

형상기억합금 선을 삽입한 복합재료 적층판의 열적 좌굴 및 진동 해석

Thermal Buckling and Vibration Analysis of Composite Laminated Plates Using Shape Memory Alloy Fibers

박재상*·김지환**

Jae-Sang Park, Ji-Hwan Kim

Key Words : 형상기억합금 선(Shape Memory Alloy Fibers), 열적좌굴, 자유진동, 복합재료 적층판.

ABSTRACT

형상기억합금 선(Shape Memory Alloy Fibers : SMA Fibers)을 삽입한 복합재료 평판의 고온 환경에서의 열적 좌굴 및 진동 해석을 유한요소법을 이용하여 수행하였다. 1 차 전단변형이론을 적용하여 적층판을 모델링하였고, 온도 변화 효과는 적층판의 전 영역에서 균일한 온도 분포로 가정하였다. 형상기억합금 선의 온도에 대한 비선형 재료 성질을 고려하여 열적 좌굴 해석 수행 시 반복 계산법을 이용하였고, 자유 진동 해석에서는 시스템의 자유도를 줄이기 위하여 Guyan-Reduction(GR)을 사용하였다. 온도 변화와 형상기억합금 선의 체적비(volume fraction) 및 초기 변형률(initial strain) 변화에 따른 임계 온도와 고유 진동수의 특성을 해석하였다.

1. 서론

고성능 전투기나 고속 민간용 여객기(high speed civil transport : HSCT)와 같은 비행체의 외부 패널은 공력 가열에 의하여 극심한 열 하중을 받는다. 이러한 열 하중은 구조물의 강성을 저하시키고 형상을 변화시키기 때문에 비행체 구조물의 성능을 감소시킨다.

형상기억합금(Shape Memory Alloy : SMA)은 온도나 하중의 변화에 의해 형상기억효과(shape memory effect)를 나타내는데, 이는 온도 변화에 의해 원래 상태로 복원됨을 의미한다. 또한 SMA는 온도와 응력에 따른 상(phase) 변태를 일으키게 되며, 대표적으로 마르텐사이트(martensite)와 오스테나이트(austenite)의 상을 갖는다. 오스테나이트로의 상 변태가 시작되는 온도 이상으로 가열을 받게되면 SMA는 면내방향으로 인장력을 발생하게 된다. SMA의 기계적, 물리적 성질은 온도 및 초기 변형률(initial strain)에 따라 크게 달라진다.(Fig.1 과 Fig.2 참조)

최근에는 형상기억합금 선(Shape Memory Alloy Fibers)을 복합재료 구조물에 삽입하여 구조물의

형상, 강성, 고유진동수 및 좌굴 특성과 같은 구조물의 성능을 향상시키려는 많은 연구가 진행되어 오고 있다.

Rogers, et al.[1]은 형상기억합금 선이 삽입된 복합재료 적층판의 구조해석을 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하여 수행하였다. Baz, et al.[2]은 Nitinol 이 삽입된 복합재료 보에 대한 연구를 통하여 Nitinol 을 사용하여 고유진동수를 증가 혹은 감소시킬 수 있음을 보였다. Lee, et al.[3]은 형상합금 선이 삽입된 복합재료 쉘에 대한 열적 좌굴 해석을 수행하였다. Turner, et al.[4]는 고전 적층판 이론을 이용하여 형상기억합금 선이 삽입된 복합재료 적층판의 열적 좌굴 해석과 랜덤 응답에 관한 연구를 유한요소법을 사용하여 수행하였다.

본 연구에서는 1 차 전단변형 이론을 적용하여 형상합금 선이 삽입된 복합재료 적층판을 모델링을 하였다. 유한요소법을 사용하여 열적 좌굴 해석 및 온도 변화 효과를 고려한 진동 해석을 수행하였고, 이에 필요한 형상기억합금 선과 복합재료와의 물성치 관계식을 제시하였다. 초음속 영역에서의 공력 가열로 인한 온도 변화 효과를 형상기억합금 선의 열원으로 가정하였으며, 온도 변화 효과는 복합재료 적층판의 전 영역에 대하여 균일한 온도 분포로 고려하였다. 열적 좌굴 해석에서는 형상기억합금 선의 온도에 대한 비선형 재료 성질을 고려하여 반복 계산법을 사용하였으며, 자유 진동 해석에서는 시스템의 자유도를 줄이기 위

* 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : tux2000@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-7393, Fax : (02) 887-2662

.. 서울대학교 기계항공공학부 부교수

하여 Guyan-Reduction(GR)을 사용하였다. 형상기억합금 선의 체적비와 초기 변형을 및 온도 변화에 따른 임계 온도와 고유 진동수를 계산하여 형상기억합금 선의 효과에 대하여 고찰하였다.

2. 지배 방정식 유도

2.1 물성치 관계식

섬유의 1 방향으로만 형상기억합금 선이 삽입되었고, 온도가 오스테나이트 상변태 시작온도 T_s 이상이라고 할 때, 형상기억합금 선이 삽입된 복합재료의 물성치는 Rule of Mixture 를 사용하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$T > T_s$ 에 대하여,

$$\begin{aligned} E_1^* &= E_{1m}\nu_m + E_s^*\nu_s \\ E_2^* &= \frac{E_{2m}E_s^*}{(E_{2m}\nu_s + E_s^*\nu_m)} \\ G_{12}^* &= \frac{G_{12m}G_s^*}{(G_{12m}\nu_s + G_s^*\nu_m)} \\ G_{23}^* &= G_m\nu_m + G_s^*\nu_s \\ \nu_{12} &= \nu_{12m}\nu_m + \nu_s\nu_s \\ \alpha_1^* &= \frac{(E_{1m}\alpha_{1m}\nu_m + E_s^*\alpha_s\nu_s)}{(E_{1m}\nu_m + E_s^*\nu_s)} \\ \alpha_2 &= \alpha_{2m}\nu_m + \alpha_s\nu_s \end{aligned} \quad \dots (1)$$

하첨자 s 와 m 은 각각 형상기억합금 선과 복합재료를 나타내며 ν_s, ν_m 는 각각 형상기억합금 선과 복합재료의 체적비를 뜻한다. 상첨자 *는 온도에 의존함을 의미한다.

2.2 변형을-변위 관계식

1 차 전단변형 이론에 의하여 변형을-변위장 관계를 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= \{\varepsilon_m\} + \{\kappa\} = \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \phi_{x,x} \\ \phi_{y,y} \\ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} \end{Bmatrix} \\ \{\gamma\} &= \begin{Bmatrix} \phi_y + w_{,y} \\ \phi_x + w_{,x} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \dots (2)$$

u, v, w 는 각각 x, y, z 축 방향으로 판의 중립면의 변위를 나타내며, ϕ_x, ϕ_y 는 xz 과 yz 면에서의 회전각을 뜻한다.

2.3 응력-변형을 관계식

섬유의 방향이 x 축과 θ 의 각도를 이루는 적층판의 k 번째 층에 대하여 아래와 같이 응력-변형을 관계를 나타낼 수 있다.(Ref. [4])

$$\begin{aligned} \{\sigma\}_k &= \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \left[\bar{Q}^* \right]_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} \sigma_x^* \\ \sigma_y^* \\ \tau_{xy}^* \end{Bmatrix}_k \nu_{s_k} \\ &\quad - \left(\left[\bar{Q} \right]_m \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}_m \right)_k \Delta T \quad (T > T_s) \\ \{\tau\}_k &= \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} \bar{Q}_{44}^* & \bar{Q}_{45}^* \\ \bar{Q}_{45}^* & \bar{Q}_{55}^* \end{Bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}_k \quad (T > T_s) \end{aligned} \quad \dots (3)$$

여기서, $[\bar{Q}^*]$ 와 $[\bar{Q}]_m$ 은 각각 형상기억합금 선이 삽입된 복합재료와 삽입되지 않은 복합재료의 변환축약 강성도 행렬(transformed reduced stiffness matrix)을 나타낸다. 또한, $\sigma_x^*, \sigma_y^*, \tau_{xy}^*$ 는 xy 평면상에서 형상기억합금 선으로부터 발생하는 복원 응력(recovery stress)을 뜻한다.

식(3)을 적층판의 두께방향에 대해 적분하면 다음과 같은 구성방정식을 얻을 수 있다.

$T > T_s$ 에 대하여,

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} A^* & B^* \\ B^* & D^* \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_m \\ \kappa \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_\sigma^* \\ M_\sigma^* \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_{\Delta T} \\ M_{\Delta T} \end{Bmatrix} \\ \{Q\} &= \begin{Bmatrix} Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{44}^* & A_{45}^* \\ A_{45}^* & A_{55}^* \end{Bmatrix} \{\gamma\} \end{aligned} \quad \dots (4)$$

2.4 지배 방정식의 유도

가상일의 원리를 사용하여 다음과 같은 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta W = \delta W_{int} - \delta W_{ext} = 0$$

$$[M]\left\{\ddot{d}\right\} + ([K_l] + [K_r^*] - [K_{\Delta T}])\{d\} = \{P_{\Delta T}\} \quad \dots (5)$$

여기서, $\{d\} = \{\phi_x, \phi_y, u, v, w\}^T$ 는 변위 벡터, $[M]$ 은 질량행렬, $[K_l]$ 은 선형 강성행렬, $[K_r^*]$ 와 $[K_{\Delta T}]$ 는 복원 응력과 면내 열 하중에 의한 기하학적 강성행렬을 각각 나타낸다. 또한, $\{P_{\Delta T}\}$ 은 열 하중 벡터를 뜻한다.

2.4.1 열적 좌굴 해석

식(5)에서 질량행렬 $[M]$ 과 열 하중 벡터 $\{P_{\Delta T}\}$ 을 무시하면, 다음과 같은 열적 좌굴 해석을 위한 지배 방정식을 구할 수 있다.

$$([K_l] + [K_r^*])\{\Theta\} = \lambda[K_{\Delta T}]\{\Theta\} \quad \dots (6)$$

식(6)은 대표적인 고유치 문제로, 임계 온도는 $\Delta T_{cr} = \lambda \Delta T$ 로 주어지며, $\{\Theta\}$ 는 좌굴 모드를 나타낸다. 식(6)은 온도에 의존하는 식이므로, 임계 좌굴 온도를 구하기 위하여 반복 계산법을 사용하여야 한다.

2.4.2 온도변화를 고려한 진동 해석

식(5)에서 열 하중 벡터 $\{P_{\Delta T}\}$ 를 무시하면, 온도 변화 효과를 고려한 아래와 같은 자유진동해석에 관한 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\left\{\ddot{d}\right\} + ([K_l] + [K_r^*] - [K_{\Delta T}])\{d\} = \{0\} \quad \dots (7)$$

식(7)을 일반적인 고유치 문제 형태로 나타내고 Guyan-Reduction 을 사용하여 횡방향 변위 $\{w\}$ 만의 관계식으로만 표현하면

$$\left(\left([K_l] + [K_r^*] - [K_{\Delta T}] \right) - \omega^2 [M] \right) \{\Phi\} = \{0\} \quad \dots (8)$$

을 얻을 수 있으며, $[K_l]$, $[K_r^*]$, $[K_{\Delta T}]$, $[M]$ 은 각각

Guyan-Reduction 에 의해 축약된 행렬들을 나타낸다. ω 는 고유 진동수이며, 편의를 위해 다음과 같이 무차원화를 한다.

$$\omega^* = \omega \sqrt{a^4 \rho h / D} \quad \dots (9)$$

여기서, a , ρ , h , D 는 각각 적층판의 길이, 밀도, 두께, 굽힘 강성을 나타낸다.

3. 수치해석 결과 및 토의

3.1 코드 검증

본 논문에 사용된 코드의 검증을 위해 형상기억 합금 선의 체적비 $\nu_s = 0$ 이라 한 후, 다음과 같이 참고 문헌의 수치와 비교하여 보았다. 사용된 유한 요소는 9 절점 요소이며, 7×7 mesh 를 사용하였다. 횡방향 전단 에너지의 계산에는 강성 과잉 현상(Shear Locking)을 막기 위하여 감소 적분을 수행하였다.

3.1.1 열적 좌굴 해석

단순 지지된 $[(45/-45/0/90)_n]_s$ 의 정사각형 복합재료 판의 임계 온도를 구하여 참고문헌[5]와 비교하였다. 사용된 물성치는 아래와 같다.

$$E_1 = 155 \text{ GPa}, E_2 = 8.07 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = 4.55 \text{ GPa}, \\ G_{23} = 3.25 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.22, \alpha_1 = -0.07 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ \alpha_2 = 30.1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Table 1 Code Verification of Thermal Buckling Analysis

n	$\frac{a}{h}$	ΔT_{cr} (Ref. [5])	ΔT_{cr} (Present)
1	150	38.6 °C	38.2 °C
2	75	144.0 °C	142.7 °C
3	50	312.1 °C	309.8 °C

위의 Table 1 에서 보듯이 참고문헌[5]의 수치와 비교적 잘 일치하고 있다.

3.1.2 온도변화를 고려한 진동 해석

단순 지지된 $[0/90]_s$ 의 정사각형 복합재료 판에 대하여 온도 변화를 고려한 자유 진동 해석을 수행하여 참고문헌[6]과 비교하였다. 사용된 물성치와 판의 차원은 다음과 같다.

• Material Properties

$$\frac{E_1}{E_2} = 40, G_{12} = G_{13} = 0.6E_2, G_{23} = 0.5E_2,$$

$$\nu_{12} = 0.25, \alpha_2 = 11.4 \times 10^{-6}, \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 0.3$$

• Dimensions

$$h = 0.1m, a = 10h$$

Table 2 Code Verification of Free Vibration Analysis

ΔT	ω (Ref. [6])	ω (Present)
-50	15.394	15.388
0	15.150	15.144
50	14.902	14.896

위의 Table 2 에서 보듯이 참고문헌[6]의 해석결과와 잘 일치함을 알 수가 있다.

3.1 수치 해석 예제

3.1 절에서 검증한 코드를 바탕으로 형상기억합금 선의 체적비와 초기 변형율을 변화시켜가면서 단순 지지조건에서 형상기억합금 선이 삽입된 복합재료 판의 열적 좌굴 및 온도 변화를 고려한 자유 진동을 해석하여 보았다. 수치 예제에 사용된 물성치와 판의 차원은 아래와 같다.

• Table 3 Material Properties

	SMA(Nitinol)		Graphite/Epoxy
T_s	100° F	E_1	22.5 Msi
T_f	145° F	E_2	1.17 Msi
E^*	Fig.2	G_{12}	0.66 Msi
G^*	3.604 Msi ($T < T_s$)	G_{23}	0.47 Msi
	3.712 Msi ($T > T_s$)	ν_{12}	0.22
ν	0.3	ρ	0.1458×10^{-3}
ρ	$0.6067 \times 10^{-3} (lb-s^2/in^4)$	α_1	-0.04×10^{-6}
α	$5.7 \times 10^{-6} / ^\circ F$	α_2	16.7×10^{-6}

• Dimensions and Stacking Sequence

$$a/h = 150, [0/45/-45/90]$$

3.1.1 열적 좌굴 해석

$T > T_s$ 일 때, 식(6)을 이용하여 형상기억합금 선의 체적비와 초기 변형율을 변화시켜가면서 각각의 임계 온도를 계산하였다. 여기서 기준 온도 T_{ref} 는 70F 으로 하였다.

Table 4 Results of Thermal Buckling Analysis

ϵ_r	ν_s	ΔT_{cr} (F)	T_{cr} (F)
0%	0	54.687	124.687
3%	0.1	193.247	263.247
	0.2	335.648	405.648
4%	0.1	206.437	276.437
	0.2	418.874	488.874
5%	0.1	257.782	327.782
	0.2	566.920	636.920

Table 4 에서 보듯이 형상기억합금 선의 효과로 임계 온도가 크게 증가됨을 알 수가 있다. 이 효과는 형상기억합금선의 체적비와 초기 변형율이 클수록 효과가 높음을 볼 수가 있다.

3.1.2 온도변화효과를 고려한 진동 해석

식(8)을 이용하여 형상기억합금 선의 체적비와 초기 변형율, 온도를 상승시켜가면서 첫번째 고유진동수를 구하여 보았다.

Fig.3 과 Fig.4 에서 보듯이 형상기억합금 선의 체적비와 초기 변형율, 온도 변화에 따라 고유진동수가 증가할 수 있음을 알 수가 있다.

4. 결론

유한요소법을 사용하여 형상기억합금 선이 삽입된 복합재료 적층판의 열적 좌굴 및 온도 변화 효과를 고려한 진동 해석을 수행하였다. 형상기억합금선의 사용으로 인하여 임계 온도가 크게 상승

하였으며, 고유 진동수 또한 높아졌다. 이러한 효과는 형상기억합금 선의 체적비와 초기 변형율, 온도 변화가 클수록 크게 나타날 수 있다. 그러나, 형상기억합금의 밀도가 높은 관계로 구조물의 무게가 증가한다는 단점이 있기 때문에, 앞으로 이에 대한 최적 설계와 같은 연구가 필요할 것으로 사료된다.

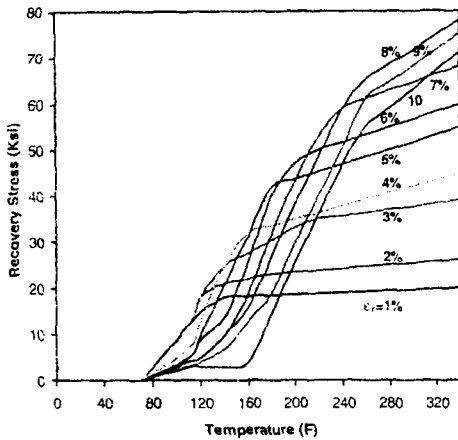


Fig.1 SMA recovery stress v.s temperature with different initial strain

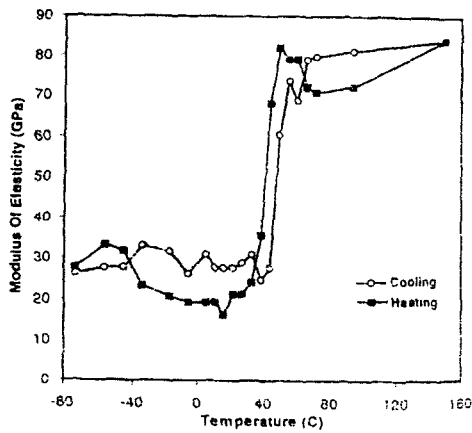


Fig.2 SMA Modulus v.s temperature

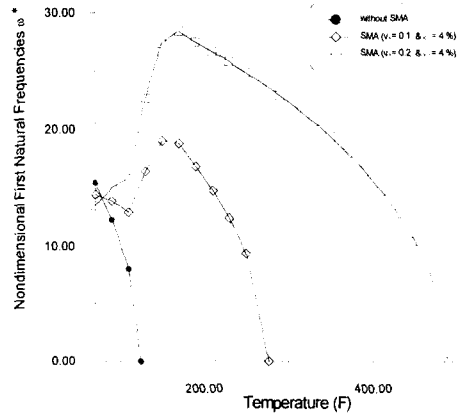


Fig.3 Non-dimensional first frequencies v.s temperature with different volume fraction of SMA fibers

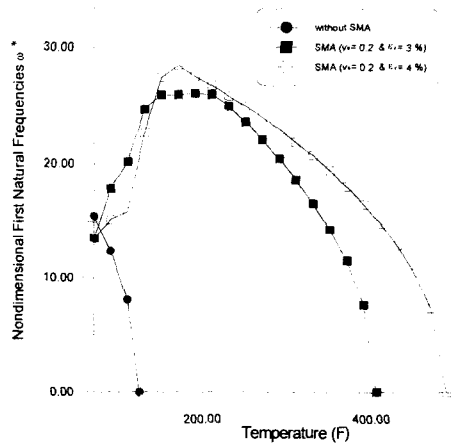


Fig.4 Non-dimensional first frequencies v.s temperature with different initial strain of SMA fibers

후기

이 논문은 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) C. A. Rogers, C. Liang and J. Jia, 1991, "Structural Modification of Simply-Supported laminated Plates Using Embedded Shape memory

- Alloy Fibers”, *Computers & Structures*, Vol.38, No 5/6, pp.569-580
- (2) A. Baz, K. Imam and J. McCoy, 1990, “Active Vibration Control of Flexible Beams Using Shape Memory Actuators”, *Journal of Sound and Vibration*, 140(3), pp.437-456
- (3) Hyo Jik Lee, Jung Ju Lee, Jeung Soo Huh, 1999, “A Simulation Study on the Thermal Buckling Behavior of Laminated Composite Shells with Embedded Shape Memory Alloy(SMA) Wires”, *Composite Structures*, 47, pp.463-469
- (4) Travis L. Turner and Z. W. Zhong and Chuh Mei, 1994, “Finite Element Analysis of the Random Response Suppression of Composite Panels at Elevated Temperatures using Shape Memory Alloy Fibers”, *The 35th AIAA /ASME/ ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA-94-1324-CP*, pp. 136-146
- (5) R.C. Averill and J.N. Reddy, 1993, “Thermo-mechanically Postbuckling Analysis of Laminated Composite Shells”, *The 34th AIAA/ASME/ASCE/ AHS /ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA-93-1337-CP*, pp. 351-360
- (6) Chorng-Fuh Liu and Chih-Hsing Huang, 1996, “Free Vibration of Composite Laminated Plates Subjected to Temperature Changes”, *Computers & Structures*, Vol.60, No.1, pp95-101