

압전 변압기의 유한 요소 해석

주현우, 이창환, 정현교
서울대학교 전기역학연구소

Finite Element Analysis of piezoelectric transformer

Hyun-Woo Joo, Chang-Hwan Lee, Hyun-Kyo Jung
School of Electric Eng. Seoul National Univ.

Abstract - 본 논문에서는 유한 요소법을 이용하여 계산한 압전체의 임피던스 및 기계적인 변위값을 실험적으로 검증하였으며 이를 압전 변압기에 적용하여 압전 변압기의 공진 특성 즉 전기적인 임피던스 및 공진 모드를 해석하였다. 압전 변압기가 공진 모드에서 동작될 때 압전체의 손실을 결정하는 인자인 기계 품질 계수(Q_m) 및 유전 손실 인자($\tan \delta$)를 유한 요소법을 통해 계산하였으며 이를 이용하여 압전 변압기의 기계적인 진동에 의한 손실 및 유전 손실을 계산하였다.

($\tan \delta$)의 함수로써 구현된다[2][3].

본 논문에서는 유한 요소법을 이용한 압전체의 임피던스 및 기계적인 변위의 결과를 실험에 의한 검증을 통해 본 논문에서 적용된 유한 요소법의 과정이 타당함을 보이며 이를 이용해서 압전 변압기의 공진 특성을 규명할 것이다. 또한 기계 품질 계수(Q_m) 및 유전 손실 인자($\tan \delta$)를 유한 요소법을 이용하여 계산하고 이를 통해 기계적인 진동에 의한 손실 및 유전 손실이 계산된다.

1. 서 론

1957년 Rosen에 의해 제안된 압전 변압기는 압전체의 적은 손실, 높은 전기-기계 결합 계수, 소형화의 이점을 이용한 장치이다. 소형화, 경량화 및 높은 주파수 대역에서의 동작등의 장점을 가지는 압전 변압기는 고주파 영역에서의 동작이 요구되는 전원 공급 장치 및 note book panel 등과 같은 분야에의 적용을 위해 연구되고 있다.

압전 변압기가 Rosen에 의해 제안된 이래 이를 효과적으로 해석하기 위한 방법으로 전기 등가 회로에 의한 방법이 주를 이루고 있으나 최근에 압전 변압기의 형상 및 전극의 구조가 복잡해지며 또한 수치 해석법에 의한 최적 설계의 요구에 따라 유한 요소법을 이용한 수치 해석법이 등가 회로법에 의한 해석에 비해 더 효율적인 방법이라고 할 수 있다.

그림. 1은 각각 화살표 방향으로 분극된 구동부와 발전부로 구성되어 있는 압전 변압기의 구조를 나타낸다. 입력측에 전압이 인가되면 구동부와 발전부에 같은 전계가 형성되지만 전계 경로의 길이가 발전부에서 더 크기 때문에 출력측에 승압된 전압이 발생된다.

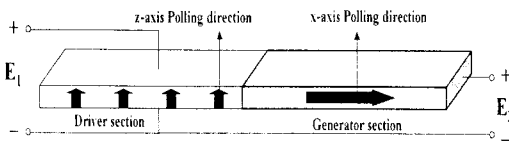


그림 1. 압전 변압기의 구조

압전 변압기에서의 전기 에너지 변환은 압전체의 공진 특성에 의한 진동에 의해 이루어진다. 압전 변압기의 손실은 기계적인 진동에 의한 손실, 유전 손실 및 압전 손실에 의한 것이며 압전 손실은 기계적인 진동에 의한 손실 및 유전 손실에 비해 상당히 작은 값을 가지므로 압전 변압기에서의 손실은 크게 위의 2가지 영향에 의한 것이라 할 수 있다[1]. 이들 손실은 압전 변압기의 공진 특성에 의한 기계 품질 계수(Q_m) 및 유전 손실 인자

2. 유한 요소 정식화

행렬식 (1)은 압전체에서 기계적인 물리량과 전기적인 물리량의 상관관계를 표현하는 식으로 압전체의 유한 요소 정식화의 기본이 되는 식이다[4].

$$\begin{aligned} T &= c^E S - e^t E \\ D &= e S + \epsilon^t E \end{aligned} \quad (1)$$

T : 응력 벡터
 S : 변형 벡터
 E : 전계 벡터
 D : 유전 변위 벡터
 c^E : 기계 계수행렬식(E =상수)
 e^S : 유전상수(S =상수)
 e : 압전상수

해밀턴의 변분법을 압전체에 적용하면 아래와 같이 유한 요소법을 이용하여 압전체를 해석하기 위한 선형 차분 방정식을 얻을 수 있다[4].

$$\begin{aligned} -\omega^2 M + j\omega D_{uu}u + K_{uu}u + K_{u\phi}\phi \\ = F_B + F_S + F_P \end{aligned} \quad (2)$$

$$K_{\phi\phi}^t u + K_{\phi\phi}\phi = Q_S + Q_P$$

K_{uu} : 기계 계수 행렬식
 D_{uu} : 기계 감쇄 행렬식
 $K_{u\phi}$: 압전 결합 행렬식
 $K_{\phi\phi}$: 유전 계수 행렬식
 M : 질량 행렬식
 F_B : 기계적인 체적 힘
 F_S : 기계적인 면적 힘
 F_P : 기계적인 point 힘
 Q_S : 면전하
 Q_P : 점전하
 u : 기계적인 변위
 ϕ : 전위

3. 압전체의 유한 요소 해석

3.1 압전체의 임피던스 해석

압전체의 전기적인 임피던스는 임피던스 analyzer를 통해 실험적으로 쉽게 검증될 수 있는 물리량이며 또한 압전체의 임피던스 해석을 통해 압전체의 공진 특성 즉 공진 주파수와 반공 주파수를 알 수 있다. 유한 요소법을 통한 임피던스 해석은 (3)과 같이 전극에서의 외부 전하량과 전위와의 비를 이용하여 계산된다(4).

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (3)$$

그림 2는 유한 요소법을 통해 구한 압전체의 전기적인 임피던스 파형과 실험에 의한 임피던스 파형의 비교를 나타낸다. 또한 임피던스 파형 해석을 통해 그림 2의 시험 모델에 대한 공진 주파수와 반공진 주파수를 구할 수 있다. 압전체의 공진 주파수는 단락회로 전극에 대한 고유 진동수를 나타내기 때문에 압전체의 최소 임피던스에 의해 표현되며 반공진 주파수는 개방회로 전극에 대한 고유 진동수를 나타내기 때문에 압전체의 최대 임피던스에 의해 표현된다. 유한 요소법을 이용한 해석 결과와 참고 문헌 [4]에서 인용된 실험 결과와 유사한 경향을 나타내므로 그림 2의 임피던스 파형은 본 논문에서의 유한 요소법 과정이 타당성을 보여준다.

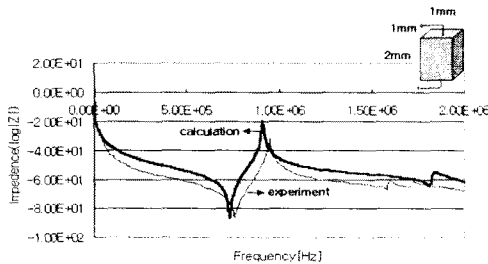


그림 2. 임피던스 파형의 비교

3.2 압전체의 변위 해석

그림 3은 유한 요소법을 통해 해석한 기계적인 변위와 실험을 통해 구한 기계적인 변위의 비교를 나타낸다. 압전체는 하나 이상의 공진 모드를 가지며 각각의 모드는 행렬식 (2)의 고유 특성 방정식의 해로 구해진다. 그림 3의 결과는 각각의 모드에 대해 정규화 계수를 이용하여 해석한 결과를 보여준다. 첫 번째 공진 모드에서는 5.0[nm/V]의 정규화 계수를 두 번째 공진 모드에 대해서는 2.2[nm/V]의 정규화 계수를 이용한 것이며 유한 요소법을 이용한 해석 결과와 참고문헌 [4]에 언급된 실험 결과가 유사한 경향을 보임을 알 수 있다. 그림 3의 변위 파형 비교를 통해 본 논문에서의 유한 요소법이 타당성을 검증하였다.

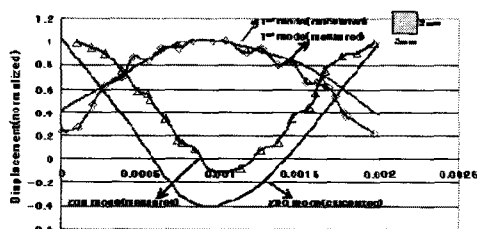


그림 3. 압전체의 변위 비교

4. 압전 변압기의 유한 요소 해석

압전 변압기는 분극 방향에 따라 구동부와 발전부의 두 부분으로 구성되어 있다. 분극 방향을 수치적으로 표현하기 위해서는 (1)에서 언급된 물질 계수 행렬을 각각의 분극 방향에 일치하도록 구성해야 한다. 표 1과 표 2는 각각 Z-축과 X-축 분극을 위한 물질 계수 행렬식을 나타낸다.

표 1
Z-축 분극을 위한 물질 계수 행렬식

C_{11}	C_{12}	C_{13}	0	0	0	0	0	e_{31}
C_{12}	C_{13}	C_{23}	0	0	0	0	0	e_{32}
C_{31}	C_{23}	C_{33}	0	0	0	0	0	e_{33}
0	0	0	C_{44}	0	0	0	0	e_{15}
0	0	0	0	C_{44}	0	e_{15}	0	0
0	0	0	0	0	C_{66}	0	0	0
0	0	0	0	e_{15}	0	ϵ_{11}	0	0
0	0	0	e_{15}	0	0	0	ϵ_{11}	0
e_{31}	e_{32}	e_{33}	0	0	0	0	0	ϵ_{33}

표 2
X-축 분극을 위한 물질 계수 행렬식

C_{33}	C_{23}	C_{13}	0	0	0	$-e_{31}$	0	0
C_{23}	C_{13}	C_{12}	0	0	0	$-e_{31}$	0	0
C_{31}	C_{12}	C_{13}	0	0	0	$-e_{32}$	0	0
0	0	0	C_{44}	0	0	0	0	0
0	0	0	0	C_{44}	0	0	0	$-e_{15}$
0	0	0	0	0	C_{44}	0	$-e_{15}$	0
$-e_{31}$	$-e_{31}$	$-e_{32}$	0	0	0	ϵ_{33}	0	0
0	0	0	0	0	0	$-e_{15}$	0	ϵ_{11}
0	0	0	0	0	0	$-e_{15}$	0	ϵ_{11}

4.1 압전체의 손실

전기적인 입력 신호를 기계적인 진동에 의해 출력 신호로 전달하는 에너지 변환 특징을 가지는 압전체에는 기계적인 진동에 의한 손실, 유전 손실, 압전 손실이 존재하는데 압전 손실에 기계적인 진동에 의한 손실 및 유전 손실에 비해 작기 때문에 무시할 수 있다[1].

$$P_{mech-loss} = \frac{1}{2} M v^2 \omega_r Q_m^{-1} \quad (4)$$

(4)는 기계적인 진동에 의한 손실을 구하기 위한 관계식으로써 M , v , ω_r , Q_m 은 각각 시험 모델의 질량, 진동 속도, 공진 주파수, 기계 품질 계수를 나타낸다 [2]. 압전체의 유전 손실에 큰 영향을 미치는 인자인 유전 손실 인자 ($\tan \delta$)은 (5)와 같이 압전체 임피던스의 위상각 (θ)을 이용하여 얻을 수 있다[3].

$$\tan \delta = 1 / \tan \theta \quad (5)$$

또한 유전 손실 인자는 (6)과 같이 표현된다.

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \cong \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \quad (6)$$

따라서 유전 손실에 의한 손실은

$$P_{dielectric-loss} = \frac{1}{2} \sigma E^2 \quad [W/m^3] \quad (7)$$

의 관계식에 의해 계산될 수 있다.

4.2 압전 변압기의 유한 요소 해석

그림 4.는 실험에 의해 타당성이 검증된 압전체의 유한 요소 해석을 이용하여 얻은 압전 변압기의 임피던스 파형을 나타낸다. 이 해석을 통해 압전 변압기의 공진 주파수 및 반공진 주파수를 얻을 수 있다.

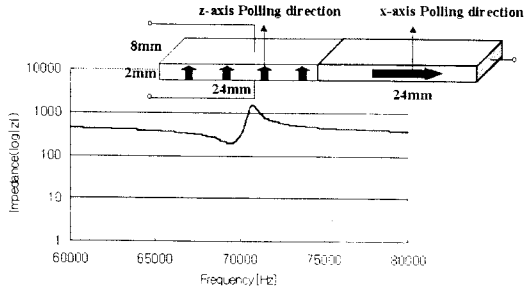


그림 4. 압전 변압기의 임피던스 파형

그림 5.는 그림 4.의 시험 모델에 대한 압전 변압기의 메카니즘의 post-결과를 나타낸다. 압전 변압기의 공진 특성은 압전 변압기의 기하학적인 구조 즉 길이, 폭 및 두께에 의해 결정되므로 압전 변압기의 기하학적인 구조가 그림 2.와 같은 압전 구동자와 같다면 그림 5.와 같은 결과를 얻을 수 없게 된다.



그림 5. 압전 변압기의 공진 모드

4.3 압전 변압기의 손실 해석

유한 요소법을 이용한 압전 변압기의 기계적인 진동에 의한 손실 해석은 압전 변압기의 공진 주파수, 진동 속도 및 기계 품질 계수를 통해 얻을 수 있다. 압전 변압기의 공진 주파수는 임피던스 해석을 통해 진동 속도는 출력 측에서의 변위량을 이용하여 얻을 수 있으며 기계 품질 계수는 그림 6.의 어드미턴스 궤적을 통해 얻을 수 있다.

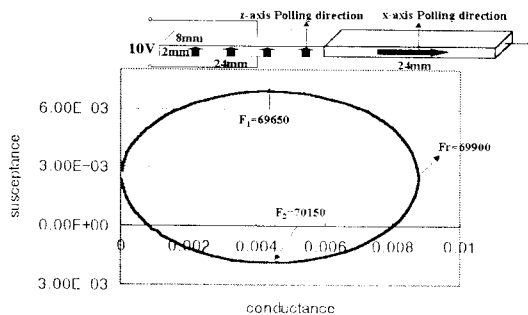


그림 6. 압전 변압기의 어드미턴스 궤적

그림 6.에서의 f_1 , f_2 는 압전 변압기의 직렬 R-L-C 회로에서 최대 전력의 1/2 일 때의 주파수를 나타내며 기계적인 컨던턴스가 최대 컨던턴스의 1/2일 때 나타내며 f_r 은 압전 변압기의 공진 주파수를 의미한다(5).

$$Q_m = \frac{f_r}{f_2 - f_1} \quad (8)$$

위의 결과를 통해 입력 전압이 10V 일 때의 압전 변압기의 진동 속도 및 기계 품질 계수를 구할 수 있으며 (4)를 이용해 기계적인 진동에 의한 손실을 구한 결과 $P_{mech-loss} \approx 0.045 [W]$ 의 손실을 얻었다. 압전 변압기의 유전 손실은 유한 요소법을 통해 압전 변압기의 임피던스의 위상각 (θ)을 구한 다음 (5)-(7)의 과정을 통해 구할 수 있으며 해석 결과 $P_{diele-loss} \approx 0.007 [W]$ 의 손실을 얻었다. 상대적으로 낮은 진동 속도에서의 압전체의 손실은 기계적인 진동에 의한 손실이 유전 손실에 의한 손실에 비해 지배적인 값을 가지며 진동 속도가 증가하면 유전 손실에 의한 손실이 기계적인 진동에 의한 손실에 비해 큰 비중을 나타낸다[1]. 본 논문에서는 10V의 전압을 인가해 상대적으로 낮은 진동 속도로 구동이 되었으므로 $P_{mech-loss} > P_{diele-loss}$ 인 위의 결과는 타당하다.

5. 결 론

본 논문에서는 유한 요소법을 이용한 압전체의 임피던스 및 기계적인 변위의 결과를 실험에 의한 검증을 통해 본 논문에서 적용된 유한 요소법의 과정이 타당함을 보였으며 이를 이용해서 압전 변압기의 임피던스 및 공진 모드의 공진 특성을 규명했다. 기계 품질 계수 (Q_m) 및 유전 손실 인자 ($\tan \delta$)를 유한 요소법을 이용하여 계산하고 이를 통해 기계적인 진동에 의한 손실 및 유전 손실을 계산하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] Yasuhiro Sasaki, Sadayuki Takahashi and Seiji Hirose, "Relationship between Mechanical Loss and Phases of Physical Constants in LZT Ceramics", JJAP Vol. 36 pp.6058-6061, Part 1 No. 9B Sep.1997
- [2] Yun-Han Chen, Seiji Hirose, "Mn-Modified Pb ($Mg_{1/3}Nb_{2/3}$) O_3 - $PbTiO_3$ Ceramics: Improved Mechanical Quality Factors for High-Power Transducer Applications", JJAP Vol. 39 pp.4843-4852, Part 1 No. 8 Aug. 2000
- [3] F. Stuart Foster, Daniel H. Turnbull, "Characteristic of Lead Zirconate Titanate Ceramics for Use in Miniature High-Frequency (20-80MHz) Transducers", IEEE Transactions on Ultrasonics, Vol.38 NO.5 pp. 446-453, Sep.1991
- [4] Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990
- [5] H. W. Katz, "Solid State Magnetic and Dielectric Devices" 1959, John Wiley and Sons, Inc.