

분포 내부 감쇠 모형에 따른 회전체 계 동특성 비교 연구

박종혁* · 전봉석** · 강중욱*** · 홍성욱****

A Comparison of Dynamics of Rotor Systems for Different Internal Damping Models

J. H. Park, B. S. Jeon, J. O. Kang and S. W. Hong

Key Words : Rotor-bearing system (회전체 베어링 계), Distributed-parameter system (분포변수계), Timoshenko shaft model (Timoshenko 축 모델), Internal damping (내부감쇠), Complex coordinates system (복소 좌표계), Generalized modal analysis (일반화된 모드 해석).

ABSTRACT

Internal damping plays an important role in some rotor dynamic systems with the use of various materials for shafts, for example, composite material. However, although the effects of internal damping have been investigated for a couple of decades, there are several different internal damping models in use, none of which are accepted as the most reliable model. The purpose of this paper is to compare the results of dynamic analysis of rotor systems with several different internal damping models. The exact dynamic element method is used to formulate and analyze the problem. The simulation results provided in this paper may be useful for the dynamic analysis of high rotor systems subject to significant internal damping.

1. 서론

회전체 베어링 계는 안정성에 대한 판단이 용이하지 않을 뿐 아니라 불안정시 큰 위험성을 안게 되므로 안정성 판별에 특별한 주의가 요구된다. 더욱이 현대의 회전체 베어링 계는 정교화, 경량화, 고속화되어 과거에 비해 안정영역이 좁아지는 추세에 있으므로 안정성 해석은 더욱 긴요해졌으며 보다 정밀하게 수행되어 질 필요가 있다[1]. 회전체 베어링 계의 안정성문제는 회전체의 저널 베어링, 축 내부 감쇠, 공기 역학적 가진 등 많은 요인

에 의하여 달라지게 된다. 본 연구에서는 최근 회전축 계가 다양한 재료로 제작됨에 따라 그 중요성이 커지고 있는 내부 감쇠에 따른 회전체 베어링 계의 안정성에 대해 논의하고자 한다.

일반적으로 회전속도(Rotational speed)가 선회속도(Whirl speed)와 달라지게 될 때, 이 비동기 선회 운동으로 인하여 축 요소 내부감쇠에 의한 자려 진동이 발생할 수 있으며 이 자려 진동이 계를 불안정하게 하게 하여 점차 선회 운동이 커지면서 극단적인 경우 회전체나 베어링의 파손이 발생할 수 있는 것으로 알려져 있다. 특히, 최근 복합재를 이용한 회전체가 제작되면서 내부감쇠에 의한 안정성 문제의 중요성이 더욱 커지고 있다[2].

회전체 베어링 계의 안정성 해석에는 유한요소법이 주로 이용되어 왔다 [3-6]. 유한요소 모델을 이용한 축요소 내부 감쇠 안정성 관련 연구로는 Zorzi와 Nelson[3], Hashish와 Sankar[4], Ozguven과

* : 한국원자력연구원

** : (주) LG 실트론

*** : 금오공과대학교 대학원

****: 금오공과대학교 기계공학부

Ozkan[5] 등이 있으며 Rayleigh 요소나, Timoshenko 축 요소를 이용하여 안정성 해석을 수행하였다. 그리고 최근에는 Ku[6]가 내부감쇠를 갖는 Timoshenko 축 요소에 대해 C_0 형상함수를 사용한 유한요소 모델을 이용하여 해석한 바 있다. 그러나 각 연구에서 사용된 내부 감쇠 모형은 여러 연구자에 의해 약간씩 변형되거나 다르게 정의됨으로서 다소간의 혼란을 야기하고 있는 실정이다.

한편, 최근 다단 연속 회전체 베어링 계에 대한 엄밀한 해석이 가능하도록 하는 모델링 방법과 직접해법이 제안하여 그 타당성이 입증된 바 있다 [7]. 앞에서 언급한 바와 같이 안정성 해석은 해의 정확도가 중요하므로 이와 같은 엄밀 해법을 적용하는 것이 큰 의미가 있을 것으로 사료된다.

본 논문에서는 Zorzi와 Nelson[3] 등, 여러 연구자가 제안하였던 내부 감쇠 모형을 Timoshenko 축 요소에 대한 엄밀한 동적 요소 방법에 포함시켜 분포 내부 감쇠를 갖는 경우의 안정성 해석을 수행하였다. 각 감쇠 모형이 갖는 특성을 검토하기 위해 간단한 단순 지지 축에 대해 회전속도의 변화에 따른 안정성 해석을 수행하였으며, 그 결과를 모형에 따라 비교함으로써 모형간의 차이점을 분석하였다. 또한 보다 일반적인 시스템에도 동일한 방법을 적용하여 특성을 분석하였다.

2. 분포 내부 감쇠를 갖는 회전체의 모델링

2.1 회전축계의 엄밀한 동적 요소 모델링

Timoshenko 축 요소에 자이로 효과를 고려하면 복소 운동 방정식이 다음과 같이 표현된다[7].

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \phi - \frac{f}{kAG}, & \frac{\partial \phi}{\partial x} &= \frac{m}{EI_d} \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= -\rho A \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \\ \frac{\partial m}{\partial x} &= f + \rho I_d \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - j\Omega \rho I_p \frac{\partial \phi}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, x 는 축방향 좌표, p, ϕ 는 각각 복소횡변위 좌표 및 복소회전변위좌표이고 f, m 은 복소 전단력 및 복소 모멘트이다. 또 ρ, A, G, E, k 는 각각 밀도, 단면적, 전단 강성 계수(Shear modulus), 영율(Young's modulus), 단면 형상 보정 계수(Shape factor, 원형단면에서 9/10), I_p, I_d 는 극면적관성

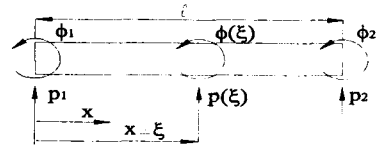


Fig. 1 The sign conventions

모멘트와 직경면적관성 모멘트(Polar and diametral area moment of inertia), 그리고 Ω 는 회전속도이다.

위 식을 먼저 시간에 대해 라플라스 변환하고 행렬 형식으로 표현하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = B\Psi \quad (2)$$

여기서

$$\Psi(x, s) = \begin{Bmatrix} p^* \\ \phi^* \\ f^* \\ m^* \end{Bmatrix}, B(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \\ -c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 "*"는 변수에 대한 라플라스 변환 결과식을 의미한다. 행렬 $B(s)$ 에 포함되어 있는 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$a = \rho I_d s^2 - j\Omega \rho I_p, \quad b = 1/EI_d, \quad c = \rho A s^2, \quad d = 1/kAG \quad (3)$$

여기서 s 는 시간변수에 관한 라플라스 변수이다. 식(2)를 공간변수(x)에 대하여 라플라스 변환한 후 단순화하여 역변환하고, Fig. 1과 같이 균일한 축 요소에 대해 양 끝 절점 부호를 설정하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다 [7].

$$\begin{Bmatrix} f_1^* \\ m_1^* \\ f^*(\xi) \\ m^*(\xi) \end{Bmatrix} = d^s(\xi) \begin{Bmatrix} p_1^* \\ \phi_1^* \\ p^*(\xi) \\ \phi^*(\xi) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} d^s(\xi) &= \begin{bmatrix} d_{11}^s(\xi) & d_{12}^s(\xi) \\ d_{21}^s(\xi) & d_{22}^s(\xi) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d_1(\xi) & d_2(\xi) & d_4(\xi) & d_5(\xi) \\ d_2(\xi) & d_3(\xi) & -d_5(\xi) & d_6(\xi) \\ d_4(\xi) & -d_5(\xi) & d_1(\xi) & -d_2(\xi) \\ d_5(\xi) & d_6(\xi) & -d_2(\xi) & d_3(\xi) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이때,

$$\Delta = \frac{1}{a^2 - \beta^2} \{ 2b(1 - \cosh a\xi \cosh \beta\xi) + \frac{a\beta}{c} (\mu^2 + \nu^2) \sinh a\xi \sinh \beta\xi \}$$

$$d_1 = \frac{1}{\Delta} \{ -\mu \sinh a\xi \cosh \beta\xi + \nu \sinh \beta\xi \cosh a\xi \}$$

$$d_2 = \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{(\beta\mu + a\nu)}{a^2 - \beta^2} \sinh a\xi \sinh \beta\xi - \frac{ab - cd}{a^2 - \beta^2} (1 - \cosh a\xi \cosh \beta\xi) \right\}$$

$$d_3 = \frac{1}{\Delta} \frac{a\beta}{bc} \{ \nu \sinh a\xi \cosh \beta\xi - \mu \sinh \beta\xi \cosh a\xi \}$$

$$d_4 = \frac{1}{\Delta} \{ \mu \sinh a\xi - \nu \sinh \beta\xi \}$$

$$d_5 = \frac{1}{\Delta} \{ \cosh a\xi - \cosh \beta\xi \}$$

$$d_6 = \frac{1}{\Delta} \frac{a\beta}{bc} \{ -\nu \sinh a\xi + \mu \sinh \beta\xi \}$$

$$a^2 = \frac{1}{2} \{ (ab + cd) + \sqrt{(ab + cd)^2 - 4(abcd + bc)} \}$$

$$\beta^2 = \frac{1}{2} \{ (ab + cd) - \sqrt{(ab + cd)^2 - 4(abcd + bc)} \}$$

$$\mu = \frac{(cd - a^2)}{a}, \quad \nu = \frac{(cd - \beta^2)}{\beta}$$

식(1)에 대해 공액인 편미분 방정식에 대해 앞에서와 마찬가지로 식을 전개하면 식(3)에 대응되는 요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \rho I_d s^2 + j\Omega \rho I_p s, & \hat{b} &= \bar{b} = \frac{1}{EI_d}, \\ \hat{c} &= \rho A s^2, & \hat{d} &= d = \frac{1}{kAG} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 (^)는 공액인 변수에 대한 특성치를 의미한다. 이를 적용하여 다음 식과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{m}_1 \\ \hat{f}(\xi) \\ \hat{m}(\xi) \end{pmatrix} = \hat{a}(\xi) \begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{p}(\xi) \\ \hat{\phi}(\xi) \end{pmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{a}(\xi) &= \begin{bmatrix} \hat{a}_{11}(\xi) & \hat{a}_{12}(\xi) \\ \hat{a}_{21}(\xi) & \hat{a}_{22}(\xi) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{d}_1(\xi) & \hat{d}_2(\xi) & \hat{d}_4(\xi) & \hat{d}_5(\xi) \\ \hat{d}_2(\xi) & \hat{d}_3(\xi) & -\hat{d}_5(\xi) & \hat{d}_6(\xi) \\ \hat{d}_4(\xi) & -\hat{d}_5(\xi) & \hat{d}_1(\xi) & -\hat{d}_2(\xi) \\ \hat{d}_5(\xi) & \hat{d}_6(\xi) & -\hat{d}_2(\xi) & \hat{d}_3(\xi) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\hat{a}^2, \hat{\beta}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (\hat{a}\hat{b} + \hat{c}\hat{d}) \pm \sqrt{(\hat{a}\hat{b} + \hat{c}\hat{d})^2 - 4(\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d} + \hat{b}\hat{c})} \right\}$$

로 두고 식(4)에 변경된 값을 대입하여 식(7)의 각 요소를 결정할 수 있다.

2.2 점성 감쇠 모델

2.2.1 횡방향 속도 비례 모형 (Model 1)

점성 내부 감쇠가 있는 회전체 축 요소의 감쇠로 인한 반력이 축 요소의 횡방향 속도에 비례한다고 가정하면 다음과 같이 표현된다[3].

$$\begin{aligned} f_y &= C_d (\dot{y} + \Omega z) \\ f_z &= C_d (\dot{z} - \Omega y) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, C_d 는 점성 감쇠 계수이다. 복소좌표를 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$f = f_y + jf_z = C_d (\dot{p} - j\Omega p) \quad (9)$$

2.2.2 각방향 속도 비례 모형 (Model 2)

내부 점성 감쇠의 영향이 각방향 속도에 비례한다고 가정하고 해석하는 방법도 종종 채용되고 있다. 예컨대 참고문헌[3]에서의 내부 점성 감쇠에 대한 표현은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_y \\ m_z \end{bmatrix} = EI_d C_r \begin{bmatrix} \dot{\alpha}' + \Omega \beta' \\ \beta' - \Omega \alpha' \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서, $\alpha + j\beta = \phi$, C_r 은 각방향 속도에 비례하는 분포 점성 감쇠 계수를 나타낸다. 따라서 복소좌표를 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$m = m_y + jm_z = EI_d C_r \{ \dot{\phi}' - j\Omega \phi' \} \quad (11)$$

식(9),(11)에서 정의된 계수 C_d, C_r 을 비교해서 분석하기 위해서는 다음과 같은 무차원수를 정의하는 것이 편리하다.

$$\eta_d = \frac{C_d \ell}{\sqrt{\rho A E I_d}}, \quad \eta_r = C_r \ell^2 \sqrt{\frac{E I_d}{\rho A}} \quad (12)$$

2.3 히스테리시스 감쇠 모형

2.3.1 Lund 모형 (Model 3)

히스테리시스(hysteresis, hysteretic) 내부 감쇠는 구조 재료가 변형할 때 재료 내부면 사이의 마찰에 의해 발생하는 재료 특성에 의한 것으로 알려져 있다. 이로 인해 응력-변형률 평면에서 응력이 해당 변형률보다 손실각(loss angle), δ_h 만큼 앞서고 히스테리시스 궤적은 타원으로 그 면적이 손실 에너지의 척도인 $\sin \delta_h$ 에 비례한다. 따라서 히스테리시스 감쇠는 변위에 비례하는 형태로 나타나게 된다. 이와 같은 현상을 굽힘 모멘트-변형 관계식으로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다 [4].

$$\begin{bmatrix} m_y \\ m_z \end{bmatrix} = EI_d \begin{bmatrix} \cos \delta_h & \sin \delta_h \\ -\sin \delta_h & \cos \delta_h \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, 손실각(loss angle) δ_h 는 대수 감쇠분(Logarithmic decrement)를 $\pi \epsilon$ 이라 할 때, 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\sin \delta_h = \frac{\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \quad (14)$$

따라서 복소좌표를 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$m = m_y + jm_z = EI \frac{1 - j\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \phi' \quad (15)$$

2.3.2 Nelson 모형 (Model 4)

참고 문헌[3]에서는 축 내부 히스테리시스 감쇠에 대해 다음과 같은 표현을 사용하고 있다.

$$\begin{bmatrix} m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \frac{EI_d}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \begin{bmatrix} 1 + \epsilon & \epsilon \\ -\epsilon & 1 + \epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix} \quad (16)$$

Table 1 Parameters for various internal damping models

Model \ Parameters	b	c
Viscous damping model 1	$\frac{1}{EI_d}$	$\rho A s^2 + C_d s - j\Omega C_d$
Viscous damping model 2	$\frac{1}{EI_d^v}$	$\rho A s^2$
Hysteretic damping model 3	$\frac{1}{EI_d^h}$	$\rho A s^2$
Hysteretic damping model 4	$\frac{1}{EI_d^h}$	$\rho A s^2$

(Note) $I_d^v = I_d [1 + C_r (s - j\Omega)]$

$$I_d^h = I_d \frac{1 - j\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}, \quad I_d^{h2} = I_d \frac{1 + \epsilon - j\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}$$

따라서 복소좌표를 이용한 경우 다음과 같이 표현된다.

$$m = m_y + jm_z = EI \frac{1 + \epsilon - j\epsilon}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \phi' \quad (17)$$

2.4 분포 내부 감쇠 모형을 고려한 방정식 및 안정성 판별

본 연구에서 고려한 엄밀한 동적 요소 방법에서는 간단히 두 개의 계수만을 변경하여 앞 절에서 토의한 내부 감쇠를 고려할 수 있다. 즉, 내부 감쇠가 포함됨으로 인해 식(3),(5)의 b, c를 Table 1에서와 마찬가지로 표현하면 기존의 시스템 해석 과정과 완전히 동일하게 안정성을 판별할 수 있다.

고려 대상이 되는 시스템을 균일한 물성치를 갖는 요소로 나누고 엄밀한 동적 요소 행렬을 계산하여 조합함으로써 전역 시스템 방정식을 얻을 수 있으며 이 시스템 방정식에 대한 고유치 문제를 풀면 내부 감쇠를 포함하는 축 대칭 회전체 베어링 계에 대한 안정성을 판별할 수 있다. 즉, 엄밀한 복소 고유치 $s = \sigma + j\omega$ 를 결정할 수 있고, 이로부터 다음과 같이 정의되는 무차원 대수 감쇠분(logarithmic decrement)을 이용하여 상대적인 안정성을 판별하도록 한다.

$$\delta = -\frac{2\pi\sigma}{\omega} \quad (18)$$

3. 내부감쇠 모형에 따른 안정성 비교

3.1 예제 1

내부 감쇠 모형의 비교를 위해 동일한 회전축에 서로 Table 1에 정리된 방식과 마찬가지로 내부 감쇠를 부여하여 대수 감소분을 계산하였다. 계산에 사용된 회전축은 양단이 단순 지지되었으며 직경 10cm, 길이 125cm이며 밀도와 탄성계수가 각각 8000 kg/m^3 , 200GN/m , 그리고 포아송비를 0.3으로 설정하였다. 회전 속도 범위를 0~30000 rpm까지 두었다.

Fig. 2 에는 회전축에 내부 점성 감쇠가 있는 경우의 회전 속도에 따른 3개 모드 대수 감소분을 나타내었다. 두 가지 모형을 비교하였을 때 유사한 경향을 보이고는 있으나 실제의 추세선은 상당한 차이를 보이고 있다. 그림을 보면 내부 점성 감쇠가 있는 경우, 모형에 상관없이 회전 속도가 증가하면 한 모드는 더 안정화되는 반면 대응되는 다른 모드는 불안정화 되어 가는 특징이 있다. 특히 각 모드 별로 임계 속도를 지나면 해당 모드가 불안정해지는 특성을 보이고 있다. 따라서 관심 있는 속도범위 내의 임계속도 수만개의 불안정 극점이 존재할 수 있다. 그러나 이와 같은 특성은 회전체의 자이로 효과나 베어링의 비등방성 등에 영향을 받을 수 있다. 한편 Model 1은 대수 감소분의 속도에 따른 변화가 각 모드별로 큰 차이를 보이고 있다. 그러나 Model 2에서는 대수 감소분이 비슷한 비율로 변화하고 있음을 관찰할 수 있다.

Fig. 3에서는 히스테리시스 감쇠만 있을 경우의 회전 속도별 대수 감소분을 나타내고 있다. 히스테리시스 감쇠만 있는 경우, 두 가지 감쇠 모형 모두에서 회전 속도에 관계없이 불안정 영역이 나타나지만 회전 속도가 증가하면 불안정 특성이 조금씩 개선되는 추세를 보이고 있다. 또 같은 값의 히스테리시스 감쇠 계수(ϵ)에 대해 Model 4가 Model 3에 비해 더 빨리 안정화된다는 것을 알 수 있었다. 그러나 전체적으로 두 가지 모형의 차이는 결과에 큰 영향을 미치지 않으므로 실제적인 경우에 어느 하나를 선택해도 큰 문제가 없을 것으로 생각된다.

3.2 예제 2

회전체의 특성과 베어링 등에 영향을 받는 보다 일반적인 계에 대한 내부 감쇠 모형별 비교를 위해 Fig. 4의 시스템을 고려하였다. 시스템의 사양은 Table 2에 정리되어 있다. 여기서도 점성 및 히스

테리시스 내부 감쇠를 각 감쇠 모형에 따라 부여하고 회전 속도를 0 rpm에서 30,000 rpm까지 변화시키면서 감쇠에 따른 계의 대수 감소분의 변화를 계산하였다. 감쇠계수는 예제 1과 동일하게 부여하

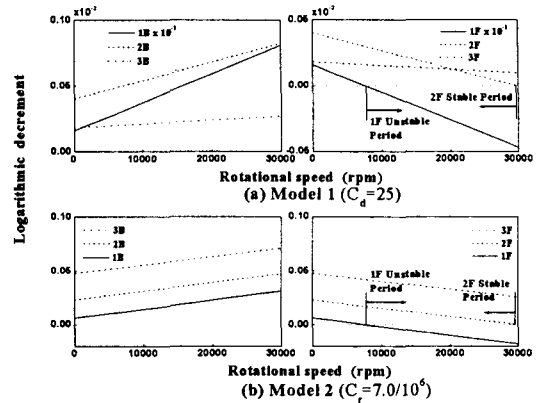


Fig. 2 Comparison of logarithmic decrements for first three modes of the system with internal viscous dampings

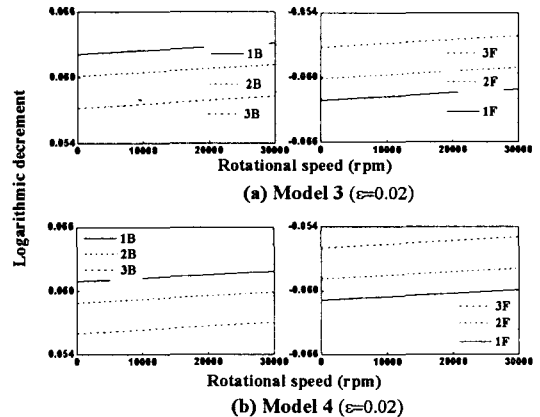


Fig. 3 Comparison of logarithmic decrements for first three modes of the system with internal hysteretic dampings

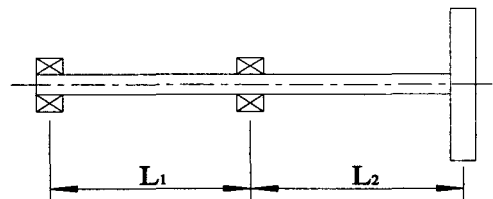


Fig. 4 Numerical model 2 : overhung rotor bearing system

Table 2 Specification of numerical model 2

Shaft	Length(m)		$L_1=0.5$ $L_2=0.5$
	Diameter(cm)		5.0
	Young's Modulus(GN/m ²)		200
	Density(Kg/m ³)		8000
Disk	Mass(Kg)		7.5
	Polar Moment of inertia(Kg-m ²)		0.04
	Diametral Moment of inertia(Kg-m ²)		0.02
Bearing (2 identical)	Stiffness	K_{yy} (MN/m)	25
		K_{zz} (MN/m)	40

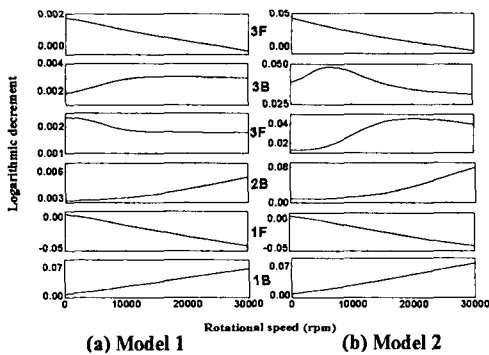


Fig. 5 Comparison of logarithmic decrements for first three modes for the system with internal viscous dampings

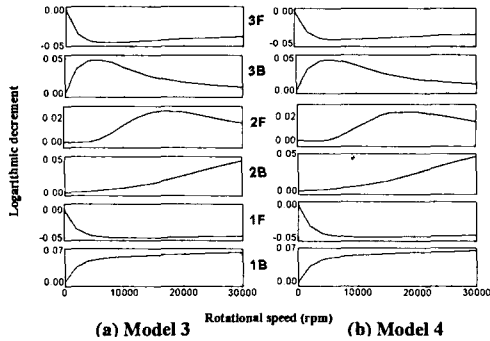


Fig. 6 Comparison of logarithmic decrements for first three modes for the system with internal hysteretic dampings

였다.

Figs. 5, 6은 각각 점성 감쇠 및 히스테리시스 감쇠가 포함된 경우의 대수 감소분 변화를 나타내고 있다. Model 1의 점성감쇠의 경우를 제외한 나머지 3 모델에서 단순 모델에서와는 달리 각 모드 별로

서로 다른 추세를 보이고 있음을 알 수 있다. 이는 내부 감쇠 효과가 베어링의 비등방성과 자이로효과에 크게 영향을 받고 있음을 의미한다. 따라서 시스템에 대한 정확한 안정성 해석을 위해서는 보다 엄밀한 정량적 해석이 필요하다고 할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 엄밀한 동적 요소를 이용하여 분포 내부 감쇠를 갖는 회전체 베어링 계의 안정성을 분석하였다. 서로 다른 여러 가지의 감쇠 모형을 적용하여 그 주요 특성을 분석하였으며 비교하였다. 제시한 결과는 최근 개발되고 있는 여러가지 재료의 회전체 베어링 계 설계에 유용하게 활용될 것으로 기대된다.

참고 문헌

- (1) Dimentberg, F.M., 1964, Flexural Vibrations of Rotating Shafts, Butterworths Inc., London.
- (2) Wettergren, H., 1998, "Material damping in composite rotors," Journal of Composite Materials, Vol.32, No.7, pp.652-663.
- (3) Zorzi, E. S., Nelson, H. D., Jan. 1977, "Finite element simulation of rotor-bearing systems with internal damping," Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, pp.71~76
- (4) Hashish, E. and Sankar, T. S., 1984, "Finite element and modal analysis of rotor bearing systems under stochastic loading conditions," Trans. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol.106, pp.80~89.
- (5) Ozguven, H.N. and Ozkan, Z.L., 1984, "Whirl speed and unbalance response of multi bearing rotors using finite elements," Trans. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol.106, pp.72-79.
- (6) Ku, D. M., 1998, "Finite element analysis of whirl speeds for rotor-bearing systems with internal damping," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.12, No.5, pp.599-610.
- (7) 박종혁, 홍성욱, 1999, "다단 연속 회전체 베어링 계의 일반화된 모드 해석," 한국소음진동공학회지, Vol.9, No.3, 1999, 525-534.