

기하학적 형상오차를 갖는 정보저장기기용 볼베어링의 NRRO 해석

NRRO Analysis of HDD Ball Bearings with Geometric Imperfections

⁰김 영 철*, 최 상 규*, 윤 기 찬**
Young-Cheol Kim*, Sang-Kyu Choi*, Ki-Chan Yoon**

ABSTRACT

In this paper, we theoretically analyzed the NRRO(the non-repeatable run-out) of a ball bearing with geometric imperfection. The quasi-static and dynamic analysis of a ball bearing was performed to calculate the displacement of shaft center caused by the form errors while the shaft is rotating. From consideration of the generating mechanism of NRRO, it is found that the waviness of one ball generates vibrations with $nf_b \pm f_c$ (where n is odd) components. Also it is confirmed that the outer race waviness of the order $n = jZ \pm 1$ generates vibration with jZf_c components. The form errors of ball bearing elements were precisely measured and NRRO of a ball bearing was calculated using the measured data. It is concluded that the ball bearings must have large ball number and small ball diameter to obtain low NRRO.

1. 서 론

최근 HDD와 같은 정보저장기기의 자기기록밀도(magnetic track density)는 급속히 증가하고 있으며, 이를 위해서 HDD 스피ndl용 볼베어링에서 발생하는 비반복적인 진동성분(이하 NRRO, non-repeatable run-out)을 작게 해 줄 필요성이 높아지고 있다. NRRO를 저감시키기 위해서는 내륜, 외륜 및 볼에 포함되는 형상과 치수 오차를 작게 하는 것이 중요하지만, 가공정밀도의 향상에는 가공비용을 비롯한 여러 가지 제약조건이 따르므로 NRRO의 연구를 위해서 보다 설계적인 관점에서 연구할 필요성이 있다.

* 한국기계연구원 회전체연구그룹

** FAG한화베어링(주) 연구소

본 연구에서는 Hertzian 접촉의 비선형 효과를 포함한 준정적(quasi-static) 해석 및 동적 해석을 수행하여, 볼베어링의 기하학적 형상오차에 기인한 강성축 진동(NRRO)을 계산하고, 그 상호 관련성을 조사하였다. 그리고, 볼과 내외륜의 형상오차를 실측하여 적용해 봄으로써 NRRO 저감을 위한 볼베어링의 설계 방안을 고찰하였다.

2. 볼베어링의 준정적 해석

2.1 준정적 해석 이론

베어링에 가해지는 외력에 대한 시스템의 힘-평형방정식은 다음과 같으며, 외력(F_x , F_y , F_z , M_y , M_z) 방향으로 모두 5개의 연립방정식이 요구된다.

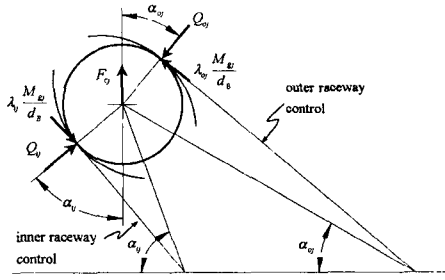


Fig. 1 Ball loading at angular location j

$$\sum F = 0 \quad (1)$$

$$\sum M = 0 \quad (2)$$

Fig. 1과 같이, 전동체 위치에서 볼-외륜 궤도 하중 (Q_{oj}), 볼-내륜궤도 하중 (Q_{ij}), 원심력 (F_o) 및 자이로스코프 모멘트 (M_{gi})가 평형을 이루고 있을 때, 힘 평형방정식은 다음과 같다.

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \sin \alpha_{oj} - \frac{M_{gi}}{d} (\lambda_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{oj} \cos \alpha_{oj}) = 0 \quad (3)$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{oj} \cos \alpha_{oj} - \frac{M_{gi}}{d} (\lambda_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{oj} \sin \alpha_{oj}) + F_o = 0 \quad (4)$$

이때, 외륜 제어인 경우 $\lambda_{ij}=0, \lambda_{oj}=2$ 이고, 내륜 제어인 경우에는 $\lambda_{ij}=\lambda_{oj}=0$ 로 한다.

그리고, 하중을 받기 전후의 볼 중심과 내외륜 궤도 중심의 변화로부터 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$(A_{ij} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - X_{2j})^2 - [(f_i - 0.5) + d + \delta_{ij}]^2 = 0 \quad (5)$$

$$X_{1j}^2 + X_{2j}^2 - [(f_o - 0.5) + d + \delta_{oj}]^2 = 0 \quad (6)$$

이상과 같이 볼베어링의 준정적 해석을 위해서 각 전동체에 대해 4개씩, 시스템에 대해 5개의 연립방정식이 유도된다. 시스템에 대한 5개의 비선형 연립 방정식으로부터 베어링 내륜 중심의 5 자유도 변형을 Newton-Raphson법으로 구하고, 이 결과를 이용하여 다시 4개의 전동체 연립방정식을 Newton-Raphson법에 의해 각 전동체에 대한 하중, 접촉각, 전동체의 자전 및 공전 속도 등을 구하게 된다. 이러한 과정을 되풀이하여 수렴조건을 만족할 때까지 계산하여 준

정적해석을 수행한다.

2.2 준정적 해석 결과

본 연구에서는 2가지 HDD 스피들용 볼베어링에 대해서 해석을 수행하였는데, 그 제원은 Table 1과 같다. P_d (Residual Radial Clearance)가 $5 \mu\text{m}$ 이고 7200rpm으로 운전될 때, 볼 개수를 7~12개로 변화시키면서 Case 1의 베어링에 대하여 준정적해석을 수행하여 얻은 접촉각 및 변형량은 Table 2와 같고, 볼 개수를 5~10개로 변화시키면서 Case 2의 베어링에 대하여 준정적해석을 수행하여 얻은 접촉각 및 변형량은 Table 3와 같다. 이때 α 는 접촉각, δ_i 는 볼과 내륜 사이의 변형량, δ_o 는 볼과 외륜 사이의 변형량을 나타낸다.

Table 1. Specifications of ball bearings

Parameter		case1	case2
Ball Diameter	$d(\text{mm})$	1.5875	2.0
No. of Balls	Z	10	8
Pitch Diameter	$D(\text{mm})$	9.1	9.0
Curvature Ratio of IRW	f_i	0.529	0.52
Curvature Ratio of ORW	f_o	0.535	0.53
Residual Radial Clearance	$P_d(\mu\text{m})$	5	5
Rotating Speed	$f_r(\text{Hz})$	120	120

Table 2 Quasi-static analysis result(case1)

Z	7	8	9	10	11	12
α	19.80	19.38	19.03	18.73	18.47	18.24
δ_i	2.116	1.977	1.863	1.766	1.683	1.610
δ_o	2.113	1.974	1.860	1.763	1.680	1.607

Table 3 Quasi-static analysis result(case2)

Z	5	6	7	8	9	10
α	18.68	18.12	17.67	17.30	16.99	16.72
δ_i	2.489	2.270	2.100	1.963	1.849	1.754
δ_o	2.513	2.291	2.119	1.980	1.865	1.768

3. NRRO 해석 이론

3.1 NRRO 해석 이론

Fig. 2는 베어링 설계 파라미터와 좌표계 정의를 포함하는 볼베어링 NRRO 해석 모델이다. 해석하고자 하는 문제는 축이 각속도 ω 로 회전하고 있을 때 베어링 요소의 형상 오차(form error)에 기인한 축 중심의 변위 x 및 y 를 계산하는 것이다. 그림에서 외륜케도(outer raceway)의 중심 o 는 원점에 있고, 내륜케도(inner raceway)의 중심 o' 는 좌표 (x, y) 에 위치한다. 케도면 및 볼의 형상 오차는 아주 작으므로, 모든 볼이 내륜 및 외륜과 탄성접촉하고 미끄러지지 않고 순수하게 구른다고 가정한다.

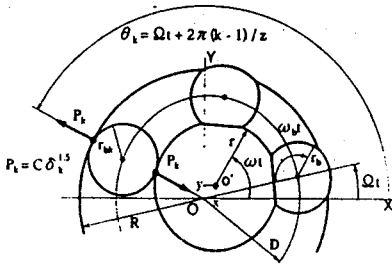


Fig. 2 NRRO Model of ball bearing

d 를 볼의 직경, D 를 피치원 직경, 내륜 회전각을 ωt 라 할 때, 첫 번째 볼의 위치각과 k 번째 볼의 위치각은 식 (7) 및 식 (8)과 같다.

$$\Omega t = \frac{\omega t}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha\right) \quad (7)$$

$$\theta_k = \Omega t + 2\pi \frac{(k-1)}{Z} \quad (8)$$

그리고 이때 볼의 자전각은 식 (9)와 같다.

$$\omega_b t = \frac{\omega D}{2d} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \cos^2 \alpha\right) \quad (9)$$

k 번째 볼의 접촉점에서의 볼의 직경을 $d_k(w_b t)$, 내외륜의 반경을 각각 $r(\theta_k), R(\theta_k)$ 라 하면, 축 중심이 x, y 로 편심한 때의 볼의 탄성 변형량이 내외륜의 변형량과 같다고 가정하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\delta_k = \frac{1}{2} \{r(\theta_k) + d_k(w_b t) - R(\theta_k) + x \cos \theta_k + y \sin \theta_k\} \quad (10)$$

이 때 $r(\theta_k), R(\theta_k)$ 및 $d_k(w_b t)$ 는 기준반경과 형상오차를 더해서 다음과 같이 Fourier 급수로 나타낼 수 있다.

$$r(\theta_k) = r_0 + \sum_{n=1}^N a_{rn} \cos(n\theta_k + \phi_{rn}) \quad (11)$$

$$R(\theta_k) = R_0 + \sum_{n=1}^N a_{Rn} \cos(n\theta_k + \phi_{Rn}) \quad (12)$$

$$d_k(w_b t) = d_{k0} + \sum_{n=1}^N a_{bkn} \cos(n\omega_b t + \phi_{bkn}) + \sum_{n=1}^N a_{bkn} \cos(n\omega_b t + n\pi + \phi_{bkn}) \quad (13)$$

Hertzian 접촉이론에 의하면, k 번째 볼과 내외륜에 작용하는 힘 P_k 과 변형량 δ_k 은 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$P_k = C_k \delta_k^{3/2} \quad (14)$$

이 때 C_k 는 강성계수로서, 볼과 내륜 및 외륜과의 접촉 강성 K_i 및 K_o 에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$C_k = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_i}\right)^{2/3} + \left(\frac{1}{K_o}\right)^{2/3}} \right]^{3/2} \quad (15)$$

볼과 내외륜에 작용하는 힘은 각 볼의 위치마다 다르기 때문에 축의 중심은 그것들의 합력이 0이 되는 위치로 이동할 것이다. 만약 스피들의 관성력을 무시하면, x, y 방향의 접촉력 평형방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$f_x = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \theta_k = 0 \quad (16)$$

$$f_y = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin \theta_k = 0 \quad (17)$$

식 (16) 및 (17)은 x, y 에 관한 비선형 방정식이므로, 다음과 같이 Newton-Raphson 법에 의해 구한다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_i - \begin{Bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x} & \frac{\partial f_x}{\partial y} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x} & \frac{\partial f_y}{\partial y} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}_i \quad (18)$$

이때, 변형량 δ_k 의 초기치는 준정적 해석으로부터 계산된 $(\delta_i + \delta_o)/2$ 로 가정하였다. 내륜의 회전각을 변화시키면서 계산을 반복하면 회전각에 대응한 축의 거동이 계산된다.

3.2 NRRO 해석 검증

NRRO 해석 결과를 검증하기 위해서 Ono⁽¹⁾가 사용했던 예제(볼 개수 7개, 볼 직경 2.8mm, 피치원 직경 10.5mm, 접촉각 10° 이고 3600rpm으로 회전)를 이용하였다. 이때 이론적인 cage 각속도는 식 (7)에 의해 $f_c = 22.12\text{Hz}$ 이고 볼의 spin 각속도는 식 (9)에 의해 $f_b = 104.74\text{Hz}$ 이다.

3.2.1 볼 1개에 형상오차가 있는 경우

$n=0\sim 8$ 까지의 waviness 차수 성분이 $0.5\ \mu\text{m}$ 인 형상오차가 첫 번째 볼에 존재한다고

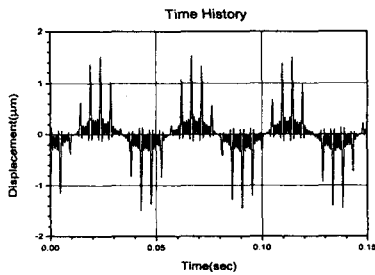


Fig. 3 Time history of NRRO caused by 0~8 order waviness of one ball

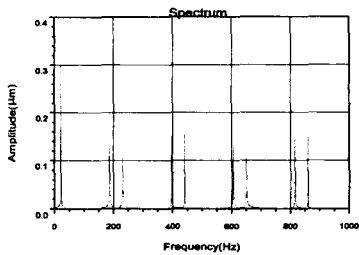


Fig. 4 Spectrum of NRRO caused by 0~8 order waviness of one ball

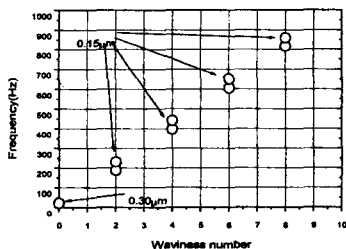


Fig. 5 Frequency and amplitude diagram of NRRO caused by waviness of one ball

가정하고 NRRO 해석을 수행하였다. Fig. 3은 x 방향의 시간신호 응답을 나타내고, Fig. 4는 x 성분의 Spectrum을 나타낸다. Fig. 4에서 첫 번째 주파수 성분은 cage 각속도 f_c 와 일치하며, 볼의 반경 치수 오차는 오직 이 한 성분만을 가진하게 되고 그 진동 진폭은 반경방향 오차의 약 2/3가 됨을 알 수 있다. 두 번째부터 나타나는 성분은 $nf_b \pm f_c$ 와 일치하는데, 이때 n 이 짝수인 경우에만 $nf_b \pm f_c$ 성분이 반경방향 치수오차의 약 1/3의 크기로 나타나고 홀수인 경우는 나타나지

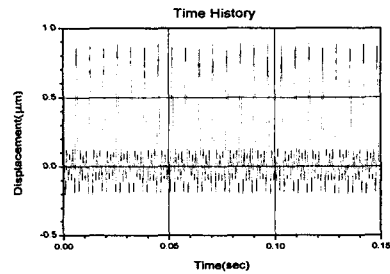


Fig. 6 Time history of NRRO caused by 1~10 order waviness of outer raceway

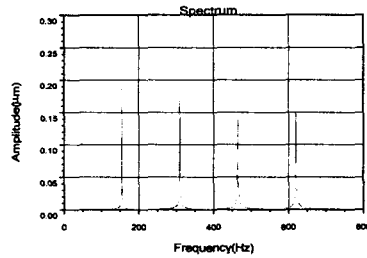


Fig. 7 Spectrum of NRRO caused by 1~10 order waviness of outer raceway

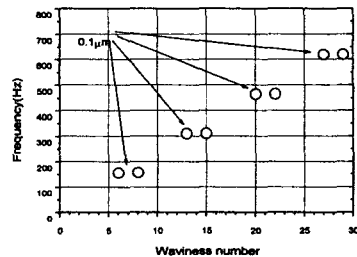


Fig. 8 Frequency and amplitude diagram of NRRO caused by outer race waviness

않음을 볼 수 있다. 결국 홀수 차수의 waviness는 내외륜 사이의 접촉점의 변화를 일으키지 않음을 알 수 있다.

Fig. 5는 형상오차와 NRRO의 관계를 쉽게 알아보기 위하여 waviness 차수와 주파수 성분 사이의 관계를 그린 것이며, 상기 기술한 결과를 쉽게 확인할 수 있다. 이 그림에서 원의 크기는 진동의 크기를 나타낸다.

3.2.2 외륜케도에 형상오차가 있는 경우

$n = 1 \sim 10$ 및 $jZ \pm 1 (j = 1 \sim 4)$ 차의 waviness 차수 성분이 $0.1 \mu m$ 인 형상오차가 외륜에 존재한다고 가정하고 NRRO 해석을 수행하였다. Fig. 6은 x 방향의 시간신호 응답을 나타내고, Fig. 7은 Spectrum을 나타낸다.

이미 알려진 바와 같이, 축진동은 차수 n 이 $jZ \pm 1$ 와 일치할 때 jZf_c 성분의 진동을 일으킨다. Fig. 7에서 나타난 주파수 성분은 jZf_c 성분 ($7f_c, 14f_c, 21f_c, 28f_c$)으로서 $jZ \pm 1$ 차 waviness에 의해서 가진되고 있다. 이 때 나타나는 진동의 진폭크기는 waviness의 진폭크기와 일치한다.

Fig. 8은 형상오차와 NRRO의 관계를 쉽게 알아보기 위하여 waviness 차수와 주파수 성분 사이의 관계를 그린 것이며, 상기 기술한 결과를 쉽게 확인할 수 있다.

4. 실측형상을 이용한 NRRO 해석

4.1 볼베어링의 형상오차 측정

실제 볼이나 내외륜 케도의 경우에는 고차 성분까지 포함하는 여러 형상오차성분이 존재하다. 따라서 볼베어링 샘플을 한 개 추출하여 실제로 볼이나 내외륜 케도로부터 형상오차를 측정하였는데, Fig. 9는 한 개의 볼로부터 얻은 형상오차이고, Fig. 10은 외륜 케도로부터 얻은 형상오차이다.

Fourier 급수전개를 이용하여 각 주기성분을 추출하였는데, Table 4는 FFT 알고리즘을 이용하여 볼이나 내외륜 케도의 1~10차

까지의 오차성분을 계산한 것이다. 이때 0차의 치수오차는 없는 것으로 가정하였다. Table 4의 결과로부터 측정된 오차성분은 모두 2차성분이 지배적으로 크고, 고차로 갈수록 이 성분들이 줄어들고 있음을 볼 수 있다. 실제로 10차 이상의 오차성분은 센서 측정범위를 벗어나는 $1 nm$ 이하로서 NRRO에 거의 영향을 미치지 못할 것으로 판단된다.

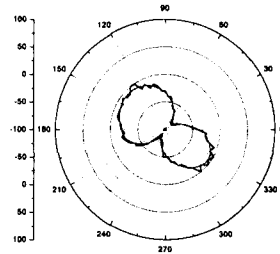


Fig. 9 Real waviness of one ball

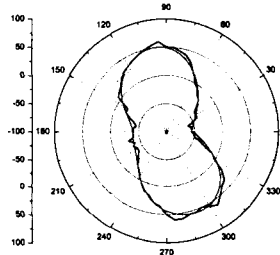


Fig. 10 Real waviness of outer race

Table 4 1~10 order waviness component value obtained by FFT (unit : nm)

order	ball	outer race	inner race
1	6.1	1.7	2.5
2	35.9	52.6	35.3
3	9.8	7.6	9.1
4	3.3	3.7	4.6
5	3.8	1.4	3.1
6	2.4	4.1	1.8
7	1.8	0.8	1.5
8	0.9	1.5	0.6
9	0.2	1.7	1.6
10	0.7	0.8	1.1

4.2 볼 1개에 형상오차를 가진 경우의 NRRO 해석

Table 1의 case 1의 경우에 cage 각속도는 식 (7)에 의해 $f_c = 50\text{Hz}$ 이고 볼의 spin 각속도는 식 (9)에 의해 $f_b = 335\text{Hz}$ 이다. 마찬가지로 case 2의 경우에 $f_c = 47\text{Hz}$ 이고 $f_b = 258\text{Hz}$ 이다.

볼 1개에만 Fig. 9와 같은 형상오차가 존재하고 나머지 볼과 내외륜 궤도가 오차없이 진원이라고 가정하였을 때, case 1과 case 2의 경우에 볼의 개수를 변화시키면서 NRRO 해석을 수행하였다. Fig. 11은 case 1의 $Z=10$ 인 경우에 시간신호 응답이고, Fig. 12는 이때의 Spectrum이다. ball에 의한 NRRO는 짝수 성분에 의해 주로 발생하는데, Table 4에서 보듯이 실제 볼이 2차의 오차성분이 지배적으로 크므로 $2f_b \pm f_c$ 성분의 NRRO가 주된 성분이 될 것이며, 이 사실은 Fig. 12의 결과에서 잘 보여주고 있다.

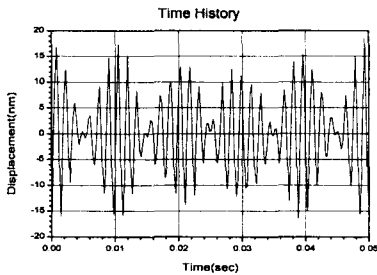


Fig. 11 Time history of NRRO caused by real waviness of one ball

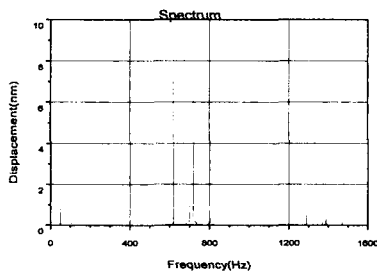


Fig. 12 Spectrum of NRRO caused by real waviness of one ball

Table 5 NRRO components caused by real waviness of one ball (case 1, nm)

Z	f_c	$2f_b - f_c$	$2f_b + f_c$	Σ
7	1.16	9.69	6.61	17.46
8	1.09	8.80	7.06	16.95
9	1.03	7.96	7.06	16.05
10	0.98	7.20	6.77	14.95
11	0.94	6.52	6.40	13.86
12	0.90	5.95	5.97	12.82

Table 6 NRRO components caused by real waviness of one ball (case 2, nm)

Z	f_c	$2f_b - f_c$	$2f_b + f_c$	Σ
5	1.17	12.30	10.22	23.69
6	1.10	8.85	10.85	20.80
7	1.04	6.61	10.14	17.79
8	0.99	6.58	8.96	16.53
9	0.95	6.38	7.73	15.06
10	0.91	6.11	6.59	13.61

Table 5와 6은 발생 주파수 성분별 그 크기와 최대 진폭크기를 정리한 것이다. case 1과 2의 두 경우 모두 볼의 개수가 증가할수록 NRRO가 줄어든다. 특히 볼의 원주상의 선밀도가 비슷한 두 경우인, case 1의 $Z=10$ 인 경우와 case 2의 $Z=8$ 인 경우를 비교하면, 전자의 경우가 더 유리함을 볼 수 있다. 따라서 NRRO를 줄이기 위해서는 볼 직경을 작게 하고 볼 개수를 늘리는 것이 유리함을 알 수 있다.

4.3 외륜에 형상오차를 가진 경우의 NRRO 해석

외륜 궤도에만 Fig. 10과 같은 형상오차가 존재하고 나머지 볼과 내륜 궤도는 오차없이 진원이라고 가정하였을 때, case 1과 case 2의 경우에 볼의 개수를 변화시키면서 NRRO 해석을 수행하였다. Fig. 13은 case 1의 $Z=10$ 인 경우에 시간신호 응답이고, Fig. 14는 이때의 Spectrum이다. 여기서 외륜에 의한 NRRO는 주로 $10f_c$ 성분이 될 것이고 9차 및 11차 성분에 의해 발생할 것이다. 그

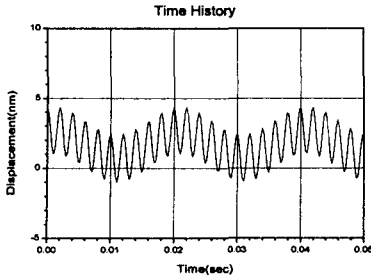


Fig. 13 Time history of NRRO caused by real waviness of outer raceway

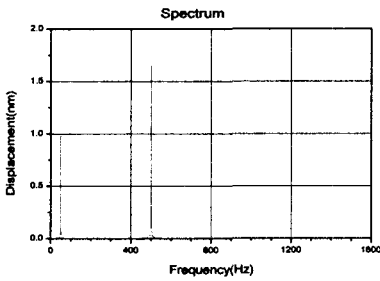


Fig. 14 Spectrum of NRRO caused by real waviness of outer raceway

런데 Table 4로부터 9차성분은 거의 1.7 nm 정도로 아주 작으며, 따라서 계산되어진 NRRO 성분도 1.7 nm로 나옴을 볼 수 있다.

Table 7과 8은 발생 주파수 성분별 그 크기와 최대 진폭크기를 정리한 것이다. case 1과 2의 두 경우 모두 볼의 개수가 증가할수록 NRRO가 줄어든다. 특히 볼의 원주상의 선밀도가 비슷한 두 경우인, case 1의 $Z=10$ 인 경우와 case 2의 $Z=8$ 인 경우를 비교하면, 전자의 경우가 더 유리함을 볼 수 있다. 따라서 NRRO를 줄이기 위해서는 볼 직경을 작게 하고 볼 개수를 늘리는 것이 유리함을 알 수 있다. 특히 Table 7에서 볼의 개수가 12개인 경우에 Zf_c 값이 0이 됨을 확인할 수 있는데, 이 사실은 볼의 개수를 6의 배수로 하는 것이 유리함을 뒷받침해준다.

Table 7 NRRO components caused by real waviness of outer raceway (case 1, nm)

Z	f_c	Zf_c	Σ
7	1.18	5.57	6.67
8	1.10	2.50	3.60
9	1.04	2.29	3.33
10	0.99	1.66	2.65
11	0.94	0.75	1.69
12	0.90	0.00	0.90

Table 8 NRRO components caused by real waviness of outer raceway (case 2, nm)

Z	f_c	Zf_c	Σ
5	1.17	7.50	8.67
6	1.11	2.20	3.31
7	1.05	5.56	6.61
8	1.00	2.40	3.40
9	0.96	2.10	3.06
10	0.92	1.46	2.38

5. 결론

본 연구에서는 준정적(quasi-static)해석 및 동적 해석을 통하여, 볼베어링의 기하학적 형상오차에 기인한 강성축 진동(NRRO)을 계산하였다. 볼에 형상오차가 있는 경우 $nf_b \pm f_c$ (이때 n 은 짝수)의 NRRO 성분이 발생함을 확인하였다. 외륜에 형상오차가 있는 경우에는 차수 n 이 $jZ \pm 1$ 와 일치할 때 jZf_c 성분의 진동을 일으킴을 확인하였다. 볼과 외륜의 실측 데이터를 이용하여 해석해 본 결과 볼의 직경을 줄이고 볼의 개수를 늘리는 것(6의 배수로)이 NRRO를 줄이는데 효과적임을 살펴보았다.

참고문헌

- [1] K. Ono and K. Takahasi, 'Theoretical Analysis of Shaft Vibration Supported by a Ball Bearing with Small Sinusoidal Waviness', IEEE Trans. of Magnetism, Vol. 32, No. 3, May 1996.