

자동불평형장치가 부착된 광디스크 드라이브의 동특성 해석

Dynamic Analysis of an Optical Disk Drive with an Automatic Ball Balancer

김강성*·정진태**·
K. S. Kim and J. Chung

Key Words : Automatic Ball Balancer (자동불평형장치), Time Integration Method (시간적분법), Equilibrium Positions(평형위치), Perturbed Equations(섭동방정식)

ABSTRACT

Dynamic behaviors and stability of an optical disk drive coupled with an automatic ball balancer(ABB) are analyzed by a theoretical approach. The feeding system is modeled a rigid body with six degree-of-freedom. Using Lagrange's equation, we derive the nonlinear equations of motion for a non-autonomous system with respect to the rectangular coordinate. To investigate the dynamic stability of the system in the neighborhood of the equilibrium positions, the monodromy matrix technique is applied to the perturbed equations. On the other hand, time responses are computed by the Runge-Kutta method. We also investigate the effects of the damping coefficient and the position of ABB on the dynamic behaviors of the system.

1. 서론

고배속, 고밀도화 되는 광디스크 드라이브에서의 진동과 소음문제는 광디스크 드라이브 개발의 심각한 장애로 대두되고 있다. CD-ROM, CD-RW, DVD-ROM 등에 사용하는 광디스크는 제작시 공차등에 의한 가변적 질량 불평형이 발생되어 고배속 회전시 진동과 소음이 크게 발생, 심한 경우는 하드 디스크에 손상을 입히기도 한다. 자동불평형장치(Automatic Ball Balancer)는 CD-ROM, DVD 드라이브, 드럼세탁기 같이 회전체의 주 진동원으로 작용하는 질량 불평형을 볼의 질량과 원심력에 의해 자동적으로 줄여주는 장치이다. 따라서 이러한 가변적인 편심량을 갖는 회전체의 밸런싱을 하기 위하여 자동불평형장치의 연구는 중요하다.

회전체에 장착된 자동불평형장치의 연구는 Thearle⁽¹⁾, Alexander⁽²⁾, Cade⁽³⁾, Lee 등^(4,5) 과 Chung 등⁽⁶⁻¹¹⁾에 의해 이루어졌다. 기존의 연구는 회전체의 가변적인 질량편심에 의한 면내 진동을 제어 하는 것에만 초점이 맞추어져 진행되어 왔다.

그러나, 실제로는 면내 진동뿐만 아니라 면의 진동도 유발되기 때문에 기존의 자동불평형장치의 적용에는 한계가 있다. 따라서, 질량 편심에 의한 회전체의 면내 진동뿐만 아니라 면의 진동까지 저감시키는 자동불평형장치에 대한 연구가 필요하며 이는 보다 정밀한 운용과 안정성을 요하는 회전 기계시스템의 설계를 위해 필수적이다.

본 연구에서는 자동불평형장치가 광디스크 드라이브에 부착된 상태에서 기존의 평면 진동해석에서만 국한되었던 것을 공간상의 3 차원으로 확장시켜 면의 진동까지도 고려하였다. 직교 좌표계에 의해 지배방정식을 유도하였고 유도된 지배방정식에 섭동법을 적용하여 균형평형위치와 그 부근에서의 선형화 된 운동방정식을 구하였다. 그리고 monodromy matrix technique 을 이용하여 댐퍼의 감쇠계수, 자동불평형장치의 장착위치를 바꿔가며 안정성을 해석하였다. 마지막으로 시간적분법을 이용하여 지배방정식으로부터 자동불평형장치의 시간응답을 구해서 동적안정성을 검증하였다.

2. 비선형 지배방정식

2.1 시스템의 구조

자동불평형장치가 부착된 광디스크 드라이브 개략적인 구조는 Fig. 1 과 같이 피딩테크의 네 모

* 한양대 정밀기계공학과 대학원
E-mail : kks@ihanyang.ac.kr
Tel : (031) 406-6964, Fax : (031) 501-4590

** 한양대 기계공학부

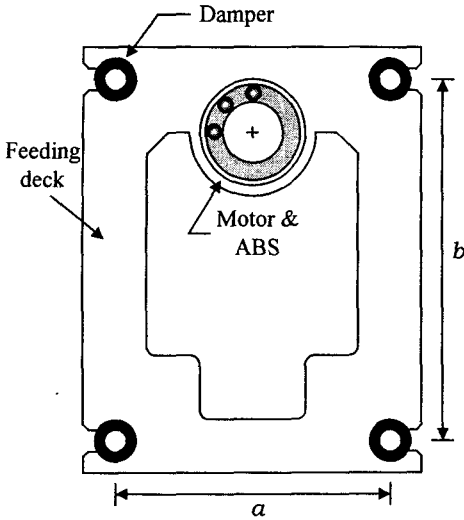


Fig. 1 feeding deck coupled with an automatic ball balancer

서리에 댐퍼가 장착되어 있고 테크와 고정된 스펀들 모터 상부에 원형 레이스에 자유롭게 움직일 수 있는 볼과 점성 윤활유가 채워진 자동볼평형장치가 달려있다. 해석의 용이함을 위해 본 연구에서는 피딩테크를 균일한 사각평판으로 가정하고 해석모델의 평면도를 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서 점선부분은 진동하고 있지 않는 테크의 위치를 나타낸 것이고 P 는 피딩테크의 질량중심, G 와 C 는 각각 스펀들 모터의 무게중심과 회전중심이며 모터는 회전속도 ω 로 운동하고 있다. 그리고 자동볼평형장치는 회전체에 환형의 홈을 파고 점성유체가 들어가 있으며 홈 속에서 n 개의 작은 볼이 자유롭게 움직일 수 있다. xyz 는 자동볼평형장치가 부착된 스펀들 모터의 회전중심 C 에 고정된 body-fixed 좌표계이며 이 점은 X, Y, Z 의 병진운동과 α, β, γ 의 회전운동을 한다. 공간상에서 space-fixed 관성좌표계인 XYZ 좌표계에 대한 xyz 좌표계의 강체회전을 표현하기 위해 γ, α, β 순으로 정의된 Euler 각을 적용한다. 좌표변환을 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{x}' = \mathbf{T}_\gamma \mathbf{X}, \quad \mathbf{x}'' = \mathbf{T}_\alpha \mathbf{x}', \quad \mathbf{x} = \mathbf{T}_\beta \mathbf{x}'' \quad (1)$$

여기서

$$\mathbf{T}_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k}, \quad \mathbf{x}' = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}' \quad (2)$$

$$\mathbf{x}'' = x''\mathbf{i}'' + y''\mathbf{j}'' + z''\mathbf{k}'', \quad \mathbf{x} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (3)$$

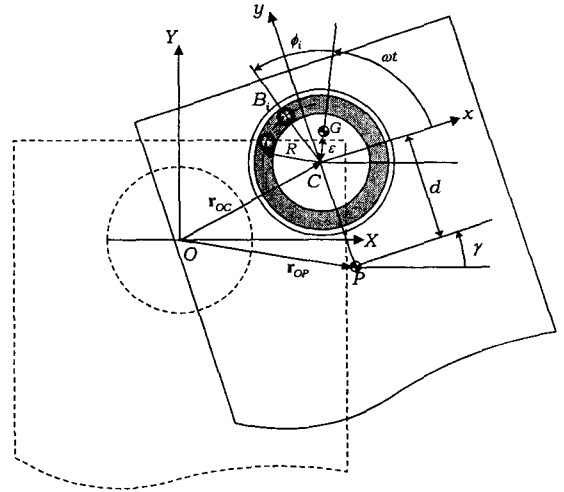


Fig. 2 Vibration model of the system

여기서 $\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}$ 는 XYZ 축, $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ 는 $x'y'z'$ 축, $\mathbf{i}'', \mathbf{j}'', \mathbf{k}''$ 는 $x''y''z''$ 축 그리고 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 는 xyz 축의 각각의 단위벡터이다. 또한 피딩테크의 질량중심인 P 로부터 C 까지의 거리를 d 로 표현하였다. 그리고 ε 만큼 편심 되어 일정한 각속도로 회전하는 모터의 질량중심 G 의 회전각을 ωt , 질량중심으로 부터 i 번째 볼 B_i 의 반시계 방향 회전위치를 ϕ_i ($i=1, \dots, n$)로 정의 한다. (n 은 볼 개수)

2.2 비선형 지배방정식 유도

구조물과 연성된 자동볼평형장치의 지배방정식은 다음과 같은 Lagrange 방정식으로 유도된다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (4)$$

여기서 T 는 운동에너지, V 는 위치에너지 그리고 F 는 Rayleigh 감쇠함수를 나타내며 q_k 는 일반좌표 $X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma, \phi_i$ ($i=1, \dots, n$)가 된다. 볼의 개수가 n 개라면 식(4)에 의해 $n+6$ 개의 비선형 운동방정식이 얻어진다. 피딩테크와 스펀들 모터의 각속도는 각각 ω_p, ω_G 로 다음과 같다.

$$\omega_p = (\dot{\alpha} \cos \beta - \dot{\gamma} \cos \alpha \sin \beta) \mathbf{i} + (\dot{\gamma} \sin \alpha + \dot{\beta}) \mathbf{j} + (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta) \mathbf{k} \quad (5)$$

$$\omega_G = (\dot{\alpha} \cos \beta - \dot{\gamma} \cos \alpha \sin \beta) \mathbf{i} + (\dot{\gamma} \sin \alpha + \dot{\beta}) \mathbf{j} + (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta + \omega) \mathbf{k} \quad (6)$$

P, G, B_i 의 위치벡터를 식(1)로 부터 각각 $\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_G, \mathbf{r}_{B_i}$ 로 표현할 수 있고 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_P &= \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\gamma \mathbf{r}_{OC/XYZ} + \mathbf{r}_{CP} \\ \mathbf{r}_G &= \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\gamma \mathbf{r}_{OC/XYZ} + \mathbf{r}_{CG} \\ \mathbf{r}_{B_i} &= \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\gamma \mathbf{r}_{OC/XYZ} + \mathbf{r}_{CB_i} \quad (i=1, 2, \dots, n)\end{aligned}\quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{OC/XYZ} &= X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k}, \mathbf{r}_{CG} = \varepsilon(\cos\omega t \mathbf{i} + \sin\omega t \mathbf{j}) \\ \mathbf{r}_{CB_i} &= R(\cos(\omega t + \phi_i)\mathbf{i} + \sin(\omega t + \phi_i)\mathbf{j}), \mathbf{r}_{CP} = -d\mathbf{j}\end{aligned}\quad (8)$$

볼의 질량이 모두 같고 크기가 작다고 가정하면 운동에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{2}M_P \frac{d\mathbf{r}_P}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}_P}{dt} + \frac{1}{2}M_R \frac{d\mathbf{r}_G}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}_G}{dt} \\ &+ \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^n \frac{d\mathbf{r}_{B_i}}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}_{B_i}}{dt} + \frac{1}{2}(\omega_G^T \mathbf{J}_G \omega_G + \omega_P^T \mathbf{J}_P \omega_P)\end{aligned}\quad (9)$$

여기서 M_P, M_R, m 은 각각 피딩테크, 스펀들 모터 그리고 볼의 질량이고 $\mathbf{J}_G, \mathbf{J}_P$ 는 각각 모터와 피딩테크의 각축에 대한 질량관성모멘트를 나타내며 ε 이 작고 피딩테크가 두께가 얇은 평판일 때 각각의 질량관성모멘트는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_G &= \begin{bmatrix} J_{RX} & 0 & 0 \\ 0 & J_{RY} & 0 \\ 0 & 0 & J_{RZ} \end{bmatrix}, \mathbf{J}_P = \begin{bmatrix} J_{PX} & 0 & 0 \\ 0 & J_{PY} & 0 \\ 0 & 0 & J_{PZ} \end{bmatrix} \\ J_{PX} &= \frac{1}{12}M_P b^2 + M_P d^2, J_{PY} = \frac{1}{12}M_P a^2, J_{PZ} = J_{PX} + J_{PY} \\ J_{RX} &= J_{RY} = \frac{1}{4}M_R R^2, J_{RZ} = \frac{1}{2}M_R R^2\end{aligned}\quad (10)$$

중력에 의한 위치에너지를 무시할 때 댐퍼에 대한 위치에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{2}k \sum_{i=1}^4 \mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^T \quad (11)$$

여기서 \mathbf{R}_i 는 피딩테크의 네 모서리에 위치한 고무댐퍼로부터 진동전에서 진동후로 이동한 위치벡터이며 k 는 고무 댐퍼의 강성계수를 의미한다. 반면 볼과 레이스 사이의 마찰을 무시한 Reyleigh 감쇠 함수 F 는 다음과 같이 주어진다.

$$F = \frac{1}{2}c \sum_{i=1}^4 \frac{d\mathbf{R}_i}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{R}_i}{dt} + \frac{1}{2}D \sum_{i=1}^n \dot{\phi}_i^2 \quad (i=1, \dots, n) \quad (12)$$

여기서 c 는 댐퍼의 감쇠계수를 의미하고 D 는

윤활유의 점성계수이며 식(9)-(12)를 식(4)에 대입하고 $X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ 는 작으므로 이런 변수들의 곱들은 무시하면 지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(M_R + M_P + nm)\ddot{X} + (dM_P - \varepsilon S_{av} M_R)\ddot{Y} + 4(c\dot{X} + kX + d(k\gamma + c\dot{\gamma})) + M_R \varepsilon \omega (\omega S_{av} \gamma - C_{av}(\omega + 2\dot{\gamma})) \\ + mR \sum_{i=1}^n \left[-C_{\omega i} \left(\dot{\beta}^2 + (\omega + \dot{\gamma} + \dot{\phi}_i)^2 + \beta \dot{\beta} + \gamma(1 + \dot{\gamma}) \right) \right. \\ \left. + S_{\omega i} \left((\omega + \dot{\phi}_i) 2\beta \dot{\beta} + \gamma(\omega + 2\dot{\gamma} + \dot{\phi}_i) + \dot{\phi}_i - \dot{\gamma} \right) \right] = 0\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}(M_R + M_P + nm)\ddot{Y} + dM_P \alpha \ddot{\alpha} + (dM_P \gamma + \varepsilon C_{av} M_R)\ddot{\gamma} + 4(c\dot{Y} + kY) \\ + mR \sum_{i=1}^n \left[C_{\omega i} (\dot{\alpha}\beta + \alpha\dot{\beta} + \dot{\gamma} + \dot{\phi}_i) - S_{\omega i} (\alpha\dot{\alpha} + \gamma\dot{\gamma} + \dot{\phi}_i(\alpha\beta + \gamma)) \right] \\ - mR \sum_{i=1}^n \left[C_{\omega i} (\omega + \dot{\phi}_i) (-2\dot{\alpha}\beta + \gamma(\omega + 2\dot{\gamma} + \dot{\phi}_i) + \alpha(2\dot{\alpha} + \beta(\omega + \dot{\phi}_i))) \right. \\ \left. + S_{\omega i} (2(\omega(\dot{\alpha}\beta + \alpha\dot{\beta}) + \dot{\alpha}^2 + (\omega + \dot{\gamma})^2) + 2(\omega + \dot{\alpha}\beta + \alpha\dot{\beta} + \dot{\gamma})\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_i^2) \right] \\ - M_R \varepsilon \omega (\omega C_{av} \gamma + S_{av}(\omega + 2\dot{\gamma})) + d(4c(\alpha\dot{\alpha} + \dot{\gamma}\dot{\gamma}) + M_P(\dot{\alpha}^2 + \dot{\gamma}^2)) = 0\end{aligned}\quad (14)$$

$$\begin{aligned}(M_R + M_P + nm)\ddot{Z} + (\varepsilon S_{av} M_R - dM_P)\ddot{\alpha} + \varepsilon C_{av} M_R (\omega(\omega\beta + 2\dot{\alpha}) - \alpha\dot{\beta}) \\ + mR \sum_{i=1}^n \left[C_{\omega i} (\alpha\dot{\phi}_i - \alpha\dot{\beta}) + S_{\omega i} (\beta\dot{\phi}_i + \dot{\alpha}) \right] + 4c\dot{Z} + 4kZ - 4d(k\alpha + c\dot{\alpha}) \\ + mR \sum_{i=1}^n \left[(\omega + \dot{\phi}_i) C_{\omega i} (2\dot{\alpha} + \beta(\omega + \dot{\phi}_i)) - S_{\omega i} (-2\dot{\beta} + \alpha(\omega + \dot{\phi}_i)) \right] \\ + \varepsilon \omega S_{av} M_R (-\omega\alpha + 2\dot{\beta}) = 0\end{aligned}\quad (15)$$

$$\begin{aligned}mR \sum_{i=1}^n \left[(C_{\omega i} \beta - S_{\omega i} \alpha)\ddot{Y} + S_{\omega i} \ddot{Z} \right] + dM_P \alpha \ddot{Y} + (\varepsilon S_{av} M_R - dM_P)\ddot{Z} \\ + \omega J_{RZ} (\dot{\beta} + \alpha\dot{\gamma}) + \alpha^2 \beta (k\gamma + c\dot{\gamma}) + \frac{1}{2}(\dot{\alpha} + \dot{\gamma}\beta + 2\omega(\dot{\beta} + \alpha\dot{\gamma}))nmR^2 \\ + \dot{\alpha}(J_{PX} + J_{RX} + d^2 M_P) + \dot{\gamma}(-J_{PX} + J_{PZ} - (J_{RX} - J_{RZ})\beta) \\ + mR^2 \sum_{i=1}^n \left[(\omega + \dot{\phi}_i) (-C_{\omega 2}(\dot{\beta} + \alpha\dot{\gamma}) + S_{\omega 2}(\dot{\alpha} - \beta\dot{\gamma})) + \dot{\phi}_i \alpha \dot{\gamma} \right. \\ \left. + \frac{1}{2}(C_{\omega 2}(\beta\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) - S_{\omega 2}(\dot{\beta} + \alpha\dot{\gamma})) + \dot{\phi}_i \beta + \beta\dot{\phi}_i \right] \\ - 4d(kZ + c\dot{Z} - \alpha(kY + c\dot{Y})) + (\dot{\beta}^2 + 4d^2)c\dot{\alpha} + k\alpha \\ + \dot{\beta}\dot{\gamma}(J_{PZ} - J_{PX} - J_{PY} - J_{RX} - J_{RY} + J_{RZ}) = 0\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}+ 2(J_{PY} + J_{RY})\dot{\beta} - 2mR \sum_{i=1}^n \left[C_{\omega i} (\beta\ddot{X} - \alpha\ddot{Y} + \ddot{Z}) \right] - 2\varepsilon \omega C_{av} M_R \ddot{Z} \\ + 2\alpha(J_{PY} + J_{RY})\dot{\gamma} + \omega J_{RZ} 2\beta\dot{\gamma} + 2\alpha^2(c\dot{\beta} + \beta k + \alpha(k\gamma + c\dot{\gamma})) \\ + 2\dot{\alpha}(J_{PX} + J_{PY} - J_{PZ} + J_{RX} + J_{RY}) - J_{RZ}(\omega + \dot{\gamma}) \\ - mR^2 \sum_{i=1}^n \left[2(\omega + \dot{\phi}_i) (C_{\omega 2} + 1)\dot{\alpha} + S_{\omega 2}(\dot{\beta} + \alpha\dot{\gamma}) - 2\beta C_{\omega 1}^2 \right. \\ \left. + (S_{\omega 2}\dot{\alpha} - 2C_{\omega 1}^2\dot{\beta}) - (2C_{\omega 1}^2\alpha + S_{\omega 2}\beta)\dot{\gamma} \right] = 0\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}
& mR \sum_{i=1}^n [(C_{\omega i} - S_{\omega i} \gamma) \ddot{Y} - (C_{\omega i} + S_{\omega i} \gamma) \ddot{X}] + 4d(k(X + Y\gamma) + c(\dot{X} + \gamma \dot{Y})) \\
& + (dM_P - \varepsilon S_{av} M_R) \ddot{X} + dM_P \gamma \ddot{Y} + (nmR^2 + J_{PZ} + J_{RZ} + d^2 M_P) \ddot{Y} \\
& + \frac{1}{2} (nmR^2 + 2(-J_{PX} + J_{PZ} - J_{RX} + J_{RZ})) \beta \ddot{\alpha} + \beta \alpha (J_{PY} + J_{RY}) \\
& + (\alpha^2 + b^2 + 4d^2) k \dot{\gamma} + \beta (\alpha^2 c \dot{\alpha} - (nmR^2 + J_{RZ}) \omega \dot{\beta}) \\
& + \alpha a^2 (k \dot{\beta} + c \dot{\beta}) + mR^2 \sum_{i=1}^n [\ddot{\phi}_i - \dot{\phi}_i \dot{\beta} \beta + C_{\omega i}^2 (\ddot{\beta} - 2\dot{\alpha}(\omega + \dot{\phi}_i))] \\
& + \beta \dot{\alpha} (nmR^2 - J_{PX} + J_{PY} + J_{PZ} - J_{RX} + J_{RY} + J_{RZ}) - \alpha \dot{\alpha} \omega J_{RZ} \\
& + mR^2 \sum_{i=1}^n [C_{\omega 2} (\dot{\beta}(\dot{\alpha} + \beta(\omega + \dot{\phi}_i)) + \frac{1}{2} \beta \ddot{\alpha}) \\
& - S_{\omega 2} (\frac{1}{2} (\dot{\alpha}^2 - \dot{\beta}^2 - \beta \dot{\beta} + \alpha \ddot{\alpha})) + (\beta \dot{\alpha} + \alpha \dot{\beta})(\omega + \dot{\phi}_i)] = 0
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
& mR \sum_{i=1}^n [(C_{\omega i} - S_{\omega i} \gamma) \ddot{Y} - (C_{\omega i} \gamma + S_{\omega i}) \ddot{X} + (C_{\omega i} \alpha + S_{\omega i} \beta) \ddot{Z}] \\
& + nmR^2 (\beta \ddot{\alpha} + \dot{\gamma}) + mR^2 \sum_{i=1}^n [2C_{\omega 2}^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} + \dot{\phi}_i + \frac{1}{2} S_{\omega 2} (\dot{\beta}^2 - \dot{\alpha}^2) + D \dot{\phi}_i] = 0
\end{aligned} \tag{19}$$

여기서

$$\begin{aligned}
S_{\omega i} &= \sin(\omega t + \phi_i), S_{\omega 2} = \sin(2(\omega t + \phi_i)), \\
C_{\omega i} &= \cos(\omega t + \phi_i), C_{\omega 2} = \cos(2(\omega t + \phi_i)), \\
S_{av} &= \sin(\omega t), C_{av} = \cos(\omega t), i = 1, 2, \dots, n
\end{aligned} \tag{20}$$

3. 평형위치 및 안정성 분석

3.1 섭동법(Perturbation method) 적용

식(13)-(19)의 운동방정식은 non-autonomous 방정식이고 평형위치에서의 선형화 된 지배방정식은 계수행렬이 시간의 함수이기 때문에 시스템이 매 개변수 가진을 받는다. 따라서 안정성을 조사하기 위해 Floquet 이론을 적용하여야 한다. 먼저 섭동법을 적용하여 평형위치와 선형화 된 섭동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
X &= X^* + \delta X_1 + o(\delta^2), Y = Y^* + \delta Y_1 + o(\delta^2) \\
Z &= Z^* + \delta Z_1 + o(\delta^2), \alpha = \alpha^* + \delta \alpha_1 + o(\delta^2) \\
\beta &= \beta^* + \delta \beta_1 + o(\delta^2), \gamma = \gamma^* + \delta \gamma_1 + o(\delta^2) \\
\phi_i &= \phi_i^* + \delta \phi_j + o(\delta^2) \quad (j = 1, 2, \dots, n)
\end{aligned} \tag{21}$$

여기서 $X^*, Y^*, Z^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*, \phi_j^*$ 는 각각 평형위치를 나타내고 δ 는 미소의 섭동량을 의미한다. 식(21)을 (13)-(19)에 대입하여 정리하면 평형위치 관계식과 평형위치에서 선형화 된 지배방정식이 구하여지는데 균형 평형위치(balanced equilibrium position)와 불균형 평형위치, 두 가지 중 본 논문에서는 관심의 대상인 균형 평형위치만을 고려

한다. 따라서 시스템이 완전 밸런싱이 이루어지면 다음의 평형위치 관계식을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned}
X^* &= Y^* = Z^* = \alpha^* = \beta^* = \gamma^* = 0 \\
\sum_{j=1}^n \sin \phi_j^* &= 0, \quad \frac{M\varepsilon}{mR} + \sum_{j=1}^n \cos \phi_j^* = 0
\end{aligned} \tag{22}$$

3.2 안정성 분석

섭동법에 의해 얻어진 선형화 된 섭동방정식은 다음과 같은 행렬-벡터식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \tag{23}$$

여기서 $\mathbf{q}(t) = \{X_1, Y_1, Z_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}^T$ 이고 Floquet 이론을 바탕으로 한 monodromy matrix technique 을 적용하기 위해 $(2n+12) \times (2n+12)$ 상태벡터 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{D}(t)\mathbf{y}(t) \tag{24}$$

여기서

$$\mathbf{y}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{D}(t) = \mathbf{A}(t)^{-1} \mathbf{B}(t) \tag{25}$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}(t) \\ \mathbf{M}(t) & \mathbf{C}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}(t) \end{bmatrix} \tag{26}$$

그리고 \mathbf{y} 는 차원이 $[(2n+12) \times 1]$ 인 열벡터이다. 식(24)의 시스템 행렬은 $\mathbf{D}(T^* + t) = \mathbf{D}(t)$ (T^* 는 주기를 만족하는 주기행렬이며 Floquet 이론으로부터 식(24)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{Q}(T^* + t) = \mathbf{Q}(t)\mathbf{S} \tag{27}$$

$\mathbf{Q}(t)$ 는 $\mathbf{y}(t)$ 대한 fundamental matrix 이고 \mathbf{S} 는 비특이성 상수행렬인 monodromy matrix 가 된다. 여기서 \mathbf{D} 에 대한 어떤 fundamental matrix 도 \mathbf{S} 와 동일한 고유치를 가진다. 따라서 \mathbf{S} 의 모든 고유치의 절댓값이 1 보다 작거나 같으면 이 시스템은 안정하게 된다. 이러한 \mathbf{S} 를 결정하는 방법은 먼저 초기조건 $\mathbf{y}_1(t) = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$ 을 식(24)에 대입한 후 적분하면 \mathbf{S} 의 첫번째 열벡터가 얻어지게 된다. 이어서 $\mathbf{y}_2(t) = [0, 1, 0, \dots, 0]^T$ 을 식(24)에 대입해서 적분하면 \mathbf{S} 의 두번째 열벡터를 얻게 된다. 이런 과정을 $2n+12$ 번 반복하면 \mathbf{S} 가 생성된다.

불이 2 개인 경우에 Fig.3 과 Fig.4 는 각각 회전속도와 d 그리고 회전속도와 감쇠계수와의 안정성을 판별한 것으로 보다시피 병진에 대한 고유진동수인 $199[\text{rad/sec}]$ 이상에서는 모두 밸런싱됨

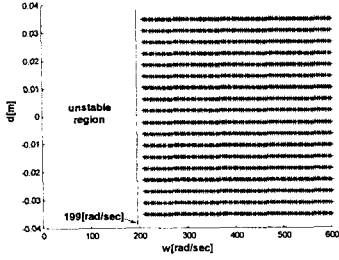


Fig. 3 Dynamic stability for the variation of ω and d

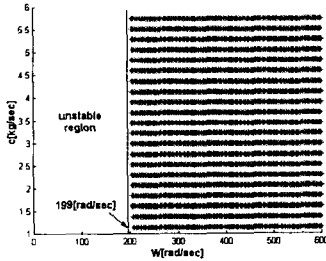


Fig. 4 Dynamic stability for the variation of ω and c

을 알 수 있고 아울러 회전에 대한 고유진동수 부근과 그 이상일 때도 역시 밸런싱됨을 알 수 있다.

4. 시간응답 계산

공간상의 3 차원에 대해서 진동하는 자동불평형 장치가 부착된 광디스크 드라이브 시스템의 비선형 운동방정식으로부터 수치적분법인 Runge-Kutta 방법으로 계산을 수행하였다. 본 연구에서는 감쇠 계수나 장착위치등 설계인자들의 영향에 대해서 $n=2$ 일 때 시간응답을 조사하였다. 자동불평형 장치가 부착된 피딩데크의 진동량을 다음과 같다.

$$VQ = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (28)$$

Fig.3 은 $d=0.03$ 일 때 볼의 위치와 진동량 VQ 를 회전속도가 병진에 대한 고유진동수이하일 때를 나타낸 것으로 볼이 질량중심 방향으로 모여 편심을 보상하지 못하고 잔류진동을 유발함을 알 수 있다. Fig.4 와 Fig.5 는 $d=0.03$ 이고 회전속도가 병진운동에 대한 고유진동수부근 일 때에 회전변위 그리고 진동량과 볼의 위치를 각각 나타낸 것으로 보다시피 회전변위가 정적평형을 이루지 않고 또한 볼이 모여서 평형위치를 잡지 못하므로 편심에 대한 보상이 제대로 이루어지지 않음을 알 수 있다.

Fig.6 과 Fig.7 은 회전속도가 회전운동에 대한

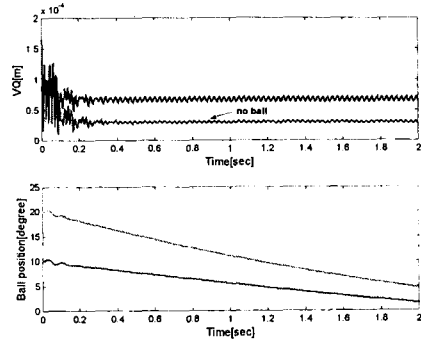


Fig. 5 Vibration quantity at spindle motor center and ball positions for $\omega(=120 \text{ rad/s}) <$ the lowest critical speed

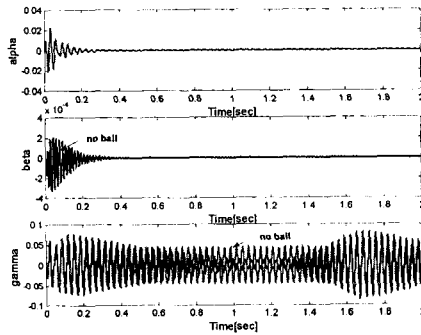


Fig. 6 The rotational displacement of the feeding deck for $\omega(=196 \text{ rad/s}) =$ the lowest critical speed

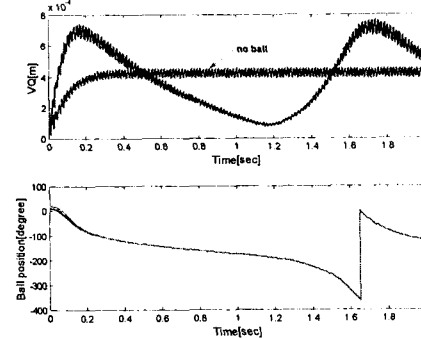


Fig. 7 Vibration quantity at spindle motor center and ball positions for $\omega(=196 \text{ rad/s}) =$ critical speed

고유진동수부근 일 때에 회전변위 그리고 진동량과 볼의 위치를 나타낸 것이다. 보다시피 볼이 있을 때와 없을 때의 보상차이가 현저히 드러나며 또한 시스템이 정적평형을 이루어 진동을 제거하는 균형 평형위치에 있음을 보여준다. Fig.8 은 $d=0.03$ 인 경우에 회전속도가 회전운동에 대한 고유진동수 보다 클 때이며 이 경우에 시스템이 균형 평형위치에 있음을 보여준다. 식(22)에서 구

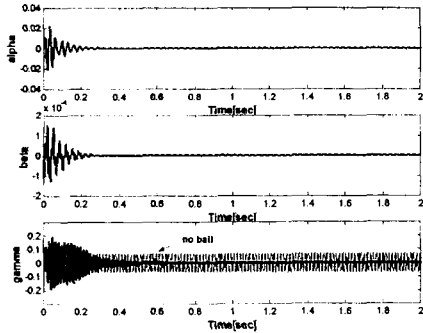


Fig. 8 The rotational displacement of the feeding deck for $\omega(= 388 \text{ rad/s})$ =the highest critical speed

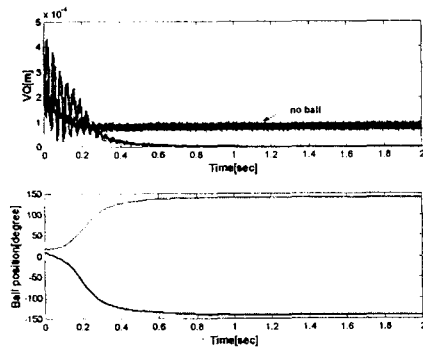


Fig. 9 Vibration quantity at spindle motor center and ball positions for $\omega(= 388 \text{ rad/s})$ =the highest critical speed

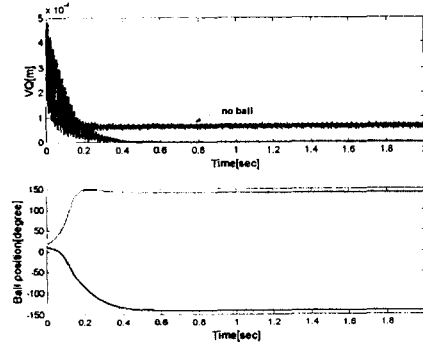


Fig. 10 Vibration quantity at spindle motor center and ball positions for $\omega(= 600 \text{ rad/s})$ > the highest critical speed

한 볼의 정적평형위치와 시간응답으로 구한 볼의 위치가 142.3° 와 -142.3° 으로 같음을 확인 했다.

5. 결론

공간상의 3 차원에 대해서 진동하는 자동불평형 장치의 부착된 광디스크 드라이브에 대한 안정성

분석과 그에 대한 시간응답을 검증하였다. 직교 좌표계를 사용하여 비선형 지배방정식을 유도 하였고 완전한 밸런싱을 이루는 균형 평형위치만을 고려하여 Floquet 이론을 바탕으로 한 monodromy matrix technique 으로 동적안정성을 해석 하였다.

그 결과 자동불평형장치가 기존의 평면내 진동 뿐만 아니라 공간상 3 차원의 면외 진동까지도 완벽하게 보상해줌을 알 수가 있었다. 또한 평면내 진동해석의 결과와 같이 회전속도가 병진운동에 대한 고유진동수보다 클 경우에는 d 에 상관없이 시스템이 밸런싱되고 아울러 회전운동에 대한 고유진동수에 상관없이 시스템은 밸런싱됨을 확인 하였다.

참고문헌

- (1) Thearle, E. L., 1932, "A New Type of Dynamic Balancing Machine," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 54, pp. 131-141.
- (2) Alexander, J. E., 1964, "An Automatic Dynamic Balancer," Proceeding, 2nd Southeastern Conference, pp. 415-426.
- (3) Cade, J. W., 1965, "Self-Compensating Balancing in Rotating Mechanism," Design News, pp. 234-239.
- (4) Lee, J., 1995, "An Analytical Study of Self-Compensating Balancing Dynamic Balancer with Damping Fluid and Ball," Shock and Vibration, Vol. 2, pp. 59-67.
- (5) Lee, J. and Van Moorhem, W. K., 1996, "Analytical and Experimental Analysis of a Self-Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism," ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol. 118, pp. 468-475.
- (6) 박준민, 노대성, 정진태, 1999, "자동 불 평형 장치의 진동해석," 한국소음진동공학회 논문집, 제 9 권, 제 2 호, pp. 363-370.
- (7) 이동진, 정진태, 노대성, 1999, "자동 불 평형 장치를 이용한 광 디스크 드라이브의 진동저감," 한국소음진동공학회 논문집, 제 9 권, 제 2 호, pp. 355-362.
- (8) J. Chung and D-. S. Ro, 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms," Journal of Sound and Vibration, Vol. 228, No. 5, pp. 1035-1056.
- (9) C. H. Hwang and J. Chung, 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Ball Balancer with Double Races," JSME International Journal, Series C, Vol. 42, No. 2, pp. 265-272.
- (10) 이동진, 정진태, 황철호, 2000, "이중레이스를 갖는 자동평형장치의 진동해석," 대한기계학회 논문집 A 권 제 24 권, 제 5 호, pp. 1093-1102.
- (11) 방인창, 정진태, 2000, "축의 굽힘효과를 고려한 회전체에 장착된 자동평형장치의 동적해석," 추계학술대회논문집 대한기계학회, pp. 629-634