압지령은 복잡한 근사조작에 의해 유도된 관계로 직관적인 이해가 어렵고 또 I.M의 속도변동시의 영향에 대한 검토가 다소 미진하였다. 이를 보완하기 위해 본 논문에서는 I.M의 순시토크제어를 위한 전압지령에는, 양함수로서 기술가능한 해석해가 존재함을 보인다. 이 해석해 u 의 일반적인 형식은 식(1)과 같이, 토크지령 T^* 와 그 미분치, 적분치, 그리고 회전각 θ_c 와 회전속도와와의 양함수로서 완전히 표현된다.

$$u = f\left(\dot{T}^*, T^*, \int T^* dt, \theta_c, \dot{\theta}_c\right) \quad (1)$$

이 해의 특징은 I.M의 1차·2차측 전류정보를 전혀 필요로 하지 않는 점이다. 본 논문에서 도출한 전압지령에 기초하면, 인버터의 전압지령은 식(1)에 의해 피드포워드적으로 결정할 수 있다. 따라서 I.M의 전기적 시정수보다도 짧은 시간을 대상으로 하는 제어나 피드백에 의한 전류제어의 시간지연이 문제시되는 고도의 속응성이 요구되는 제어에, 본 해석해의 적용이 기대된다. 그리고, 본 논문에서는 전원전압에 상한이 존재하는 경우의 순시토크 최대변화율과 속도정보에 과도적인 입력오차가 있는 경우, 이것이 순시토크제어에 미치는 영향에

2.3 순시토크제어의 수치시물레이션

시물레이션시에 가정된 I.M의 정격치와 회로정수를 Table 1에 보인다. 식(9)를 구하기 위해, 실정수 C를 Table 1의 정격치와 식(8)로부터 이하와 같이 결정한다.

$$C = \frac{\sigma^2}{M} \sqrt{\frac{1}{pR_2} \frac{T_{rate}}{\omega_s rate}} = 0.00265 \quad (11)$$

Table 1. Rated values and constants of the I.M

rated voltage	200v(50Hz)	R_1	0.58Ω
rated output	2.2 kW	R_2	1.58Ω
rated slip	50.3 rad./sec	L_1	100.0 mH
rated torque	16.67 Nm	L_2	108.8 mH
pole pair number	2	M	100.4 mH

Fig. 1은 본 시물레이션에서 가정된 토크지령으로, 100ms 동안 토크 파형이 문자 YNU를 그리도록 제어한다. Fig. 2는 전제로한 I.M의 속도추이로서, 속도변화의 영향을 검토하기 위해, 40ms 동안에 0~1200rpm까지 상승하고, 그 후 약 600rpm까지 지수함수적으로 저하하는 극단적인 속도변화를 가정한다. 또한, 본 시물레이션에서는 토크지령치와 속도정보만을 알면 해석해가 얻어지는 점을 강조하기 위해, 토크지령파형과 속도추이를 미리 가정하였다. 한편, Fig. 3은 Fig. 1의 토크지령 파형과 Fig. 2의 속도추이에 대응하는 전압파형을 식(9)로 계산한 결과이다. 여기서 초기위상 θ^0 은 0으로 하였다.

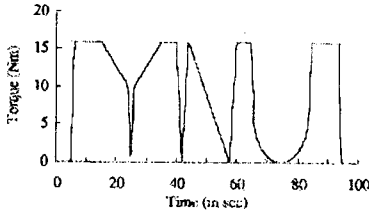


Fig. 1 Assumed instantaneous torque command

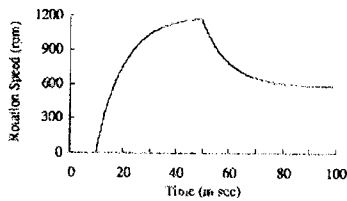


Fig. 2 Assumed time profile of the motor speed

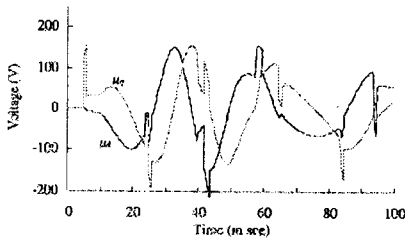


Fig. 3 Computed primary voltage

Fig. 3과 Fig. 1을 비교하면 토크지령치가 급격히 변화하는 시점에서 전압이 크게 변화하고 있음을 알 수 있다.

식(10)과 식(6), (7)의 비교를 통해 알 수 있듯이, a-b좌표계에 있어서 전압 u_r 는 다음 식으로 표현된다.

$$u_r = u_a + ju_b = \left\{ (h_1 - \omega_s \omega_p) + j \left(\frac{d\omega_s}{dt} + \theta_e h_2 + \omega_s h_3 \right) \right\} C \quad (12)$$

2.4 전압지령의 해석해에 관한 고찰

2.4.1 전압제한 하에서의 최대 토크변화율

전압제어형 인버터를 이용하여 I.M를 구동하는 경우, 출력가능한 전압에는 상한치가 존재한다. 전압 제한하에서 순시토크 최대변화율은 식(12)에 의해 $U^2 = u_a^2 + u_b^2$ 이고, ω_s 의 시간미분항을 구함으로써, 쉽게 계산된다.

$$\frac{d\omega_s}{dt} = -\theta_e h_2 - \omega_s h_3 \pm \sqrt{\frac{U^2}{C^2} - (h_1 - \omega_s \omega_p)^2} \quad (13)$$

여기서, 식(8)에 의해 식(13)을 순시토크 T에 관하여 미분방정식으로 변환하면 이하와 같이 된다.

$$\frac{dT}{dt} = K_t \left(\pm \sqrt{\frac{U^2}{C^2} - (h_1 - \omega_s \omega_p)^2} - h_2 \theta_e \right) - h_3 T \quad (14)$$

1차측전압의 절대치가 대개 u_b 의 크기에 의해 결정되므로, 식(14)의 근사적인 다음의 선형미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dT}{dt} \approx K_t \left(\pm \frac{U}{C} - h_2 \theta_e \right) - h_3 T \quad (15)$$

2.4.2 속도변동이 순시토크에 미치는 영향

회전속도를 검출하여, 전압지령에 반영하기까지는, 시간지연이 따르게 된다. 이 때문에, I.M의 속도가 급격히 변화하는 경우, 과도적인 속도변동이 순시토크제어에 미치는 영향을 고려할 필요성이 있다.

우선, 속도정보가 시간지연 없이, 제어에 반영되는 경우의 1차전압과 전류벡터를 각각 u^0, x^0 로 정의하고, 전류가 이상적으로 제어되는 것을 가정하면, 1차, 2차 축의 각 전류벡터는, 식(6)과 (7)로부터 다음과 같이 된다.

$$x_1^0 = \frac{C}{\sigma} (R_2 + jL_2 \omega_s), \quad x_2^0 = \frac{C}{\sigma} (-jM \omega_s) \quad (16)$$

다음은, 과도적인 입력오차를 포함한 실제의 전압지령을 u^* , 이상적인 전압지령을 u^0 로 두면, 두 전압간의 차 δu 는, $\delta u = u^* - u^0$ 로 된다. δu 에 의해 발생하는 전류벡터의 오차를 δx , 실제의 전류벡터를 x 로 하면, 이들의 관계는 다음 식으로 된다.

$$x_i = x_i^0 + \delta x_i \quad (i = 1, 2) \quad (17)$$

여기서, 대상으로 하는 지연시간(제어주기)의 길이 Δt 가 I.M의 전기적 시정수보다 짧은 것으로 하면, 전류벡터의 오차 δx 는 식(2)의 시스템 행렬에 관한 항의 영향이 무시 가능하므로, 근사적으로 이하와 같이 구해진다.

$$\delta x_1 = \frac{L_2}{\sigma_2} \int_0^{\Delta t} (\delta u_d + j\delta u_q) dt, \quad \delta x_2 = \frac{-M}{\sigma_2} \int_0^{\Delta t} (\delta u_d + j\delta u_q) dt \quad (18)$$

그리고, 실제의 순시토크 T의 동적인 거동을 고려하기 위해, 식(5)의 시간미분을 구한 후, 식(16), (17), (18)을 대입하여 정리하면, 결국 다음 식을 얻는다.

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{R_1 L_2 + R_2 L_1}{\sigma^2} T - K_t h_3 \left(\frac{R_2 L_1}{\sigma^2} + \frac{1}{C} \int_0^{\Delta t} \delta u_d dt \right) + \frac{K_t}{C} u_q^* \quad (19)$$

위 식의 u_q^* 는, 식(8)과 식(9)에서 구하고, 적분시간 Δt 가 매우 짧으면, $\delta u_d (= \delta u_q)$ 자체도 비교적 작게 되므로, δu_d 의 적분에 관한 항이 무시 가능한 것으로 한다. 그러면, 식(19)는 다음과 같이 된다.

$$\frac{dT}{dt} \approx -h_3 T - K_t h_2 \theta_e + \frac{dT^*}{dt} + K_t h_2 \theta_e^* + h_3 T^* \quad (20)$$

실제의 순시토크 T 와, 순시토크지령치 T^* 사이의 오차를 $\delta T (= T - T^*)$ 로 하면, δT 의 동적거동은 근사적으로 다음의 1계 선형미분방정식으로 표현된다.

$$\frac{d\delta T}{dt} = -h_3 \delta T + h_2 K_f (\dot{\theta}_e^* - \dot{\theta}_e) \quad (21)$$

다음으로, 모터속도가 급격히 변화할 때의 속도정보의 과도적인 입력오차가, 순시토크제어에 미치는 동적인 영향을 수치 시뮬레이션을 통하여 검토한다.

본절에는 Fig. 2에서와 같이, 속도변동의 영향이 크게 나타나도록, Fig. 4와 같은 다소 극단적인 속도변동을 가정한다. Fig. 4에서 실선은 실제속도를 점선은 제어에 이용한 속도를 나타낸다. 즉, 식(9)를 이용해서 전압지령을 생성할때 이용되는 속도정보는 실제의 회전속도를 0.5ms 마다 평균한 속도로 하고, 산출된 평균속도는 0.5ms 후의 전압지령을 생성하기 위해 사용되는 것으로 한다.

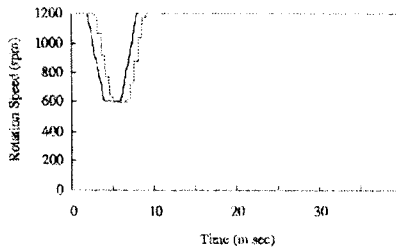


Fig. 4 Assumed rapid variation in the speed

이와 같은 속도변동과 속도정보의 과도적인 입력오차를 가정한 경우의 순시토크 변동의 계산결과를 Fig. 5에 보인다. Fig. 5에서는 실선부가 엄밀해, 점선부가 근사해에 의한 토크응답을 나타낸다. 동 그림에서의 응답 계산시, 엄밀해는 식(2)의 상태방정식을 수치적분에 의해 직접 해를 구한 것이고, 다른 쪽의 근사해는 식(21)의 미분방정식을 초기치 $\delta T = 0$ 로 풀어서 구한 것이다.

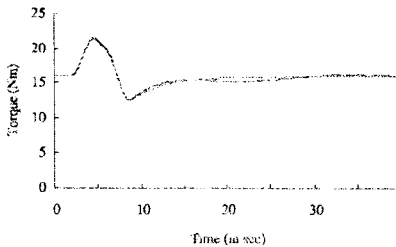


Fig. 5 Torque deviation due to rapid speed variation

Fig. 5에서, 엄밀해 쪽에는 후반부에 완만한 진동현상이 나타나고 있기는 하지만, 양자의 차이는 아주 근소한 것으로서 식(21)에 의한 근사해법에 의해서도 충분히 타당한 영향평가가 가능함을 알 수 있다.

2.4.3 모터 파라미터 변동 영향

본 절에서는 실제의 모터 파라미터가 전압지령을 구하기 위해 상정한 값과 다른 경우에 있어서 토크제어의 수치 시뮬레이션 결과를 보임으로써 모터 파라미터 변동이 주는 영향의 대체적인 경향을 검토하고자 한다. 여기서의 수치 시뮬레이션에서도 Fig. 1, Fig. 2에서 나타난 순시토크 지령과 회전속도의 추이를 가정한다.

Fig. 6은 R_2 가 10%증가한 경우의 토크제어 결과를, Fig. 7은 L_1, L_2, M 이 동시에 10%증가한 경우의 토크제어 결과를 각각 보인다. 계산결과에서 보듯이, 모터

파라미터에 변동이 있으면, 토크의 제어특성이 다소 열화함을 알 수 있다. 특히, Fig. 7에서는 L_1, L_2, M 의 인덕턴스 성분의 변동은 순시토크제어 특성에 큰 영향을 주고 있음을 알 수 있다. 종래의 토크제어 수법에 있어서, 2차저항 R_2 의 온도변화에 수반한 변동이 문제시 되어 왔다. Fig. 6에서 보면, 본 논문에서의 전압지령으로 제어할 경우 R_2 의 미소한 변동오차는 순시토크의 제어특성을 크게 손상시키지는 않는 것으로 생각된다.

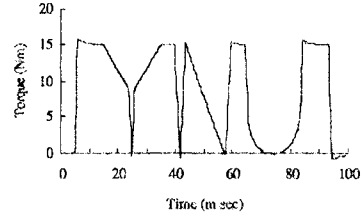


Fig. 6 Computed torque with 10% increase in R_2

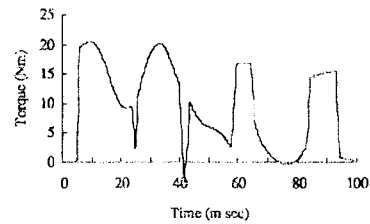


Fig. 7 Torque with 10% increase in L_1, L_2 and M

3. 결 론

본 논문에서는 I.M의 순시토크 제어에 있어서 전압지령에는 양함수로 기술가능한 해석해가 존재함을 보였다. 또한, 이 해석해에 근거하여 전전압에 제한이 있는 경우의 순시토크의 최대 변화율과 I.M의 속도변동이 순시토크제어에 미치는 영향을 이론적으로 검토하고 각종의 평가 근사식을 도출하였다. 또 I.M의 파라미터 변동이 토크제어 특성에 미치는 영향도 검토하였다.

이 해석해를 직접 이용한 전압제어에 의한 순시토크제어의 실용화를 위해서는 2.4절에서 언급한 I.M의 파라미터 변동 등의 제반 문제가 선결되어야 한다. 이 경우, 본 해석해에 근거한 제어법은 I.M의 전기적 시정수보다도 짧은 시간을 대상으로 하는 제어나 피드백에 의한 전류제어의 시간지연이 문제시되는 고도의 속응성이 요구되는 제어에 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

(참 고 문 헌)

- [1] I. Boldea and S.A. Nasar, "Vector Control of AC Drives", CRC Press, Chapter 4, 1992
- [2] 山村, 中川, 河村, "磁界加速法制御による誘導電動機の電壓制御", 電學論B, Vol. 104, No. 7, pp. 449~453, 1984
- [3] S.K. Jeong, Y. Fuji, T. Sekiguchi, H. Kobayashi and K. Fujikawa, "A Method to Realize Very Quick Torque Control of Induction Motors in Voltage-Controlled System", Proc. Int. Workshop on Advanced Motion Control, pp. 321~328, 1994
- [4] 鄭, 藤井, 關口, "電壓制御形インバータによる誘導電動機のトルク速應制御", 電學論D, Vol. 115, No. 4, pp. 394~401, 1995
- [5] S.K. Jeong, T. Sekiguchi, H. Kobayashi and K. Fujikawa, "A Method to Eliminate Transient Torque of Induction Motors", Proc. Int. Conf. on Power Conversion, pp. 456~460, 1993