

유연한 레일을 갖는 자기부상시스템의 부상제어

·김종문, 김석주, 김춘경, 김국현
한국전기연구소 계측제어연구그룹

Suspension Control of a Magnetic Suspension System with a flexible rail

·Kim, Jong-Moon, Kim, Seog-Joo, Kim, Choon-Kyung, Kim, Kook-Hun
Korea Electrotechnology Research Institute, Instrumentation and Control Research Group

Abstract - In this paper, a suspension controller of a magnetic suspension system with a flexible rail is designed and presented. The designed controller is validated by some kinds of numerical simulations.

각각 입력과 출력으로 하는 비선형 방정식을 공칭 공극 z_c , 공칭 전류 i_c 에서 선형화 과정을 거쳐 식 (1)과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

1. 서 론

자기부상 시스템은 비접촉으로 대상체를 부상시켜 추진 또는 회전시키는 시스템을 말하며, 그 종류는 부상원리에 따라 흡인식과 반발식으로 크게 나눌 수 있는데 여기서는 흡인식 부상방식을 대상으로 한다. 일반적으로 흡인식 부상방식은 상전도 마그네트에 의해 구현되나, 제어 관점에서 보면, 매우 큰 비선형성과 불안정 제어특성 그리고 파라미터 변동 등 많은 제어문제를 가지고 있다[1]. 또한 자기부상 시스템의 레일이 유연하거나, 자기베어링에서 회전속도가 매우 커지게 되면 회전축이 휘어져서 제어가 힘들어 지게 된다.

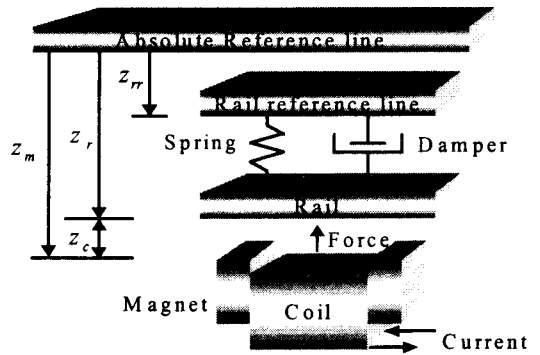


그림 1. 마그네트 및 유연 레일 시스템
Fig. 1. Magnet and flexible rail system

본 논문에서는 이러한 제어문제를 해결하기 위한 하나의 방법으로서, 레일의 유연한 모드를 제어하기 위한 부상제어기 중 하나로 H_∞ 제어기[2]를 채택하였다.

H_∞ 제어기는 상태공간식에서 최적 해를 구하게 되며 비모델화 성분, 각종 외란 등을 설계 단계에서 고려할 수 있다는 장점이 있고, MATLAB과 같은 소프트웨어 툴에 의해 쉽게 설계가 가능하다.

본 논문의 내용은 다음과 같다. 먼저 유연한 레일을 갖는 자기부상 시스템에 대한 모델링을 하였고, 이 모델에 대한 H_∞ 제어기를 설계한 후 시뮬레이션을 하였다. 제어기 설계는 두 가지로 나누어 수행하였는데, 유연한 레일 성분을 제어대상 플랜트에 고려된 경우와 고려 안 한 경우를 나누었다. H_∞ 제어기의 제어성능을 확인하기 위하여 기준입력을 스텝으로 변화시킨 경우 및 힘 외란을 스텝으로 가한 후 공극의 변화를 살펴보았다.

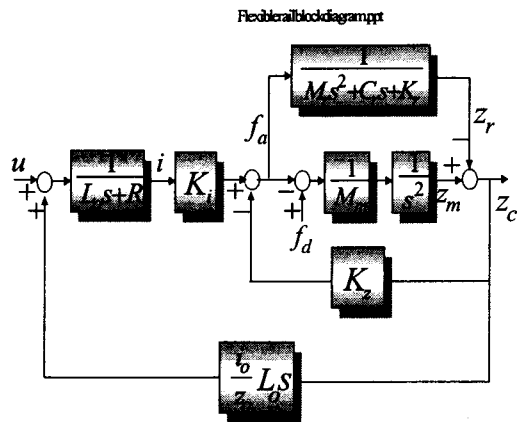


그림 2. 자기부상 시스템의 블록 다이어그램
Fig. 2. Block diagram of a magnetic suspension system

2. 본 론

2.1 자기부상 모델링

그림 1의 자기부상 시스템의 모델링은 레일이 유연하고, 누설자속이 없다는 가정하에 이루어져 있다. 상태변수는 마그네트와 레일 사이의 공극 $z_c(t)$ 와 속도 $\dot{z}_c(t)$, 레일의 변위 $z_r(t)$ 와 속도 $\dot{z}_r(t)$ 그리고 마그네트 전류 $i_1(t)$ 등 모두 5개이며, 부상제어기로부터의 제어입력 $u(t)$ 와 공극 $z_c(t)$ 를

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) = [z_c \ \dot{z}_c \ z_r \ \dot{z}_r \ i_1]'$ 이고,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (a_m + \alpha_r)\gamma & 0 & \omega_{nr}^2 & 2\xi_r\omega_{nr} & a_m + \alpha_r \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\alpha_r & 0 & -\omega_{nr}^2 & -2\xi_r\omega_{nr} & -\alpha_r \\ 0 & -\gamma & 0 & 0 & -R/L_o \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ L_o]'$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D = 0$$

이며, 각 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\alpha_r = \frac{\beta}{M_r}, \quad \omega_{nr} = \sqrt{\frac{K_r}{M_r}}, \quad \xi_r = \frac{C_r}{2\sqrt{M_r K_r}}, \quad a_m = \frac{\beta}{M_m},$$

$$\gamma = \frac{i_o}{z_o}, \quad \beta = \frac{2\alpha\gamma}{z_o}, \quad \alpha = \frac{\mu_0 N^2 A}{4}$$

그리고, 레일의 파라미터 C_r 과 K_r 는 각각 댐핑 상수 및 스프링 상수로서, 레일 감쇠계수 ξ_r 과 레일 자연각주파수 ω_{nr} 에 의해 구해진다.

$$\begin{aligned} C_r &= 2\xi_r\omega_{nr}M_r \\ K_r &= \omega_{nr}^2 M_r \end{aligned} \quad (4)$$

각 플랜트 파라미터의 값은 표 1에 표시하였다.

식 (1)의 상태방정식을 전달함수 형태로 고치면 상전도식 자기부상 시스템의 극점이 s 평면의 오른쪽에 위치하여 개루프 불안정하다는 것과 선형화 과정에서 공극, 전류 및 힘 사이에 비선형성이 강하다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 레일이 강체이면 3차 시스템으로 모델링이 가능하지만, 실제적인 자기부상시스템에서는 유연한 레일이 대부분이기 때문에 이를 고려하면 식 (1)의 상태방정식처럼 고차의 모드가 나타나게 된다. 본 논문에서는 레일의 동역학을 2차 시스템으로 근사적으로 모델링하였고, 그 결과, 자기부상 시스템은 모두 5차 시스템이 된다. 그리고, 전류 제어 루프에서 제어입력의 응답을 빠르게 하기 위해 전류 피드백을 하였다.

2.2 제어기 설계 [3]

H_∞ 제어를 설계하기 위하여 그림 3과 같은 피드백 제어기를 포함한 폐루프 시스템을 고려한다. 여기서 플랜트와 제어기 전달함수행렬 G , K , 가중함수 W_1 , W_3 모두 정방행렬이다.

전달함수행렬이 $G(s)$ 로 주어지는 동역학 시스템의 H_∞ 노름(norm)은 다음과 같이 정의된다.

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (5)$$

W_1 , W_3 는 각각 오차 신호, 출력 신호에 대한 가중함수이고, Sensitivity Matrix S 와 Complementary Sensitivity Matrix T 는 다음과 같이 정의된다.

$$S = (I + GK)^{-1} \quad (6)$$

$$T = GK(I + GK)^{-1} = I - S(s) \quad (7)$$

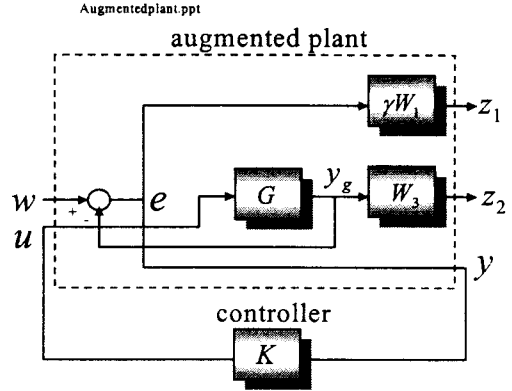


그림 3. 플랜트, 제어기 및 가중함수
Fig. 3. Plant, Controller, and Weighting Functions

S 와 T 는 항상 위의 조건을 만족시켜야 하므로, 전주파수 영역에서 추종성능과 모델링 오차에 대한 강인성을 함께 개선시킬 수는 없다. 그리고 외란 제거 규격과 강인 안정 규격은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) < |\gamma^{-1}W_1^{-1}(j\omega)| \quad \text{for all } \omega \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}(T(j\omega)) < |W_3^{-1}(j\omega)| \quad \text{for all } \omega \quad (9)$$

일반적으로 가중함수 W_1 과 W_3 외에 제어입력에 대한 가중함수 W_u 도 고려하지만, 이 논문에서는 설계를 간략화하기 위하여 포함하지 않았다.

H_∞ 제어기 설계문제는 식 (10)의 T_{zw} 를 내부적으로 안정화시키면서 다음과 같이 강인성과 성능에 대한 H_∞ 노름을 최소화하는 제어기 K 를 구하는 문제로 간략화될 수 있다.

$$\|T_{zw}\|_\infty \leq 1 \quad (10)$$

식 (10)의 $T_{zw} = \begin{bmatrix} \gamma W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix}$ 는 폐루프 전달함수로서, weighted mixed sensitivity function이 된다.

본 논문에서는 파라미터 γ , k_1 , k_3 와 가중함수 W_1 과 W_3 을 식 (11)과 같이 정하였다. 파라미터 k_1 는 기준입력에 대한 정상상태오차의 크기에 영향을 주고, k_3 는 폐루프 시스템의 대역폭과 직접 상관이 있다. 따라서, 폐루프 시스템에 대한 제어 성능 및 강인성 관련 규격과 관련하여 이 파라미터를 설정하면 설계자가 원하는 응답을 얻을 수 있게 된다.

$$W_1(s) = \frac{\gamma}{k_1} \frac{(t_n s + 1)^2}{(t_d s + 1)^2} \quad (11)$$

$$W_3(s) = k_3 s^3$$

여기서 $\gamma = 1$, $k_1 = 0.015$, $t_n = 0.0159$, $t_d =$

0.159, $k_3 = 10^{-8}$ 이다.

2.3 시뮬레이션 결과

2.3.1 시스템 파라미터

본 논문에서 사용된 단일자석 자기부상 시스템의 전자석, 레일, 파워 앰프의 각 파라미터는 표 1과 같다.

표 2. 시스템 파라미터
Table 1. System Parameters

| 파라미터 | 값 | 단위 |
|-------------------------|-------|----------|
| 마그네트 무게 M_m | 3.3 | kg |
| 전류 계수 K_i | 36.3 | N/A |
| 공극 계수 K_z | 15615 | N/m |
| 저항 R | 3.4 | Ω |
| 공칭 인덕턴스 L_o | 0.28 | H |
| 마그네트 극 길이 l_m | 0.085 | m |
| 마그네트 극 폭 l_w | 0.012 | m |
| 코일 권선수 N | 726 | 회 |
| 레일 등가 무게 M_r | 30.0 | kg |
| 레일 댐핑 계수 ζ_r | 0.02 | |
| 레일 자연각주파수 ω_{nr} | 100.5 | rad/sec |
| 공칭 제어전압 v_o | 1.25 | V |
| 공칭 공극 z_o | 0.004 | m |
| 공칭 전류 i_o | 1.72 | A |
| 초퍼 이득 K_{ch} | 5.0 | |
| 전류 이득 K_b | 1.0 | V/A |

2.3.2 시뮬레이션 결과

H_∞ 제어기의 제어성능을 확인하기 위하여 본 논문에서는 먼저, 레일의 유연한 성분을 고려 안 한 경우(Case 1)와 고려 한 경우(Case 2)로 나누어 제어기를 설계한 후에, 각각의 경우에 대하여 입력추종성능과 플랜트 입력외란제거에 관한 시뮬레이션을 하였으며, 이 때는 모두 유연한 레일을 포함시켰다. 시뮬레이션은 MATLAB/Simulink [4]로 하였으며, 입력추종의 경우 자기부상시스템의 기준 입력을 0.1초에서 4mm에서 5mm로 1mm 증가시켰고, 외란제거성능의 시뮬레이션은 전자석에 가해지는 힘외란을 스텝 형태로 변화시켰고, 그 크기는 전자석 무게의 50%에 해당한다.

가. 레일의 유연한 성분을 고려 안 한 경우

여기서는 레일이 강체라고 가정하고 H_∞ 제어기를 설계하였다. 레일의 동역학이 무시되므로, 플랜트는 3차 시스템이 된다. 그림 4는 설계된 H_∞ 제어기의 보드 선도이다. 식 (11)에서 k_1 이 0.015이므로 제어기의 저주파 영역에서 일정한 크기를 유지하게 됨으로써, 기준입력에 대한 정상상태오차를 약 1.5% 정도로 유지하게 된다. 또한

6~100 Hz 영역에서 미분 동작이 있어서 댐핑 특성은 존재한다.

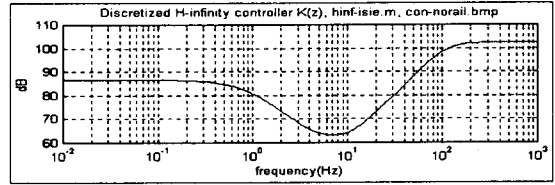


그림 4. Case 1: 설계된 H_∞ 제어기의 보드 선도

Fig. 4. Case 1: Bode diagram of the designed H_∞ controller.

그림 5는 레일의 유연 성분을 고려 안 한 경우의 스텝 기준입력 변화에 대한 공극응답이다. 그림 4에서 레일의 유연 모드를 제어하기 위한 동작이 크지 않기 때문에 그림 5의 시간응답에서도 진동이 약 0.4초 동안 지속되고 있다. 그림 6은 힘 외란을 가한 후의 공극응답이며, 역시 진동이 약 0.3초 동안 지속되고 있다는 것을 알 수 있다.

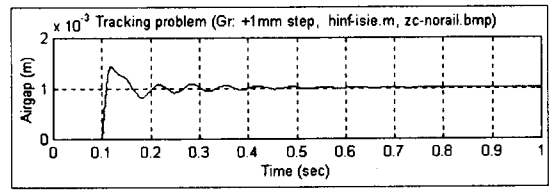


그림 5. Case 1: 스텝기준입력 가한 경우의 공극과형

Fig. 5. Case 1: Airgap waveform in case of gap reference change.

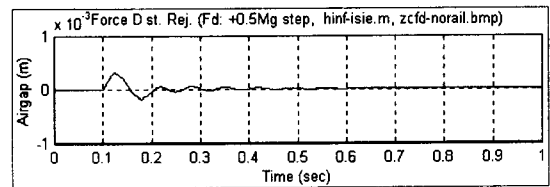


그림 6. Case 1: 스텝힘외란 가한 경우의 공극과형

Fig. 6. Case 1: Airgap waveform in case of force disturbance change.

나. 레일의 유연한 성분을 고려 한 경우

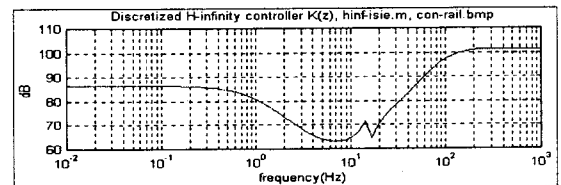


그림 7. Case 2: 설계된 H_∞ 제어기의 보드 선도

Fig. 7. Case 2: Bode diagram of the designed

H_∞ controller.

이 절에서는 H_∞ 제어기를 설계할 때, 레일의 유연한 모

드를 고려한 경우에 대한 결과를 보여 준다. 그림 4와 달리, 그림 7에서는 약 16Hz 부근에서 레일의 유연 모드를 제어하기 위한 동작이 있음을 알 수 있다.

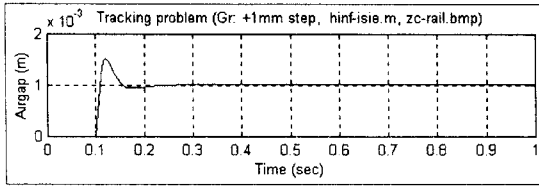


그림 8. Case 2: 스텝기준입력 가한 경우의 공극파형
Fig. 8. Case 2: Airgap waveform in case of gap reference change.

그림 8은 그림 7의 제어를 사용한 경우, 스텝 형태의 기준 입력 변화에 대한 공극응답을 보여 준다. 그림 5보다는 댐핑이 매우 빠르다는 것을 알 수 있고, 레일의 유연한 모드가 나타나지 않음을 확인할 수 있다.

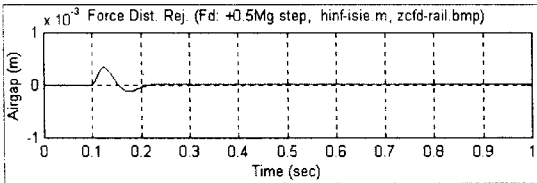


그림 9. Case 2: 스텝힘외란 가한 경우의 공극파형
Fig. 9. Case 2: Airgap waveform in case of force disturbance change.

그림 9는 역시 레일을 고려한 경우로서, 스텝 형태의 힘 외란을 가했을 때의 공극응답을 보여 준다. 그림 6의 결과 보다는 댐핑 특성이 우수하다는 것을 알 수 있다.

3. 결 론

지금까지 유연한 자기부상 시스템의 H_∞ 제어에 관한 시뮬레이션 결과를 보였다. 그 결과로서, 자기부상 시스템의 유연한 레일 성분을 제어기 설계때 고려하게 되면, 레일의 0.02 정도의 댐핑 특성을 능동적으로 제어할 수 있어서 매우 우수한 제어 성능을 얻을 수 있었다.

앞으로는 PID 제어기와 같은 기존의 제어기와 LMI(Linear Matrix Inequality)-based H_∞ 제어기와 같은 새로운 제어기를 동일한 성능지수를 이용하여 비교함으로써, 더 강인하고 성능이 우수한 부상제어기를 설계하는 데, 많은 관심을 갖고자 한다.

[참 고 문 헌]

- [1] P.K. Sinha, *Electromagnetic suspension: dynamics and control*. Stevenage, U.K. Peregrinus, 1987.
- [2] K. Glover and J.C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity", Syst.

- Control Letter, vol.11, pp.167-172, 1988.
- [3] M. Fujita, F. Matsumura, and M. Shimizu, " H_∞ robust control design for a magnetic suspension system," *2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, pp.349-356, July 12-14, 1990, Tokyo, Japan.
- [4] *Robust control toolbox, ver 2.0.6*, The Mathworks, 1998.
- [5] *VxWorks User's Guide*, The WindRiver, 1996.