

임피던스 관을 이용한 흡음재의 특성 임피던스 측정: 배후조건에 따른 민감도 분석

°이종화*, 이정권*, 박봉현§, 김병훈§

Impedance Tube Measurements of Sound Absorbing Materials: Sensitivity Analysis on Backing Conditions

°Jong-Hwa Lee*, Jeong-Guon Ih**, Bong-Hyun Park§, Byung-Hoon Kim§

ABSTRACT

Effects of backing conditions on the impedance tube measurement are investigated experimentally, by using several pairs of generally employed end conditions. The results show that the measured values are similar for most of pairs, except the case of using an open pipe condition. In addition, the random error is investigated in the viewpoint of the variation of test conditions. The multi-termination method is suggested for minimizing such a random error.

1. 서론

음향재료의 음향학적 성질을 예측하는 것은 다양한 응용 분야에서 중요한 의미를 가지지만, 재료 내 미세구조의 복잡성은 이를 해석하는데 어려움을 준다. 따라서, 이러한 특성의 규명은 대개 실험적 방법에 의존하고 있으며, 재료의 미세구조를 고려한 미시적인 관점보다는 단위체적을 가진 부피에 대한 평균값을 이용하는 거시적인 관점에서 주로 이루어져 왔는데, 이러한 거시적 음향 특성을 결정하는 물리적 특성이 바로 재료의 특성 임피던스(characteristic impedance)와 전파상수(propagation constant)이다. 특성 임피던스는 재료 내를 통과하는 유체의 유효밀도, 유효 체적 탄성률, 감쇠계수 등의 정보를 지닌 값으로 탄성체의 질량, 강성, 손실계수 등으로 이루어진 기계적 임피던스에 해당하는 물성치이며, 전파상수는 재료 내를 전파하는 파의 단위 전파 거리 당 감쇠율과 위상 변화량을 나타내는 값으로 모두 복소수이며 주파수의 함수이다. 이러한 특성 임피던스와 전파상수를 구하기 위한 많은 연구들이 진행되어 왔는데, 이를 크게 두 갈래로 나누어 보면, 첫째는 공극률, 흐름저항 등 재료의 기본 물성치로부터 유도된 흡음재 모델

을 이용하는 방법과 둘째는 임피던스 관을 이용하여 이들 인자를 실험적으로 구하는 방법이다. 하지만, 일반적인 경우 그 미시적 특성과 거시적 특성과의 관계가 명확히 밝혀지지 않았다. 이에 따라 Delany와 Bazely [1]는 비교적 측정이 용이한 흐름저항을 인자로 하여 특성 임피던스와 전파상수를 예측할 수 있는 실험식을 제안하였다. 이는 현재까지도 널리 사용되고 있으며, 음향 재료의 특성 해석에 있어서 가장 기본적인 방법으로 인식되고 있다. 하지만, 그 대상이 섬유질 재료에 한정되기 때문에 일반적으로 적용될 수는 없다. Miki [2]는 Delany-Bazely식의 적용 범위를 확장한 실험식을 제안하여 그 적용범위를 넓혔지만, 마찬가지로 모든 재료에 적용할 수는 없다.

본 연구에서는 재료의 음향학적인 특성을 기술하는데 필요한 전파 상수와 특성 임피던스를 구하는 기존의 측정 방법을 살펴보고, 실험과정에 동반되는 문제점과 오차의 원인을 분석하여 보완된 측정법을 제안하고자 한다.

2. 본론

전파 상수를 구하는 가장 직접적인 방법은 Scott [3]에 의하여 제안되었다. 그의 방법은 매우 두꺼운 재료 내를 통과하는 탐침 마이크로폰을 이

*한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터
§㈜ 브이피코리아

용하여 재료내의 파의 감쇠와 위상변화를 직접 측정하는 것이었다. 이 방법은 충분히 두꺼운 재료가 필요하며 마이크로폰의 설치에서 기인하는 실험상의 문제점이 있다. 따라서, 그 이후에는 임피던스 관을 이용한 간접적 방법이 일반적으로 사용되어져 왔다.

2.1. 임피던스 관을 이용한 측정

특성 임피던스와 전파 상수는 모두 복소수이므로 단일 주파수에 대해서는 4개의 미지수에 해당한다. 따라서, 이를 구하기 위해서는 주파수당 4개의 정보가 필요한데, 기존의 측정 방법은 2가지 경우의 복소 표면 임피던스를 측정하여 이로부터 특성 임피던스를 산출하게 된다. 그 일반적인 산출 과정은 다음과 같다. 그림 1과 같이 동일한 시편에 대해 2개의 서로 다른 배후 조건이 있을 때, i 번째 배후 조건의 표면 임피던스를 $Z_{d,i}$ 라 하면, 측정되는 표면 임피던스, $Z_{n,i}$ 은 다음과 같이 주어진다. [4]

$$Z_{n,i} = Z_c \frac{-jZ_{d,i} \cot(\gamma L) + Z_c}{Z_{d,i} - jZ_c \cot(\gamma L)} \quad (i=1,2). \quad (1)$$

여기서 Z_c 와 γ 는 구하고자 하는 재료의 특성 임피던스와 전파 상수를 의미하고, L 은 시편의 두께이다. 위식을 변형하여 각각의 경우를 전파상수 γ 에 대해 나타내면 아래와 같다:

$$\frac{Z_{n,i} + Z_c}{Z_{n,i} - Z_c} \cdot \frac{Z_{d,i} - Z_c}{Z_{d,i} + Z_c} = e^{2j\gamma L} \quad (i=1,2). \quad (2)$$

여기서 우변은 γ 와 L 의 함수이므로 배후 조건이 변해도 바뀌지 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서 다음과 같은 등식이 성립한다:

$$\frac{Z_{n,1} + Z_c}{Z_{n,1} - Z_c} \cdot \frac{Z_{d,1} - Z_c}{Z_{d,1} + Z_c} = \frac{Z_{n,2} + Z_c}{Z_{n,2} - Z_c} \cdot \frac{Z_{d,2} - Z_c}{Z_{d,2} + Z_c}. \quad (3)$$

위 식을 Z_c 에 대해 풀면

$$Z_c = \left[\frac{Z_{n,1}Z_{n,2}(Z_{d,1} - Z_{d,2}) - Z_{d,1}Z_{d,2}(Z_{n,1} - Z_{n,2})}{(Z_{d,1} - Z_{d,2}) - (Z_{n,1} - Z_{n,2})} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

이 되고, 식 (2)로부터 γ 를 구하면 다음과 같다:

$$\gamma = \frac{1}{2jL} \left[\frac{Z_{n,i} + Z_c}{Z_{n,i} - Z_c} \cdot \frac{Z_{d,i} - Z_c}{Z_{d,i} + Z_c} \right] \quad (i=1 \text{ or } 2). \quad (5)$$

기존의 측정법들은 시편 배후 조건의 선택에 따라 구분되어질 수 있다. 서로 다른 2가지 조건을 만들기 위해 Yaniv [4]는 시편의 뒤에 강제에 가까

운 높은 임피던스의 끝단과 무반사 종단에 가까운 낮은 임피던스의 끝단을 번갈아 생성함으로써 전파 상수와 특성 임피던스를 결정하였다. 그러나 이 방법은 생성된 시편 배후 끝단에 매우 민감하여 이에 따른 오차를 포함하게 된다. 이를 극복하고자 Smith와 Parrott [5]은 시편 배후 조건은 일정하게 유지한 상태에서 서로 다른 두께를 가진 두 개의 시편을 이용하는 방법 (two-thickness method)을 제안하였다. 이 방법은 서로 다른 두께를 가진 두 개의 시편의 표면 임피던스를 측정하게 되는데, 일반적인 완성품의 경우에는 다른 두께의 동일한 시편을 확보하기가 어렵고, 시편의 장착상태의 변화에 기인한 오차를 유발할 가능성을 가진다. Utsno [6]는 시편 배후조건과 장착 상태에 따른 오차를 줄이고자 재료 뒤에 임의로 결정된 두 개의 중공층을 이용하는 방법 (two-cavity method)을 제안하였다. 이 방법은 기존의 방법들에 비해 시편 배후 조건이나 장착 상태에 따른 임의 오차를 줄일 수 있지만, 재료의 특성과 측정하고자 하는 주파수 범위에 따라 중공의 두께를 설정해야 하는 문제점을 갖고 있다.

Lee 등 [7]은 기존 방법들의 문제점을 해결하기 위해 극단적인 임피던스 차이를 갖는 두 개의 시편 배후를 사용하는 방법 (two-termination method)을 제안하였다. 하지만, 이 방법은 사용되는 배후의 특성을 미리 알아야 하고, 시편의 장착 시에 이들 배후의 특성이 변하게 되어 오차가 발생하는 실험상의 문제점을 지닌다.

2.2. 시편의 배후 조건에 따른 측정 결과의 민감도

기존의 측정법의 고찰에서 제시되었듯이 측정 결과는 사용되는 배후 조건에 따라 달라지게 된다. 따라서, 배후 조건에 대한 오차 민감도 해석이 필요하지만, 배후 조건의 음향 특성을 해석적으로 다루기가 어렵기 때문에 정량적인 오차 해석은 매우 어렵다. 본 연구에서는 고려할 수 있는 몇가지 배후 조건을 설정하여 여러 가지 조합에 대한 측정 결과로부터 정성적인 해석을 수행하였다. 실제 측정시 사용할 수 있는 배후 조건으로는 다음의 4가지가 있다.

1. 음향학적 강제 배후 (rigid end)
2. 무반사 종단 (anechoic termination)

3. 일정 길이의 개방단 (open tube)
4. 일정 두께의 중공 (cavity of a depth)

Table 1. Various pairs of terminations.

No.	Terminations	Name
1	rigid end + anechoic termination	2-termination method
2	rigid end + open tube	modified 2-termination method
3	rigid end + cavity (20 mm)	modified 2-cavity method
4	rigid end + cavity (40 mm)	modified 2-cavity method
5	cavity (20 mm) + cavity (40 mm)	2-cavity method

표 1과 같이 위의 배후 조건 중 2가지를 조합한 실험 조건을 설정하여 측정된 특성 임피던스는 그림 2와 같다. 대상 시편은 경질의 폴리우레탄폼으로 흐름 저항은 약 109 *kRayls/m*이고, 두께는 20 mm이다. 그림에서 개방단을 사용했을 경우와 2개의 중공만을 사용했을 경우를 제외하고는 동일한 결과가 산출됨을 알 수 있다.

2.3. 과결정법

배후 조건과 함께 시편 장착에 따른 민감도의 문제점이 있다. 그림 3은 두께가 다른 동일한 재질의 시편에 대해 측정된 특성 임피던스를 보여주고 있는데, 특성 임피던스는 재료의 특성이므로 두께가 다르다 하더라도 동일한 값이 산출되어야 하지만, 시편의 장착이나 배후조건의 교체 시 발생하는 임의 오차에 의해 실험 결과의 재현성이 떨어지게 된다. 이에 대해 본 연구에서는 다수의 배후 조건을 동시에 사용하는 과결정법을 고려하였다. 즉, 기존 측정법과 같이 2개의 배후를 사용하지 않고 3개, 혹은 그 이상의 배후 조건을 사용함으로써 각 경우에 수반되는 임의 오차를 제거하고자 하는 방법이다. *N*개의 배후조건을 사용할 경우 각각의 경우에 측정되는 표면 임피던스는 식 (1)과 같다. 여기서 각 변수가 선형적이지 않기 때문에 다음과 같이 치환한다.

$$x = Z_c^2, \quad y = Z_c \cot(\gamma L). \quad (6)$$

위의 관계를 이용하여 식 (1)을 선형화 하면,

$$x + j(Z_{n,i} - Z_{d,i})y = Z_{d,i}Z_{n,i} \quad (i=1,2,\dots,N), \quad (7)$$

과 같고, *N*개의 조건에 대해 행렬식으로 표현하면,

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & j(Z_{n,1} - Z_{d,1}) \\ 1 & j(Z_{n,2} - Z_{d,2}) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & j(Z_{n,N} - Z_{d,N}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Z_{d,1}Z_{n,1} \\ Z_{d,2}Z_{n,2} \\ \vdots \\ Z_{d,N}Z_{n,N} \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

이 된다. 여기서 **A**는 정방행렬 (square matrix)이 아니므로 가역행렬 (pseudo-inverse matrix)를 이용하여 다음과 같이 **X**를 구할 수 있다:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{B}. \quad (9)$$

앞서의 치환식을 고려하면 최종적으로 다음과 같이 특성 임피던스와 전파상수를 산출할 수 있다:

$$Z_c = \sqrt{x}; \quad \gamma = \frac{1}{L} \cot^{-1} \left(\frac{y}{Z_c} \right). \quad (10a,b)$$

그림 4는 강체 배후와 두께가 각각 20 mm, 40 mm인 두 개의 중공층을 사용한 경우의 측정 결과이다. 그림 3과 비교하면 배후 조건과 시편 장착에 따른 임의 오차를 제거하여 가장 얇은 두께 15 mm의 경우를 제외하고는 동일한 결과가 산출됨을 알 수 있다. 두께가 얇은 시편의 경우 장착에 어려움이 있기 때문에 과결정법에 의해서도 임의오차를 제거할 수 없음을 볼 수 있고, 측정 시에는 가능한 한 두꺼운 시편을 사용하는 것이 바람직하다는 것을 의미한다.

3. 결론

본 연구에서는 배후조건에 따른 임피던스 측정 결과의 민감도를 실험적으로 살펴보았다. 약간의 차이는 있으나 개방단을 사용한 경우를 제외하고 모두 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 개방단의 경우 배후면의 임피던스가 임피던스 판의 외부 환경에 의해 변하므로 그 길이를 설정하기 어렵고, 외부 소음에 영향을 받기 때문에 부적당하다. 한편, 여러 배후 조건 중에서 강체 배후는 기본 특성인 수직 입사 흡음률이 측정되는 조건이고, 설정이 비교적 용이하므로 반드시 포함되어야 한다.

한편, 실험 과정에서 발생하는 임의오차를 감소시키기 위하여 다수의 배후 조건을 사용한 과결정

법을 제안하였고, 이를 기존의 방법과 비교하였다.

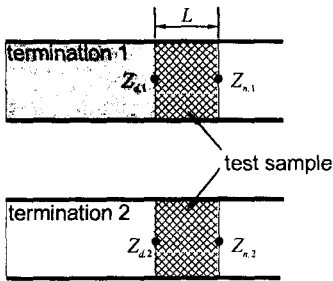


Fig. 1. Schematic diagram of impedance measurement using two different terminations in the impedance tube.

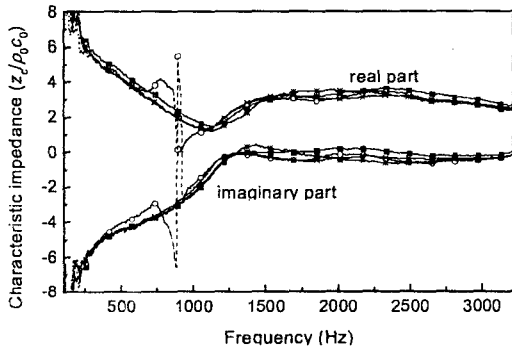


Fig. 2. Measured characteristic impedance: —■—, 2-termination (set 1); —○—, modified 2-termination (set 2); —△—, modified 2-cavity (set 3); —*—, 2-cavity (set 5).

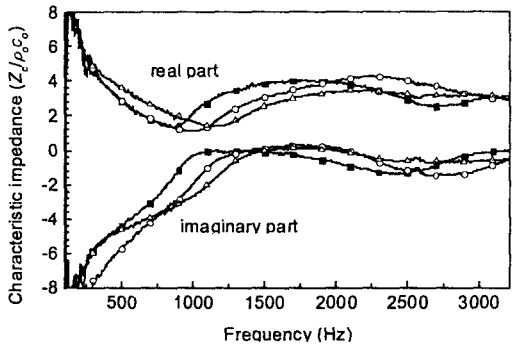


Fig. 3. Characteristic impedance measured for same material (PU-foam of $R_1 = 109 \text{ kRayls/m}$) with different thickness by using 2-termination method: —■—, $L = 15 \text{ mm}$; —○—, $L = 20 \text{ mm}$; —△—, $L = 25 \text{ mm}$.

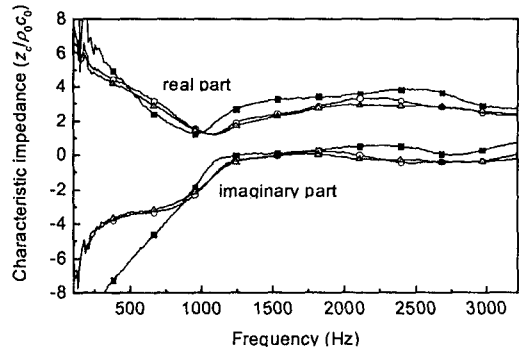


Fig. 4. Measured characteristic impedance by using multi-termination method: —■—, $L = 15 \text{ mm}$; —○—, $L = 20 \text{ mm}$; —△—, $L = 25 \text{ mm}$.

감사의 글

본 연구는 ㈜브이피코리아, BK21 Project 및 NRL의 지원으로 수행되었습니다.

참고 문헌

- [1] M. E. Delany and E. N. Bazely, "Acoustical properties of fibrous absorbent materials," *Appl. Acoust.* **3**, 105-116 (1970).
- [2] Y. Miki, "Acoustical properties of porous materials - modification of Delany-Bazley models," *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)* **11**, 19-24 (1990).
- [3] R. A. Scott, "The absorption of sound in a homogeneous porous medium," *Proc. Phys. Soc. London* **58**, 165-183 (1992).
- [4] S. L. Yaniv, "Impedance tube measurement of propagation constant and characteristic impedance of porous acoustical material," *J. Acoust. Soc. Am.* **54**, 1138-1142 (1973).
- [5] C. D. Smith and T. L. Parrott, "Comparison of three methods for measuring acoustic properties of bulk materials," *J. Acoust. Soc. Am.* **74**, 1577-1582 (1983).
- [6] H. Utsno, T. Tanaka, T. Fujikawa, and A. F. Seybert, "Transfer function for measuring characteristic impedance and propagation constant of porous materials," *J. Acoust. Soc. Am.* **86**, 637-643 (1989).
- [7] 이화수, 장승호, 이정권, "다공질형 재료의 음향전파상수와 특성 임피던스의 결정," *한국음향학회 학술대회 논문집*, 235-240 (1997).