

Rapid Loading 계산을 이용한 압축기 임펠러 소음 예측
Noise prediction of Centrifugal Compressor Impeller based on rapid loading
calculation

안광운* · 이승배** · 백승조*** · 김창준*** · 전완호***

K.-W. Ahn*, S. Lee**, S.-J. Baek***, C.-J. Kim*** and
W.-H. Jeon

Key Words : TEIS model, Rapid Loading

ABSTRACT

In this research, we developed a computer program that designs a centrifugal impeller and diffuser, and predicts the far-field noise from the impeller. To design the impeller optimally, the TEIS model, which was originally developed by Japkise(1985), and the mean-line analysis are combined to predict the performance and design the optimal impeller simultaneously. The geometric configurations are provided by a GUI software (iDesignComp). The noise from impeller can be computed by the rapid loading procedure, which generates a surface between two blades and calculates the pressure distributions on the suction and pressure sides. The steady loading noise is computed by the rotating dipole source distribution via Ffowcs Williams & Hawkings equation.

기호설명

A : Area
b : Height of inlet and outlet
C : Absolute velocity
D : Diameter
T : Temperature
 ρ : Density
P : Pressure
R : Gas constant
W : Relative velocity, Work
 m' : Mass flow rate

β : Fluid angle between meridional and relative velocity
 α : Fluid angle between meridional and absolute velocity
 δ : Deviation angle
 ϵ : Secondary zone area ratio
 χ : Secondary zone mass ratio
Ma : Mach number

Subscripts

0 : total, stagnation
1 : compressor inlet
2 : compressor outlet
s : secondary zone
p : primary zone
m : meridional, mixed zone

* (주)에어로네트

E-mail : kwahn@aeronet.co.kr
Tel : (032) 429-9799 Fax : (032) 429-9798

** 정회원, 인하대학교 기계공학과

*** (주)LG전자

u : tangential

b : blade

E : entry

1. 서 론

진공청소기에 사용되는 원심형 임펠러는 고속으로 회전하는 원심형 압축기의 특성을 가지고 있다. 최근 들어 진공청소기에 사용되는 소형 원심형 햄의 형상변수가 성능에 미치는 연구⁽¹⁾ 및 초소형 원심 압축기의 날개 두께변화가 성능에 미치는 영향에 대한 연구⁽²⁾가 고효율 임펠러 개발의 관점에서 수행된 바 있다. 임펠러는 압축기에서 가장 중요한 부품이며, Euler의 에너지전달 ($W = \Delta UC_\theta$)이 이루어지는 단계이다. 그러나 세부적으로 압축비를 결정하는 것은 기체상수(gas constant), 효율, 입력일(work input) 계수, 마하(Mach)수 등이다.

원심 압축기의 임펠러 유로는 회전하는 디퓨저로 간주 될 수 있다. 이러한 디퓨저의 성능 예측은 임펠러의 곡률과 회전으로 인해 복잡한 과정이 되며 유동이 실제로 흐르는 면적인 유효면적을 고려해야 한다.

원심형 임펠러를 설계하고 성능을 예측하기 위해서 본 연구에서는 평균유선법과 1차원 성능 예측방법의 하나인 TEIS model을 사용하였다. TEIS model은 Japikse(1985)⁽³⁾가 제안한 것으로 임펠러출구의 유동을 비점성, 등엔트로피 구간과 점성 및 비등엔트로피 구간으로 나누어 두 영역이 급속히 혼합할 때 발생하는 임펠러의 손실을 예측하는 방법이다.

TEIS model을 사용하여 성능을 예측시 임펠러 출구에서 등엔트로피 영역인 제트영역과 손실을 포함한 후류영역이 존재하게 되는데 두 영역은 서로 상태가 상당히 다르기 때문에 급속히 혼합되어 엔트로피의 증가로 이어지며, 이것이 전 압력 손실의 원인이 된다. 혼합과정 중에는 또한 정압의 상승도 수반한다.

회전하는 날개의 소음예측은 날개 주위의 복잡한 삼차원, 비정상유동에 의해 발생하는 소음을 예측해야 하는데 이를 위해서는 소음원에 해당하는 유동장에 대한 정확한 정보가 필

요하다. 유동에 의해 유발되는 공기역학적 힘이나 운동에 의해 생성된 음향에 관련된 문제를 다루는 공력음향학을 연구하는 방법에는 크게 세 가지가 있다. 첫째는 움직이는 매질 속에 있는 고체경계면에 작용하는 압력변동의 영향을 선형화하는 방법⁽⁴⁾이며, 둘째는 Lighthill⁽⁵⁾이 제안한 바와 같이 지배방정식으로부터 유도된 소음상사식을 사용하는 것이며 셋째는 유동장과 음장을 수치기법을 이용하여 직접 계산하는 방법⁽⁶⁾이다. 임펠러 소음을 예측하기 위해서는 Lighthill이론에 기초하여 비정지 매질 속에 움직이는 고체표면에 의한 소음식인 Ffowcs-Williams 와 Hawkings의 방정식⁽⁷⁾을 이용하는 것이 가장 적절하다. 소음예측을 위해서 선행되어야 할 계산은 임펠러표면의 압력 분포이다. 즉, 임펠러 날개의 압력면과 부압면의 압력분포의 차이를 구함으로써 상기 이론을 적용할 수가 있다. 본 연구에서는 압력분포를 구하기 위해 두 날개사이에 유선면을 형성하여 속도분포를 구하고 이를 이용하여 압력분포를 계산하는 방법을 이용하였다.

본 연구에서 모델이 된 원심형 임펠러는 진공청소기에 사용되는 것으로서 외경이 0.11m, 내경이 0.033m, 후향의 날개 9개를 가지며, 입구인류서는 없이 작동점에서 36280rpm으로 회전하여 $1.79 m^3/min$ 의 유량과 1891 $mmAq$ 의 진공도를 낸다.

2. 임펠러 설계과정

임펠러의 설계는 청소기에 사용되는 원심형 임펠러를 모델로 하여 입구인류서가 없고 후향의 날개를 가지는 것을 기본으로 하였다. 설계의 개요는 다음과 같다.

유량, 전 압력 상승, 회전수, 입구압력, 날개 수를 입력으로 주면 임펠러의 외경을 결정하고 입구에서는 입구 손실이 최소가 되도록 내경을 결정한다. 내경이 결정되면 속도삼각형을 이용하여 입구 속도와 유동각도를 구하고 입구의 날개각도를 결정한다. 또한 입구의 상태들을 열역학적 관계식을 이용하여 구한다. 출구에서는 TEIS model을 이용하여 주영역과 이차영역으로 구분한다. 출구의 날개각도를 입

구날개각도와 비교하여 가정하고 주영역의 출구 상대 속도를 확산비(diffusion ratio)를 이용하여 가정한 후, 각각의 영역에서 속도삼각형을 이용하여 속도와 열역학적 관계식을 이용하여 상태들을 구한다. 두 영역이 혼합되는 혼합영역은 열역학적 관계식과 속도삼각형을 이용하고 최종적으로 slip을 계산하여 수렴할 때 까지 주영역의 이탈각(deviation angle)을 변화시킨다. 상기 내용은 Fig.1에 순서대로 도시되어 있다.

3. 성능 예측

3.1 가정

성능 예측을 하기 위한 가정은 다음과 같다.
첫째, 임펠러 내부의 유동은 비점성, 가역과정의 제트영역과 점성, 비가역과정의 후류영역이 존재한다.
둘째, 임펠러 출구에서는 제트의 주영역과 w후류의 이차영역에서 정압은 동일하다.
셋째, 임펠러 유동의 미끄러짐은 주로 주영역에서 일어난다.
넷째, 주영역과 이차영역은 출구에서 급속히 혼합된다.
다섯째, 임펠러 입구에서의 유동은 스월(swirl)이 존재하지 않는다.
여섯째, 임펠러의 축판 마찰밀은 무시한다.

3.2 임펠러 입구

청소기의 임펠러 입구에서는 인듀서가 없이 유동이 임펠러에 부딪힌다. 따라서 입구에서의 유동의 상태는 속도벡터 삼각형과 열역학적 관계식으로부터 구할 수 있다.

인듀서가 없으므로 유동은 입구에서 90° 로 꺾이고 임펠러 날개각도와 유동의 각도차이(incidence angle)도 존재한다. 유동이 90° 로 꺾이면서 발생하는 손실은 다음과 같다.

$$P_{loss, E} = \zeta_E \left(\frac{\rho}{2} C_1^2 \right), \zeta_E = 0.15 - 0.25 \quad (1)$$

입사손실(incidence loss)을 계산하기 위해서는 다음과 같이 주어진 입구날개 각도에 대한 최적의 유체각도를 계산한다.

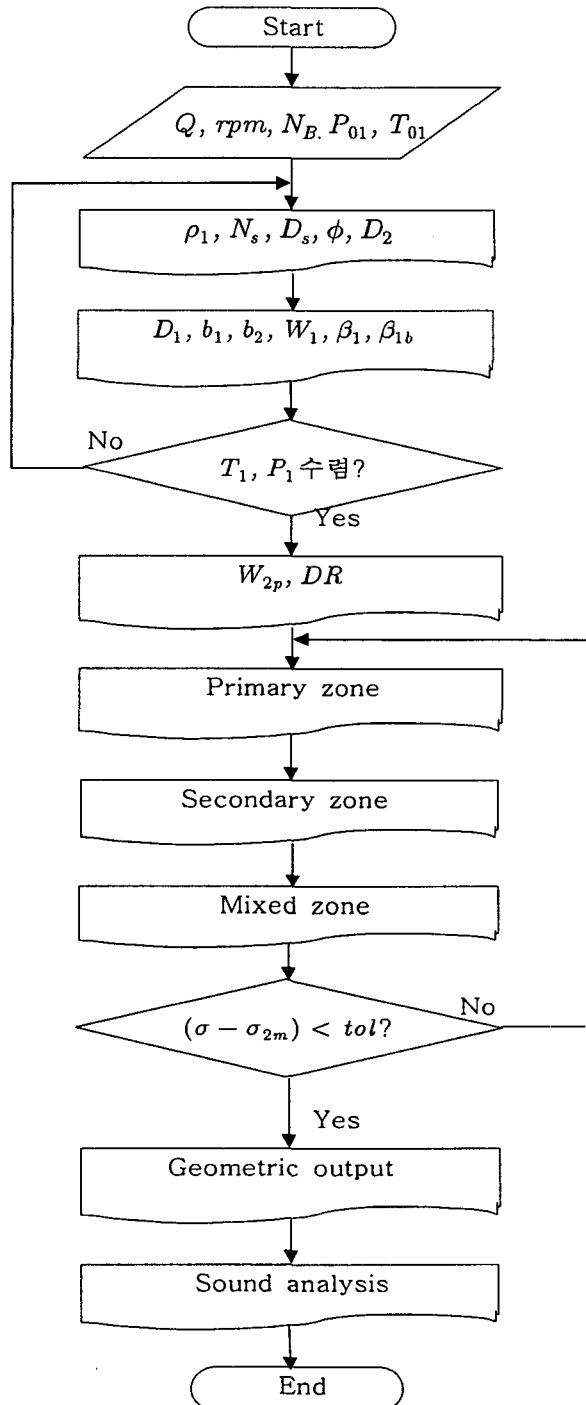


Fig.1 Flow chart of computer program

$$\tan \beta_{1, opt} = \frac{A_1'}{A_1} \tan \beta_{1b} \quad (2)$$

여기서, $A_1' = \pi D_1 b_1$

$$A_1 = \pi D_1 b_1 - N_B b_1 \frac{t}{\sin \beta_{1b}}$$

입구입사로 인해 발생하는 속도성분은 $W_L = W_1 \sin(|\beta_1 - \beta_{1, opt}|)$ 이고 압력손실은 다음과 같다.

$$P_{loss, 1} = \frac{\rho_1}{2} W_L^2 \quad (3)$$

임펠러 입구의 상태는 다음의 식들로 표현된다.

$$C_1 = \sqrt{C_{m1}^2 + C_{u1}^2} \quad (4-1)$$

$$W_1 = \sqrt{(U_1 - C_{u1})^2 + C_{m1}^2} \quad (4-2)$$

$$Ma_1 = \frac{C_1}{\sqrt{\gamma R T_1}} \quad (4-3)$$

$$P_{01} = P_1 \left(1 + (\gamma - 1) \frac{Ma_1^2}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4-4)$$

$$T_{01} = T_1 \left(1 + (\gamma - 1) \frac{Ma_1^2}{2}\right) \quad (4-5)$$

$$h_{01} = C_P T_{01} \quad (4-6)$$

$$h_1 = h_{01} - \frac{C_{m1}^2}{2} \quad (4-7)$$

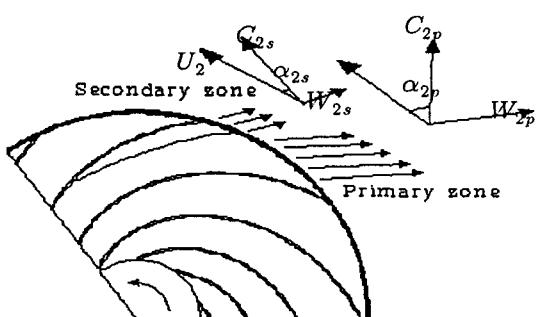


Fig. 2 Schematics of TEIS model

3.3 임펠러 출구

임펠러 출구는 앞에서 기술한 바와 같이 주 영역과 이차영역으로 구분한다.

주영역은 다음과 같이 예측한다.

이탈각(deviation angle)은 최대와 최소의 한계를 정하여, $\delta_{2p} = (\delta_{2p, max} + \delta_{2p, min})/2$ 으로 한다. 출구 속도는 $W_{2p} = W_1/DR$ 이다. 확산비(Diffusion Ratio, DR)는 임펠러를 회전하는 디퓨저로 간주하여 고려된 디퓨저의 효율, 입, 출구의 실제유로면적 그리고 이상적인 유로면적의 합수이다. 따라서 출구유동각도는 $\beta_{2p} = \beta_{2b} + \delta_{2p}$ 이며, W_{2p} 를 이용하여 상태들을 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$h_{2p} = h_{total} + \frac{U_2^2}{2} - \frac{W_{2p}^2}{2} \quad (5-1)$$

$$T_{2p} = \frac{h_{2p}}{C_P} \quad (5-2)$$

$$P_{2p} = P_1 \left(\frac{T_{2p}}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5-3)$$

$$\rho_{2p} = \frac{P_{2p}}{RT_{2p}} \quad (5-4)$$

$$C_{m2p} = \sqrt{\frac{W_{2p}^2}{1 + \tan^2 \beta_{2p}}} \quad (5-5)$$

$$C_{u2p} = U_2 + C_{m2p} \tan \beta_{2p} \quad (5-6)$$

$$W_{m2p} = C_{m2p} \quad (5-7)$$

$$W_{u2p} = U_2 - C_{u2p} \quad (5-8)$$

$$T_{02p} = T_{2p} + \frac{C_{2p}^2}{2C_P} \quad (5-9)$$

$$P_{02p} = P_{2p} \left(\frac{T_{02p}}{T_{2p}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5-10)$$

$$Ma_{2p} = \frac{C_{2p}}{\sqrt{\gamma R T_{2p}}} \quad (5-11)$$

이차영역의 예측은 다음과 같다.

이차영역에서는 유동의 이탈이 없다고 가정하므로 $\delta_{2s} = 0$ 이고, 유체출구각도는 $\beta_{2s} = \beta_{2b} + \delta_{2s}$ 이다.

$$h_{total, 2s} = h_{total} + W_{fc} \quad (6)$$

$$P_{2s} = P_{2p} \quad (7)$$

이상은 가정으로부터 얻어진 식들이고 다음은 위의 가정을 이용하여 상태들을 구하기 위

한 식들 이다. 다음의 5개의 식들은 5개의 상태들을 구하기 위한 것이고 이 식들을 연립으로 풀어야한다.

$$\rho_{2s} = \frac{P_{2s}}{R T_{2s}} \quad (8-1)$$

$$C_{m2s} = \left[\frac{m'}{\pi D_2 b_2} - \rho_{2p} C_{m2p} (1 - \epsilon) \right] \frac{1}{\rho_{2s} \epsilon} \quad (8-2)$$

$$W_{2s} = \frac{C_{m2s}}{\cos \beta_{2s}} \quad (8-3)$$

$$h_{2s} = h_{total, 2s} - \frac{W_{2s}^2}{2} + \frac{U_2^2}{2} \quad (8-4)$$

$$T_{2s} = \frac{h_{2s}}{C_P} \quad (8-5)$$

위의 식들을 연립으로 풀어서 5개의 상태 (ρ_{2s} , C_{m2s} , W_{2s} , T_{2s} , h_{2s})가 정해지면 속도와 stagnation 상태를 다음의 식들로부터 구할 수 있다.

$$C_{u2s} = U_2 + C_{m2s} \tan \beta_{2s} \quad (9-1)$$

$$W_{m2s} = C_{m2s} \quad (9-2)$$

$$W_{u2s} = U_2 - C_{u2s} \quad (9-3)$$

$$h_{02s} = h_{2s} + \frac{C_{2s}^2}{2} \quad (9-4)$$

$$T_{02s} = T_{2s} + \frac{C_{2s}^2}{2} \quad (9-5)$$

$$P_{02s} = P_{2s} \left(\frac{T_{02s}}{T_{2s}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (9-6)$$

혼합영역의 해석은 다음과 같다.

혼합영역은 앞에서 기술한 바와 같이 두개의 영역이 급속히 혼합하며 전 압력 손실과 정압의 상승을 수반한다.

우선 주영역과 이차영역의 질량유량을 계산하면 $m'_p = (1 - \chi)m'$, $m'_s = \chi m'$ 이고, 각 영역의 질량유량을 이용하여 절대속도의 접선 방향성분을 구하면

$$C_{u2m} = (m'_p C_{u2p} + m'_s C_{u2s})/m' \text{ 이다.}$$

5개의 상태를 구하기 위한 5개의 식들은 다음과 같이 정리된다.

$$m'_p C_{m2p} + m'_s C_{m2s} = \\ m' C_{m2m} + (P_{2m} - P_2) b_2 \pi D_2$$

(10-1)

$$m' = \pi D_2 b_2 C_{m2m} \rho_{2m} \quad (10-2)$$

$$T_{2m} = T_{02m} - \frac{C_{2m}^2}{2 C_P} \quad (10-3)$$

$$\rho_{2m} = \frac{P_{2m}}{R T_{2m}} \quad (10-4)$$

$$C_{2m}^2 = C_{u2m}^2 + C_{m2m}^2 \quad (10-5)$$

위에서 구한 5개의 상태 (ρ_{2m} , T_{2m} , P_{2m} , C_{m2m} , C_{2m})를 이용하여 속도와 유체의 출구각도를 구하면 다음식과 같다.

$$Ma_{2m} = \frac{C_{2m}}{\sqrt{\gamma R T_{2m}}} \quad (11-1)$$

$$W_{m2m} = C_{m2m} \quad (11-2)$$

$$W_{u2m} = U_2 - C_{u2m} \quad (11-3)$$

$$\alpha_{2m} = \tan^{-1}(C_{u2m}/C_{m2m}) \quad (11-4)$$

$$\beta_{2m} = \tan^{-1}(W_{u2m}/W_{m2m}) \quad (11-5)$$

$$\delta_{2m} = \beta_{2m} - \beta_{2b} \quad (11-6)$$

평판마찰손실은 레이놀즈수와 점성계수, 밀도의 합수로서 계산이 가능하다.

또한, 출구에서의 미끄러짐은 다음과 같은 과정으로 구해진다.

$$\text{즉, 출구에서의 스월변수는 } \lambda_{2m} = \frac{C_{u2m}}{C_{m2m}}$$

$$\text{이고, 입력일계수는 } \mu_{2m} = \frac{C_{u2m}}{U_2} \text{ 이므로 출}$$

구에서 예상되는 미끄러짐은 다음과 같다.

$$\sigma_{2m} = \mu_{2m} \frac{(\lambda_{2m} - \tan \beta_{2b})}{\lambda_{2m}} \quad (12)$$

여기서, Wisner⁽⁹⁾가 제안한 미끄러짐인

$$\sigma = 1 - \frac{\sqrt{\cos \beta_{2b}}}{N_B^{0.7}} \text{ 과 예상되는 } \sigma_{2m} \text{을 비교}$$

하여 두 값이 근접할 때 까지 δ_{2p} 를 변화시켜 세 영역의 계산을 반복 수행한다.

4. 임펠러 부하 및 소음계산

소음계산을 위해서는 임펠러 표면에서의 압력분포가 필요하며, 압력분포는 속도분포를 이

(16)

용하여 구할 수 있다. 속도분포계산은 다음의 두 단계로 이루어진다.

첫 번째는 유선함수(stream function)방정식의 유한차분 해를 구한다. 본 방법의 해는 유체가 유로를 통과하면서 전 범위에 걸쳐 아음속이 되도록 질량유량이 감소한다는 가정에 기초를 둔다.

두 번째는 속도구배 방정식에 의한 속도분포를 구한다. 이때는 실제 질량유량에 근거하여 계산을 한다.

유선함수, u 는 다음의 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial m^2} - \frac{1}{r^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial u}{\partial \theta} \\ + \left[\frac{\sin \alpha}{r} - \frac{1}{b\rho} \frac{\partial(b\rho)}{\partial m} \right] \frac{\partial u}{\partial m} \\ = \frac{2b\rho w}{W} \sin \alpha \quad (13) \end{aligned}$$

또한 유선함수는 다음을 만족한다.

$$\frac{\partial u}{\partial m} = - \frac{b\rho}{W} W_\theta \quad (14-1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{b\rho r}{W} W_m \quad (14-2)$$

임펠러 표면에서의 속도분포를 계산하면 이를 이용하여 압력분포를 구할 수가 있다. Ffowcs Williams - Hawkings(FW-H) 방정식을 이용하여 정상하중에 의한 소음을 계산하면, monopole 음압은 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} P_{M'}(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 v_n'}{r^2 (1 - M_r)^3} \right] ds \\ + \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 v_n (rM' \cdot \underline{r} + C_0 M_r - C_0 M^2)}{r^2 (1 - M_r)^3} \right] ds \quad (15) \end{aligned}$$

또한, dipole 음압은 임펠러 날개에 작용하는 힘에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} P_D'(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi C_0} \int_{f=0} \left[\frac{\underline{F}' \cdot \underline{r}}{r(1 - M_r)^2} \right] ds \\ + \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[\frac{F_r - \underline{F} \cdot \underline{M}}{r^2 (1 - M_r)^2} \right] ds \\ + \frac{1}{4\pi C_0} \int_{f=0} \left[\frac{F_r (rM' \cdot \underline{r} + C_0 M_r - C_0 M^2)}{r^2 (1 - M_r)^3} \right] ds \end{aligned}$$

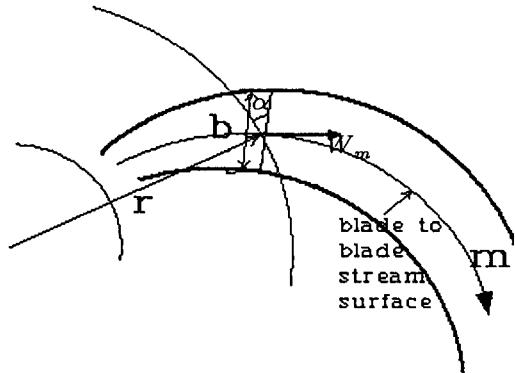


Fig. 3 Flow in a centrifugal-flow stream channel

5. 성능 및 소음예측

실제 진공청소기와 같은 성능을 내도록 설계된 원심형 임펠러의 3차원 형상은 다음과 같다.

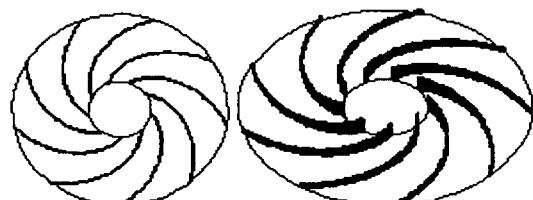


Fig. 4 3-D generation of impeller

임펠러의 효율 및 진공도는 실제 측정된 결과와 비교하면 Fig. 5에 도시되어 있다.

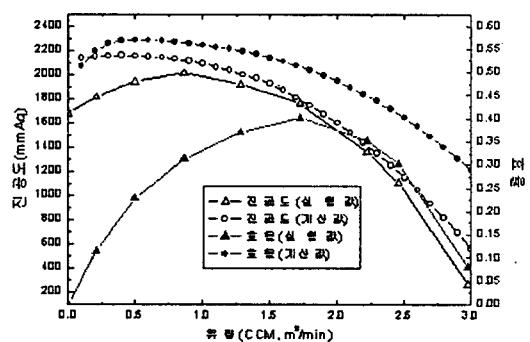


Fig. 5 Vacuum and efficiency of centrifugal impeller

위의 Fig. 5에서 보는 바와 같이 고유량 일 경우 효율은 비슷한 양상을 보이나 실험치보다 높게 나타난다. 이는 예측된 효율이 임펠러와 디퓨저만을 고려하는 반면, 실험치에는 모터와 복귀유로(return channel)도 고려되었기 때문으로 여겨진다. 진공도는 실험치와 상당히 일치한다. 저유량일 경우는 실험치와는 다소 차이가 있는데 TEIS model로서는 예측할 수 없는 다른 손실이 존재함을 보여준다.

임펠러의 정상하중소음은 다음의 Fig. 6에 나타내었다. 그림은 36280rpm를 회전하고 직경이 0.11m인 원심형 임펠러의 소음방향성과 음압레벨분포를 보여주고 있다. Fig. 7은 소음측정치를 나타내고 있다.

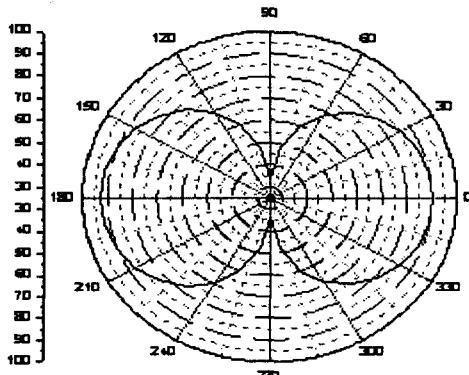


Fig. 6 Polar diagram of predicted overall sound pressure level from the impeller

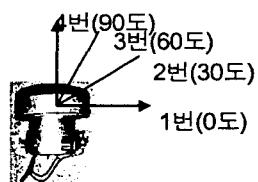
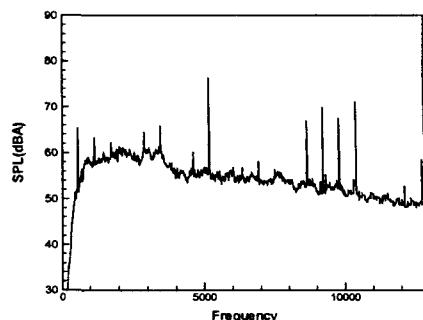
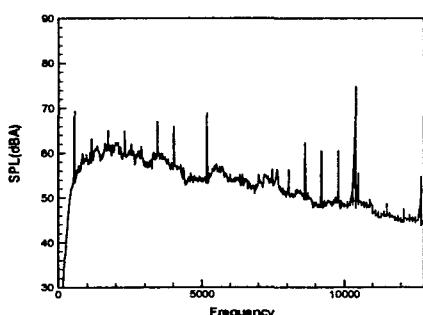


Fig. 7 Measured sound pressure level at 0° and 60° positions, respectively

위의 Fig. 6과 Fig. 7에서 0°와 60°의 방향을 각각 비교하면 음압레벨값이 비교적 잘 일치하나 예측된 결과는 자유음장에서의 임펠러만의 소음이며 실험결과는 케이싱과 열린부가 설치된 세트에서의 소음이므로 방향성은 비교할 수가 없었다..

6. 결론

본 연구에서는 평균유선법과 TEIS model을 이용하여 원심형 임펠러와 디퓨저를 설계하는 프로그램을 개발하고 성능과 소음을 예측하여 실제와 비교하였다. TEIS model은 고유량에서는 실험치와 비교적 잘 일치하여 매우 효용도가 높으며 저유량에서도 기타 손실과 함께 고려하면 원심형 임펠러의 성능을 예측하는데 있어서 유용하게 사용될 수 있다. 임펠러의 소음은 예상한 바와 같이 유동방향이 회전 평면 위에서 높은 방향성을 지니는 이극자(dipole)의 형태를 보인다. 또한 전체음압레벨의 경우에도 정상하중만을 고려하여도 임펠러의 원거

리장(far-field)소음은 어느 정도 잘 예측됨을 알 수가 있다.

참 고 문 헌

- (1) 최종수, 이욱, 1999, "소형 원심형 햄의 형상변수가 성능에 미치는 영향에 대한 실험적 연구," 유체기계저널 제2권 제1호, pp.50~55
- (2) 강신형, 조운례, 윤하용, 이승갑, 1999, "초소형 원심압축기의 날개두께 변화에 따른 성능에 관한 실험적 연구," 유체기계저널 제2권 제1호, pp.15~21
- (3) Japikse, D., 1985, "Assessment of Single- and Two- Zone Modelling of Centrifugal Compressors, Studies in Component Performance: Part 3," ASME Paper No. 85-GT-73
- (4) Goldstein, M.E., 1976, Aeroacoustics, McGraw-Hill Inc. New York
- (5) Lighthill, M.J., 1952, "On Sound Generated Aerodynamically; I. General Theory," Proc. Roy. Soc. London Ser. A., Vol. 211, pp.564~587
- (6) 배일성, 장성욱, 이승배, 2001, "DRL 축류 햄 주위의 난류유동 및 공력소음의 계산," 소음진동학회 춘계학술대회 논문집, pp. 762~767
- (7) Ffowcs Williams, J.E. and Hawking, D.L., 1969, "Theory Relating to the Noise of Rotating Machinery," J. of Sound and Vib., Vol. 10, pp.10
- (8) Katsanis, T., 1973, Fortran Program For Calculating Transonic Velocities on a Blade-to-blade Stream Surface of a Turbomachine, NASA TN D-5427
- (9) Whitfield, A., Baines, N.C., 1990, *Design of radial turbomachines*, Longman Scientific and Technical