

가역성 원리를 이용한 반무한보의 진동 인텐시티 측정

Measurement of Vibration Intensity of a Semi-Infinite Beam

Using the Principle of Reciprocity

양 귀 봉^{*} · 길 현 권^{**} · 홍 석 윤^{***}

K.-B. Yang, H.-G. Kil, S.-Y. Hong

ABSTRACT

The objective of this paper is to apply an experimental method based on the principle of reciprocity to measuring the structural intensity. Since only one accelerometer is used in this method it has the advantages of shortening measurement time, reducing accelerometer phase error, overcoming the limitation that the situation should be stationary during the experiment. It has been used to measure the vibration intensity of an infinite beam (beam with damped ends) and a semi-infinite beam (beam with simply supported and damped ends). Results showed that the experiment method based on the principle of reciprocity can be effectively used to measure the structural intensity.

1. 서론

기계 구조물의 진동과 진동으로 인하여 발생하는 고체음을 저감시키기 위해서는, 진동원의 위치 및 진동 에너지의 전달 경로를 파악함으로써 효과적으로 대처 할 수 있다. 진동원의 위치 및 진동 에너지의 전달 경로는 진동 인텐시티를 측정함으로써 파악할 수 있다. 이러한 진동 인텐시티는 구조물내의 단위 폭당 진동 파워의 크기와 방향성을 갖는 벡터량을 나타낸다. 일반적으로 진동인텐시티를 측정하기 위해서는 측정점 주 위에 배치된 가속도계 배열을 사용하여 왔다^(1,2,3). 그러나 이러한 방법에는 상호위상오차와 유한차분오차가 발생되는 단점이 있다. Linjama⁽⁴⁾는 하나의 가속도계를 이동시키면서 주파수 응답 함수를 측정함으로써 진동 인텐시티를 구하는 방법을 제안하였다. 이러한 방법은 가속도계간의 상호 위상 오차는 줄일 수 있으나, 가진 신호가 정상 상태로 유지되어야 하고, 또한 가속도계를 순차적으로 이동해야 하는 불편함이 있다. 최근에는 가역성의 원리를 도입하여, 기존의 주파수 응답함수를 이

용하는 진동 인텐시티 기법의 제약을 극복하기 위한 시도가 이루어졌다⁽⁵⁾.

본 연구에서는 기존의 주파수 응답함수를 이용한 진동 인텐시티 측정 기법의 제약을 극복하고자 가역성의 원리를 적용하였다. 기존 기법의 경우 가속도계를 측정 점마다 이동해야하는 불편함과 신호가 정상상태이어야 한다는 제약 조건이 있다. 그러나 가역성의 원리를 적용하는 경우, 충격 해머를 각 지점마다 이동시키면서 각 지점마다의 주파수 응답함수를 측정함으로써 진동 인텐시티를 구할 수 있다. 이 경우 가역성 원리에 의하여, 가속도계가 부착된 지점에 실제로 가진한 것과 동일한 효과를 얻을 수 있다. 이러한 기법을 이용하여 본 연구에서는 진동 인텐시티 계측의 실용화를 위한 기초 연구로 양단 감쇠단 보, 단순지지단-감쇠단 보 등의 경계 조건을 갖춘 일차원 보의 진동 인텐시티를 구하고, 기존 방법에 의한 진동 인텐시티 측정 결과와 비교하였다.

2. 진동 인텐시티 측정 기본 원리

2.1 진동 인텐시티 측정 기본 이론

보에서의 진동 인텐시티는 단위 폭을 통과하는 진동 파워의 크기와 방향을 나타내는 벡터량에 해당한다. 보의 굽힘 진동과 관련된 수직 방향 변위를 w 로 고려하는 경우, 축방향인 x 방향으로 전달되는 진동 인텐시티의 시간 평균값은 다음 식으로 정의된다.

* 수원대학교 기계공학과 대학원
E-mail : goodnews401@hanmail.net
Tel : (031) 225-8556, Fax : (031) 220-2601

** 수원대학교 기계공학과

*** 서울대학교 조선해양공학과

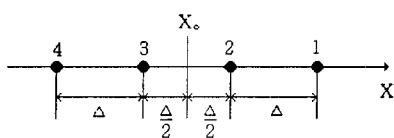


Fig 1. Arrangement of accelerometers of a beam.

$$I_x = B \left\langle \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right\rangle, \quad (1)$$

식(1)에 의하여 진동인텐시티를 구하기 위해서는 측정점에서의 변위에 대한 관련 도함수 값을 알아야 한다. 이러한 도함수 값은 측정점 주위 4지점(Fig.1)에서 측정된 가속도 신호를 이용하는 경우, 진동 인텐시티는 다음 식과 같이 표현된다.

$$I_x = -\frac{B}{\Delta^3} \left\langle \dot{w}_2 (4w_3 - w_4) - \dot{w}_1 w_3 \right\rangle \quad (2)$$

여기서 Δ 은 가속도계간의 떨어진 거리에 해당한다. 식(2)를 Fourier 변환하면, 주파수 영역에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_x = -\frac{B}{\Delta^3 \omega^3} (4Im(G_{23}) - Im(G_{24}) - Im(G_{13})) \quad (3)$$

보에서의 근접장 영향을 무시한다면 2지점 측정법으로써 다음과 같이 근사될 수 있다.

$$I_x(x, f) = \frac{2\sqrt{Bm}}{\Delta \omega^2} Im(G_{23}) \quad (4)$$

식(4)와 같이 두 가속도계 신호를 동시에 측정하는 경우 두 신호 사이의 위상오차가 존재한다. 이 경우 Linjama는⁽⁴⁾ 1개의 가속도계와 주파수 응답함수를 이용하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\begin{aligned} G_{23} &= a_2 \cdot a_3 = (H_{\beta} H_{\alpha}) F^* F \\ &= H_{\beta}^* H_{\alpha} \cdot G_{ff} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)을 사용하면 위상오차를 줄일 수 있는 장점이 있으나, 가속도계를 계속 이동해야 하고 또한 진동 인텐시티를 측정하는 동안 계의 정상(stationary) 상태여부를 확인해야 하는 번거로움은 여전히 남아있게 된다.

2.2 가역성 원리를 이용한 측정 방법

가역성의 원리를 이용하면 가진점과 측정점을 서로 바꾸어 적용할 수 있는 장점이 있다. 현재까지 진동 인텐시티 측정의 기본을 이루는 식(5)은 주파수 응답함수를 이용하는 과정에서 가진력 F 가 #2, #3 지점에서 같은 신호 즉 정상(stationary) 상태라는 조건이 내포되어 있음을 알 수 있다. 그러므로 진동 인텐시티 측정시 각각의 지점마다 정상상태의 신호를 유지하기 위해서 가진기를 사용하였다. 그러나 식(5)를 고찰해보면 #2, #3에서의 주파수 응답함수 H_{α} , H_{β} 는 시스템이 정해지면 불변하는 값이며 가진력 G_{ff} 는 구조물에 가해진 임의의 가진력의 스펙트럼을 나타낸다. 따라서 Fig 2와 같이 충격 해머를 이용하여 가속도계를 매지점마다 이동하여 가진 방법에 구애받지 않고 모든 지점에서의 주파수 응답함수를 구할 수 있으며 이렇게 얻은 결과에 식 (5)에서 보는바와 같이 구조물에 가해지는 가진력의 자기 스펙트럼(auto spectrum)을 곱하면 계가 정상상태이어야 한다는 조건에 구애받지 않고 진동 인텐시티를 구할 수 있다.

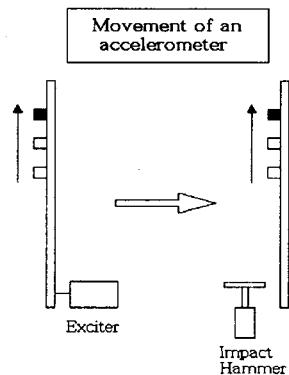


Fig 2. Measurement of FRF with an impact hammer

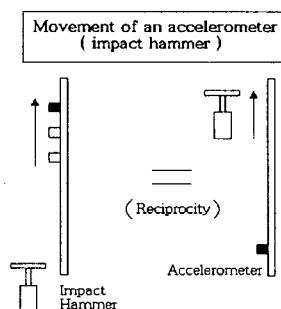


Fig 3. Measurement of FRF using the principle of reciprocity

그러나 위 Fig 2의 의한 방법은 가속도계를 지점마다 계속 이동하여야 한다는 불편함이 있으므로 가역성 원리를 도입하여 Fig 3와 같이 간단히 주파수 응답함수를 측정할 수 있다. 즉 가속도계를 진동원 위치에 고정시키고 충격해머를 각 지점마다 이동하면서 측정하면 각 지점의 FRF를 간단히 구할 수 있다.

3. 실험

3.1 실험 모델

진동 인텐시티 측정을 위한 실험 모델은 ($1.4 \times 0.3 \times 0.008\text{ m}$) 규격을 갖는 알루미늄 보를 이용하였다. 무한보와 반무한보의 경계조건을 고려하여 양단 감쇠 단보와 단순지지-감쇠단보의 두가지 경우를 고려하였다. 양단 감쇠단보의 설치는 무한보로 가정할 수 있도록 진행파가 다시 반사되지 않고 흡수되도록 하기 위하여 모래를 채운 상자에 보의 양쪽 끝단이 묻히도록 하였다. 단순지지-반무한보의 설치를 위해서는 원쪽 끝단은 단순지지로, 오른쪽 끝단은 감쇠단보로 모래 상자에 지지되도록 하였다. 단순지지 경계 조건을 구성하기 위하여 보의 원쪽 끝단을 Fig 3에서와 같이 알루미늄 호일로 지지하였다. (Fig 3) 이러한 단순지지 경계조건을 검증하기 위하여 양단 단순지지 보의 이론적인 고유진동수와 실제 실험에서 구한 실험치의 비교는 Table 1에 나타나 있다.

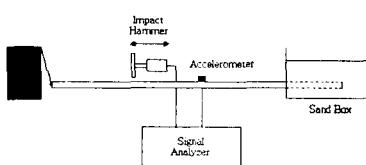


Fig 4. Overview of the measurement system setup

Table 1

고유진동수	이론치	실험치	오차
1차 고유진동수	6.44 Hz	6.5 Hz	0.9 %
2차 고유진동수	25.74 Hz	25 Hz	2.9 %
3차 고유진동수	57.93 Hz	57 Hz	1.6 %
4차 고유진동수	102.98 Hz	100 Hz	2.9 %
5차 고유진동수	160.91 Hz	154.5 Hz	4.1 %

3.2 실험 방법

가역성 원리를 이용하기 위하여 가속도계 (B&K 4508)를 보의 중앙에 고정시킨 후 충격 해머를 이용

하여 진동인텐시티 측정 지점 (10지점)마다 이동시키면서, 각 측정점 주위 2지점에서 주파수 응답함수를 측정하였다. 관심 주파수 범위는 0 - 2000 Hz로 하였고, 진동 신호에 대한 평균(average)은 5회 취했다. 그리고 구조물에 가한 가진력의 자기 스펙트럼은 $G_{ff} = 1$ 인 백색잡음(white noise)으로 가정하였다. 결과적으로 각 지점의 주파수 응답함수를 구하면 실질적으로는 진동 인텐시티 측정이 이루어지게 된다. 진동원의 위치에 대하여 비대칭보의 경우에는 가속도계를 보의 중앙에서 30cm 떨어진 지점에 부착하여 충격해머로 똑같이 가진하였다. 가역성 원리를 이용한 기법을 검증 비교하기 위하여, 가진기를 이용한 주파수 응답 함수 이용 기법을 이용하여 보의 진동인텐시티를 측정하였다. 보의 중앙에 위치한 가진기 (B&K4809)를 이용하였으며, 가진 신호로는 랜덤 신호와 펄스 신호를 각각 이용하였다. 이 경우에는 가속도계를 이동시키면서 측정하였고, 가진기에 부착된 임피던스헤드(B&K8001)를 이용하여 가진력 신호를 얻음으로써 주파수 응답함수를 구하였다. 이 경우에도 진동 인텐시티를 측정하기 위하여 2지점 측정법을 적용하였고, 즉 각 측정점 주위 2지점의 가속도를 측정하였다.

4. 실험 결과

Fig 5는 진동원이 무한보 모델인 양단 감쇠단보의 중앙에 위치하는 경우 측정 주파수 700Hz에서의 진동 인텐시티 측정 결과이다. 가역성 원리를 이용한 방법(충격해머 가진)과 기존의 주파수 응답함수 이용 방법(랜덤 및 펄스 신호가진)의 결과가 서로 거의 일치함을 알 수 있다. 여기서 진동 인텐시티의 (+)값과 (-)값은 진동 파워가 각각 오른쪽 및 왼쪽으로 흐름을 의미한다. 그러므로 진동원의 위치가 보의 중앙에 위치하고 진동 파워가 가진점을 중심으로 하여 양쪽으로 흐름을 확인함으로써 진동 파워 전달 경로를 알 수 있다.

Fig 6은 양단 감쇠단보에 대한 결과로서, 가속도계를 중앙에서 30cm 떨어진 지점에 위치시킨 경우이다. 진동원이 대칭을 이루는 보의 중앙에 위치하지 않고, 임의의 위치에 있는 경우에도 가역성의 원리를 이용하여 진동원의 위치 및 진동 파워의 전달 경로를 알아낼 수 있음을 확인 할 수 있다. 또 진동원이 가속도계 부착지점에 해당함을 확인할 수 있다.

Fig 7과 8은 단순지지단-감쇠단의 경계 조건을 갖춘 반무한보의 측정 결과이다. 기존의 주파수 응답 함수 이용 방법(랜덤 신호 가진)에 의한 결과와 비교하는 경우, 가역성 원리를 이용한 방법이 측정 주파수에서

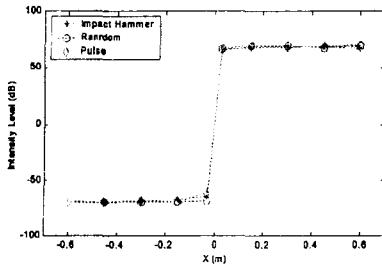


Fig. 5 Vibration intensity of a beam damped at both ends at 700Hz

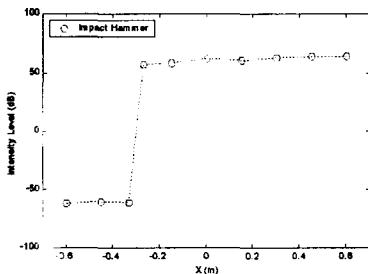


Fig 6. Vibration intensity of a beam damped at both ends at 1000Hz (source at $x = -0.3$)

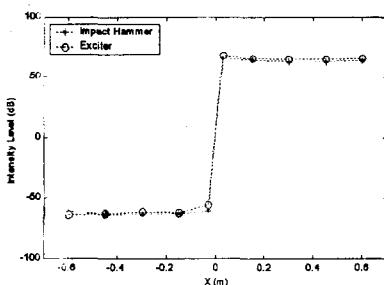


Fig 7. Vibration intensity of a beam simply supported and damped at each end at 1400Hz

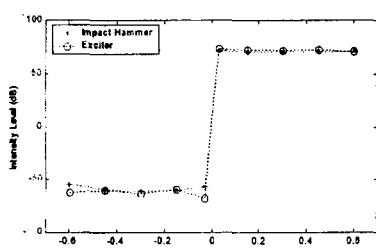


Fig 8. Vibration intensity of a beam simply supported and damped at each end at 1800Hz

거의 동일한 결과를 나타낼 수 있다. 또한 이러한 가역성 원리를 이용하여 가속도계를 보의 중앙에 위치시키고 충격 해머를 이동하여 가진함으로써 실제적으로는 보의 중앙을 가진하는 효과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 가역성의 원리를 이용하여 진동 인텐시티를 측정하였다. 기존의 방법에 의한 측정결과와 비교 검증하기 위하여 랜덤 신호 및 펄스 신호로 각각 가진기를 가진하고, 가속도계를 이동시키는 주파수 응답함수 이용법을 적용하였다. 가역성의 원리를 이용하는 방법에서는 하나의 가속도계를 구조물에 부착하고 충격해머로 여러 곳을 가진하면서 진동을 측정하게 되는데 가진기를 이용하는 기존의 주파수 응답 함수방법에 비하여 측정시간이 단축되고 진동 인텐시티를 측정하는 동안 가진 상태가 정상 상태이어야 한다는 제한 조건에 의존하지 않는 장점이 있다. 이러한 결과들로부터, 가역성 원리를 적용하여 하나의 가속도계와 충격 해머를 이용함으로써 보에서의 진동 인텐시티를 효과적으로 측정할 수 있음을 보였다.

향후에 연구과제로서는 가역성 원리를 이용한 진동 인텐시티 기법을 효과적으로 활용하기 위해서 실제 구조물이 갖는 경계 조건, 즉 경계에서 진동 파워가 반사되는 경우에 대한 적용 연구가 필요하다. 또한 나아가서 구조물의 면내 진동에 의한 진동 인텐시티의 측정 방법, 그리고 연성 구조물의 경우 면외 및 면내 진동에 의한 진동 인텐시티가 동시에 존재하므로, 이러한 진동 인텐시티를 측정할 수 있는 기법에 대한 연구가 필요하다고 사료된다.

후기

본 연구는 수중음향특화연구센터 연구과제의 일부분으로서 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] Noiseux, D.U. 1970, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates", JASA, 47(1), pp. 238-247.
- [2] Pavic, G., 1976, "Measurement of Structure

Borne wave Intensity", Journal of Sound and Vibration, pp. 221-230,

[3] Verheij, J.W., 1980, "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes", JASA, 70(1), pp. 133-139,

[4] Linjama, J., and Lathi,T.,1992, "Estimation of Bending Wave Intensity in Beams Usingthe Frequency Response Technique", Journal of Sound and Vibration, 153(1) pp. 21-36, 1992

[5] 이장우, 홍석윤, 1998, " 가역성원리를 이용한 보와 평판의 진동인텐시티 측정", 한국소음진동공학회 추계학술대회논문집, pp. 409-414,

[6] 이덕영, 박성태, 1997, "반무한보의 진동 인텐시티 계측에 대한 연구", 한국소음진동공학회지, 제 7권 제1호, pp. 43-53,

[7] 김영완, 박병전, 1997 "보에 있어서 진동 인텐시티에 관한 연구," 한국음향학회지, 16(5), pp. 37-42.